УДК 629.78

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ-ИНСПЕКТОРОВ С ЭЛЕКТРОРЕАКТИВНЫМИ ЭНЕРГОДВИГАТЕЛЬНЫМИ МОДУЛЯМИ

© 2011 И.С. Ткаченко, В.В. Салмин

Самарский государственный аэрокосмический университет

Поступила в редакцию 14.09.2011

В работе рассматривается методика оценки эффективности космических аппаратов-инспекторов, оснащенных электрореактивными энергодвигательными модулями. Сформулирована общая задача многокритериальной оптимизации системы. Выделена динамическая задача управления элементами орбиты и относительным движением и предложена методика её решения. Предложена методика расчёта запасов рабочего тела, гарантирующих выполнение совокупности операций сближения с инспектируемым объектом. Описан алгоритм выбора основных проектных параметров космического аппарата-инспектора с электрореактивным энергодвигательным модулем.

Ключевые слова: космический аппарат-инспектор, электрореактивный энергодвигательный модуль, космическая система орбитальной инспекции, динамическая операция, эффективность

Наземные средства контроля космического пространства, как показала практика космических полётов, не всегда способны обеспечить полной информацией о назначении запускаемых космических аппаратов, их технических характеристиках и особенностях целевого функционирования. Возникают задачи, которые могут быть успешно решены только средствами космического базирования. К ним относятся: задачи распознавания типа космического объекта (КО), требующие сближения с ним; сопровождения КО с целью анализа его работоспособности и технического состояния; контроль космической обстановки в заданном районе. Аппараты, предназначенные для решения такого рода задач, принято называть спутниками-инспекторами.

Большинство существующих к настоящему времени средств орбитальной инспекции построены на базе малых космических аппаратов, запускаются дешёвыми носителями лёгкого класса и оснащены двигательными установками для орбитального маневрирования. Для ряда динамических операций с большим числом повторяющихся циклов управления орбитой и относительным положением космического аппарата (КА) выгодно использовать электрореактивные энергодвигательные модули (ЭРЭДМ). Малый расход рабочего тела электрореактивных двигателей позволяет существенно увеличить срок активного функционирования КА-инспектора. Однако определенным недостатком здесь является ограниченность располагаемой электрической мощности на борту КА и, как следствие, малость развиваемой двигателем тяги.

К настоящему времени известно ограниченное количество публикаций, посвящённых проблеме инспекции космических объектов. Среди них можно отметить работы [1-3]. В этой связи актуальной становится проблема разработки методик совместной оптимизации баллистических и проектных параметров систем орбитальной инспекции и оценки их эффективности при сравнении различных альтернатив.

1. МОДЕЛЬ-ОПИСАНИЕ КОСМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ОРБИТАЛЬНОЙ ИНСПЕКЦИИ

На рис. 1 приведена возможная структура космической системы орбитальной инспекции (КСОИ). Основными параметрами в этой структуре являются: N – количество аппаратов-инспекторов в системе; Π – вектор параметров опорной рабочей орбиты КА-инспектора; V_S – общий объём полученных данных об инспектируемых космических объектах (бит); $T_{дост}$ – время доставки информации потребителю (с); $C_{КСОИ}$ – стоимость создания системы (у. е.).

Выделим из указанной структуры основной объект исследования: маневрирующий КА-инспектор (рис. 2).

Поскольку интегральная оценка эффективности КСОИ требует большого количества информации о подсистемах, сузим задачу исследования.

Примем, что основными показателями эффективности КСОИ являются: I – информативность (функциональная эффективность); $V_{X\Sigma}$ – запасы характеристической скорости КА-инспектора (динамическая эффективность); C – стоимость системы (экономическая эффективность).

Ткаченко Иван Сергеевич, аспирант кафедры летательных аппаратов. E-mail: innovatore@mail.ru.
Салмин Вадим Викторович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой летательных аппаратов. E-mail: sputnik@ssau.ru

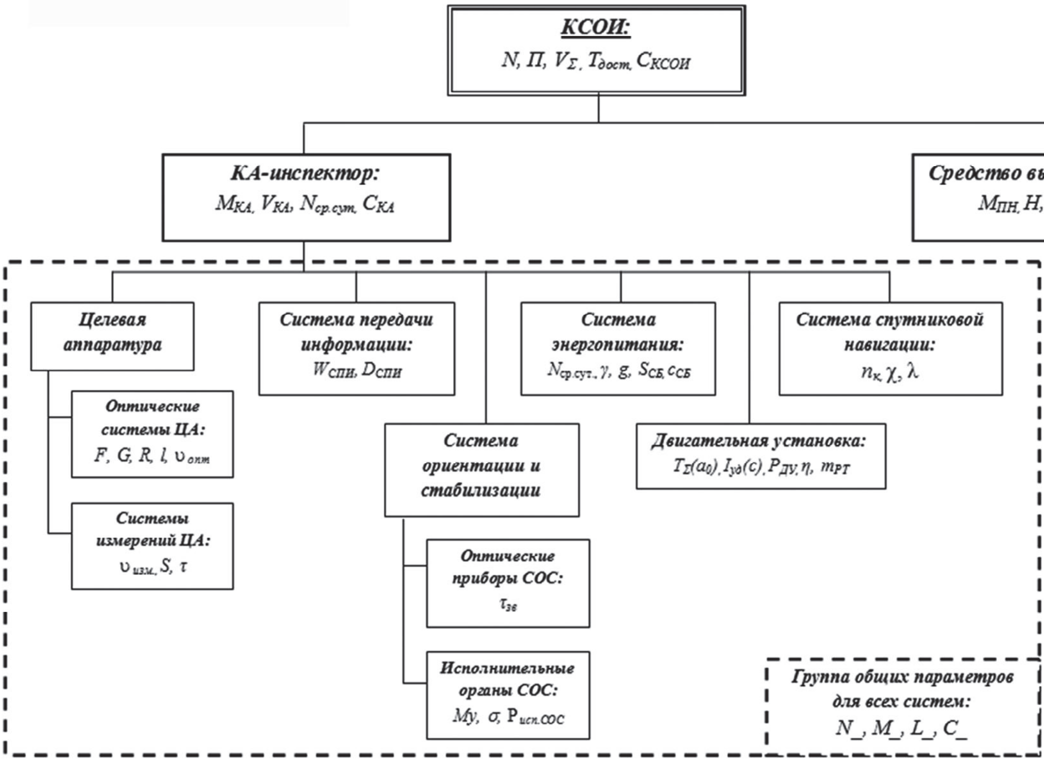

Рис. 1. Структурно-параметрическая схема КСОИ

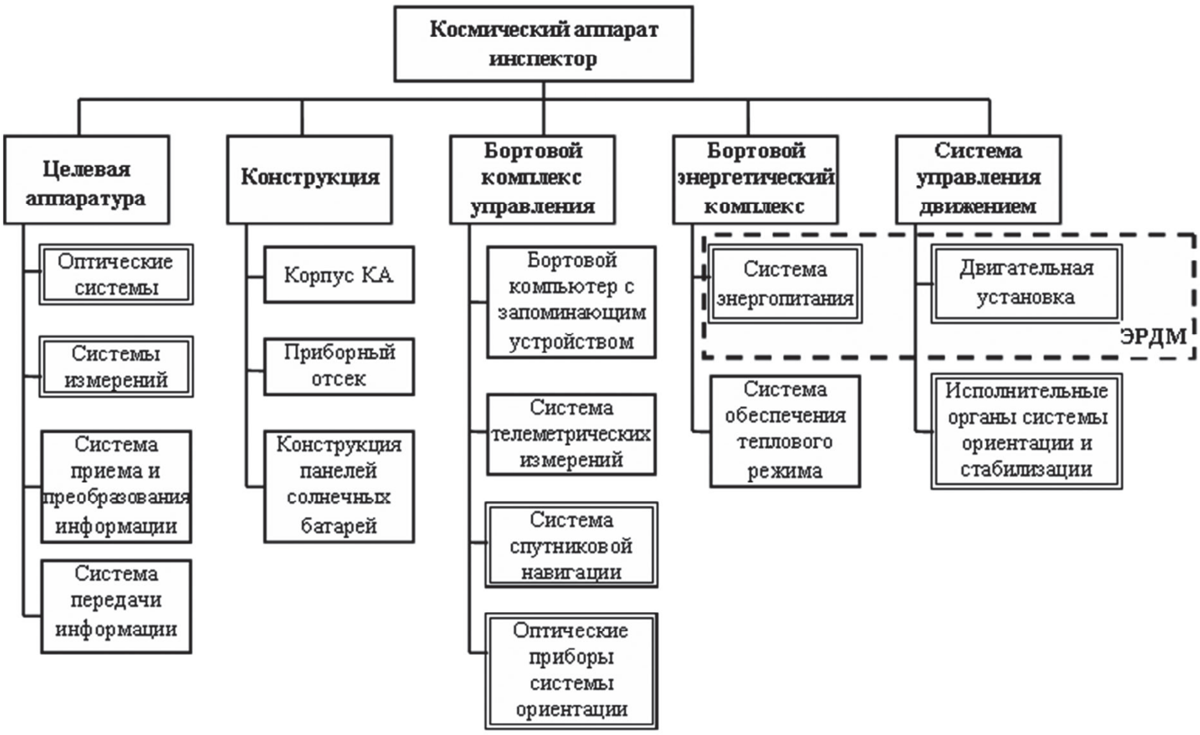

Рис. 2. Структурная схема КА-инспектора

• *Информативность I (Мб)* – характеризует объём получаемой информации об объекте инспекции ($I = \sum_{l=1}^{n} \upsilon_{ml} m_{ЦАl}$), получаемый с каждого источника информации за одну операцию инспекции (в битах). Здесь υ_{ml} – удельная характеристика l-го источника (бит/кг), $m_{ЦАl}$ – масса l-го источника информации (целевой аппаратуры), n – количество источников информации, устанавливаемых на борту КА-инспектора: цифровая аппаратура для наблюдения в оптическом и инфракрасном диапазоне спектра; средства измерения линейных размеров объектов; средства радиозондирования для определения диапазонов рабочих радиочастот; средства определения радиационного фона вокруг объекта-цели.

• *Запасы характеристической скорости* $V_{X\Sigma}$ (км/с) – отражают маневренные возможности КА-инспектора.

• *Стоимость системы С (у. е.)* $C_{КСОИ}=\sum_{u=1}^{t} C_u$ – отражает общий уровень затрат на создание системы. Здесь C_u – затраты (у. е.); t – количество стоимостных характеристик, определяющих суммарную стоимость развертывания КСОИ.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ

Общая задача оптимизации заключается в поиске проектных параметров $\overline{p}$, доставляющих максимум *обобщенному критерию эффективности КА-инспектора*:

$$\overline{E} = \overline{E}(I(p), V_{X\Sigma}(p), C(p)) \to \max. \quad (1)$$

Обозначим вектор проектных параметров аппарата через: $p = (p_1, p_2, ..., p_m)^T$, $p \in P$, где P – множество допустимых проектных параметров.

К ним относятся: массово-габаритные характеристики КА-инспектора, как правило определяемые возможностями конкретного носителя; запас характеристической скорости для выполнения совокупности динамических операций; предельно-допустимое время выполнения динамической операции; массово-габаритные и энергетические характеристики целевой аппаратуры, от которых зависит в основном её состав и информативность получаемых данных; параметры системы энергопитания; тип и количество двигателей, позволяющих реализовать совокупность динамических операций.

Дальнейшая декомпозиция задачи приводит к выделению одной из важных подсистем: электрореактивного энергодвигательного модуля (ЭРЭДМ).

Сформулируем проблему совместной оптимизации управлений *u(t)*, траекторий *x(t)* динамической операции *z* и проектных параметров *p'* электрореактивного энергодвигательного модуля.

Под динамической операцией *z* понимается перевод КА из начального состояния $x(t_0) = x_0$ в конечное многообразие $x(t_k) \in X_k$.

Общей задачей совместной оптимизации будем называть задачу отыскания проектных параметров $\overline{p'} \in P$ и совокупности функций $\overline{u(t,x,z)}, \overline{x(t,z)}$ из множества допустимых *D*, обеспечивающих реализацию диапазона динамических манёвров *Z* при минимальном (максимальном) значении заданного критерия оптимальности *F*.

$$F = \underset{(x,u)\in Y(p'), p'\in P}{\arg\max} \mu(z, p', x(t), u(t,x)). \quad (2)$$

Вектор параметров $\overline{\overline{p'}}$ будем называть оптимальным для диапазона динамических манёвров, если:

• система с параметрами $\overline{\overline{p'}}$ может выполнить любую динамическую операцию (манёвр) из заданного диапазона *Z*;

• максимальная степень неоптимальности системы $\rho(z, p')$ на множестве *Z* достигает минимального значения при $p' = \overline{\overline{p'}}$.

Здесь под степенью неоптимальности $\rho(z, p')$ понимается мера проигрыша в критерии эффективности $\mu(z, p')$, получающаяся при замене вектора оптимальных проектных параметров $\overline{p}(z)$ на некоторый другой *p* [4, 5]. Степень неоптимальности зададим в виде:

$$\rho(z, p') = \frac{\max_{p'\in P} \mu(p', V_X)}{\mu(p', V_X)}. \quad (3)$$

Мера неоптимальности проектного решения на множестве динамических операций *Z* характеризуется величиной:

$$R = \min_{p'\in P} \max_{z\in Z} \rho(z, p'). \quad (4)$$

Вектор $\overline{\overline{p'}}$, получаемый в результате операции

$$\overline{\overline{p'}} = \arg \min_{p'\in P \to z\in Z} \max \rho(z, p') \quad (5)$$

называется вектором универсальных для множества *Z* проектных параметров.

3. ЗАДАЧА ПРОЕКТНО-БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Задачей проектировочного расчёта траекторий КА-инспектора с двигателями малой тяги является получение приближённых решений, позволяющих выбрать структуру и параметры закона управления, определить энергетику манёвра и проектные параметры ЭРЭДМ.

Представим массу КА-инспектора в следующем виде:

$$m_0 = m_{ЭУ} + m_{ДУ} + m_{СПХ} + m_{РТ} + m_{ПН}, \quad (6)$$

где m_0 – начальная масса КА (после отделения от ракеты-носителя (РН)), $m_{ЭУ}$ – масса энергоустановки, $m_{ДУ}$ – масса двигательной установки, $m_{СПХ}$ – масса системы подачи и хранения рабочего тела, $m_{РТ}$ – масса полного запаса рабочего тела, $m_{ПН}$ – полезная масса, включающая, помимо целевой аппаратуры и обеспечивающих бортовых систем, массу конструкции самого аппарата.

В качестве частного критерия оптимальности примем относительную полезную массу [6]:

$$\mu = \frac{m_{ПН}}{m_0} = 1 - \alpha_{ЭУ} \cdot \frac{a_0 c}{2\eta} - \gamma_{ДУ} \cdot a_0 - \frac{a_0 T_м}{c}(1 + \gamma_{СПХ}), \quad (7)$$

где $a_{ЭУ}, g_{ДУ}, g_{СПХ}$ – соответствующие удельные массовые характеристики, a_0 – начальное реактивное ускорение, c – скорость истечения рабочего тела, η – тяговый КПД, $T_м$ – суммарное моторное время работы двигателей.

Вектор проектных параметров ЭРЭДМ включает в себя: $N_{ЭУ}$ – мощность энергоустановки, $S_{СБ}$ – площадь солнечных батарей, $m_{РТ}$ – масса рабочего тела, $m_{СПХ}$ – масса системы подачи и хранения рабочего тела, n – количество двигателей в ЭРЭДМ, P_Σ – суммарная тяга двигателей, R – ресурс двигателей. Указанное множество параметров может быть сужено, так как ряд проектных параметров оказывается взаимосвязанными.

Проблема оптимизации обычно разделяется на две независимые [7]:

1) динамическую – нахождение оптимальных программ управления и получение динамической характеристики S манёвра. Этим термином обычно обозначается мера энергетических затрат на управление траекторным и угловым движением КА, представленная в виде зависимости (в явной или неявной формах) от граничных условий и проектных параметров. В качестве динамической характеристики обычно используется характеристическая скорость манёвра V_X.

Тогда оптимальные управления определяются как:

$$\overline{u}_{opt}(t, p') = \arg\min_{\overline{u} \in U} V_{XK}(\overline{u}, \overline{p'}, \overline{x}_0, \overline{x}_к). \quad (8)$$

2) параметрическую – нахождение оптимальных проектных параметров:

$$\overline{p'}_{opt} = \arg\min_{p' \in P} m_0 [V_{XK}(\overline{p'}, \overline{x}_0, \overline{x}_к), \overline{p'}, T, m_{ПН}],$$

$$m_{ПН} = fixe, \ T = fixe. \quad (9)$$

На рис. 3 показана зависимость относительной полезной нагрузки от проектного параметра $\alpha \cdot a$, полученная для оптимальной скорости истечения рабочего тела, которая в первом приближении определяется выражением (10):

$$c_{opt} \cong \sqrt{\frac{2\eta V_X (1 + \gamma_{СПХ})}{\alpha_{ЭУ} a_0}}. \quad (10)$$

4. РАСЧЁТ ЗАТРАТ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ СКОРОСТИ НА УПРАВЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТАМИ ОРБИТ

Рассмотрим задачу приведения КА-инспектора из начального состояния X_0 в конечное многообразие $X_к$.

Общая задача управления элементами орбиты заключается в изменении вектора элементов орбиты $Э$ так, чтобы он достиг требуемого значения $Э_к$ и характеристическая скорость V_X принимала бы при этом минимальное значение. При постоянно работающем двигателе малой тяги данная задача эквивалентна задаче на быстродействие. В общем случае требуется совместное управление всеми элементами орбиты (A – большая полуось орбиты, e – эксцентриситет, ω – аргумент перигея, Ω – долгота восходящего узла, i – наклонение орбиты) и положением КА на орбите относительно заданного, которое определяется параметром $\Delta u = u - u_K$ (здесь u – аргумент широты).

Упростим задачу, введя ряд ограничений. Из всего множества динамических манёвров КА-

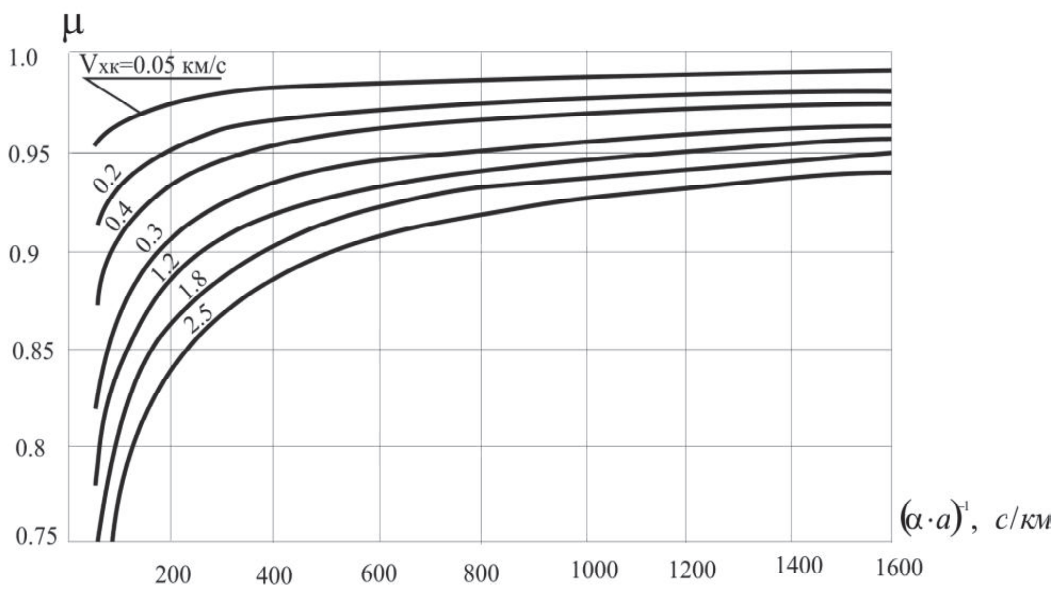

Рис. 3. Зависимость относительной полезной массы от проектных параметров

инспектора с малой тягой выделим класс так называемых “слабых” коррекций параметров орбиты. Будем считать, что приращения элементов (A, i) малы по сравнению с их начальными значениями A_0, i_0. На изменение угловых переменных $\omega, \Omega, \Delta u$ ограничения не накладываются. Подобное допущение позволяет воспользоваться классическими приёмами небесной механики разделения движений на плоское (управление элементами $A, e, \omega, \Delta u$) и пространственное (управление элементами i, Ω) и использовать результаты работы [8]. В [8] получены формулы для отклонений элементов орбиты и оценки затрат характеристической скорости на манёвр при условии непрерывной работы двигателей.

На первой итерации используем частные решения, соответствующие раздельному (локально-оптимальному) управлению элементами и соответствующие (поэлементно) составляющие характеристической скорости:

$$V_{XA} = \frac{1}{2}\frac{\Delta A}{A_{cp}}V_{кр}; \qquad V_{Xe} = \Delta e\frac{\pi}{4}V_{кр};$$

$$V_{X\omega_a} = \Delta\omega\frac{\pi e}{4}V_{кр}; \ V_{Xi} = \Delta i\frac{\pi}{2}V_{кр};$$

$$V_{X\Omega_a} = \Delta\Omega_a\frac{\pi i}{2}V_{кр}. \qquad (11\text{-}15)$$

Формулы (11-15) могут быть использованы для оценки затрат характеристической скорости на манёвр без учёта влияния нецентральности гравитационного поля Земли. Если в разложении геопотенциала учесть только вторую зональную гармонику, то её влияние на скорость смещения перигея и долготы восходящего узла на второй итерации можно учесть следующими выражениями [8]:

$$\Delta\omega_g = -\frac{\beta(5\cos^2 i - 1)}{2A^{3,5}\sqrt{\varepsilon}}t_*;$$

$$\Delta\Omega_g = -\frac{\beta\cos i}{A^{3,5}\sqrt{\varepsilon}}t_*, \qquad (16, 17)$$

где $\beta = 2{,}634\cdot 10^{10}$ км^5/с^2.

Время t_* в выражениях (16,17) может быть выражено через характеристическую скорость и реактивное ускорение: $t_* = V_X / a_0$.

В работе [9] показана зависимость характеристической скорости манёвра V_X от величины реактивного ускорения a_0 для различных моделей движения. Указанная зависимость может быть аппроксимирована асимптотической кривой вида:

$$V_X = \widetilde{V}_X\cdot\left(1+\frac{k}{a_0}\right), \qquad (18)$$

где k – некоторый постоянный коэффициент, $\widetilde{V}_X$ - значение характеристической скорости без учёта возмущающих факторов.

Необходимо отметить, что влияние второй зональной гармоники может быть как “положительным” (в случае совместного действия с реактивным ускорением, тогда затраты характеристической скорости на манёвр по изменению ω и Ω сокращаются), так и “отрицательным” (в случае противодействия реактивному ускорению, тогда затраты V_X возрастают).

5. УПРАВЛЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНЫМ ДВИЖЕНИЕМ ДВУХ КА

В качестве основной будем рассматривать задачу управления относительным движением двух КА, один из которых считается пассивным (КАI), другой активным (КАII-инспектор), снабженным ЭРЭДМ малой тяги.

Для моделирования относительного движения двух КА воспользуемся линейной теорией возмущений, предполагающей малость отклонений по параметрам. После процедуры линеаризации относительно кеплеровской невозмущенной орбиты модель относительного движения принимает вид [10]:

$$\begin{cases} \dfrac{d\Delta r}{dt} = \Delta V_r; \\ \dfrac{d\Delta L}{dt} = \Delta V_u - \lambda\Delta r; \\ \dfrac{d\Delta V_r}{dt} = 2\lambda\Delta V_u - \lambda^2\Delta r + \dfrac{2\varepsilon}{r_1^3}\Delta r; \\ \dfrac{d\Delta V_u}{dt} = -\lambda\Delta V_r - \dfrac{V_{r1}}{r_1}\Delta V_u + \dfrac{V_{r1}}{r_1}\lambda\Delta r + a_T; \\ \dfrac{d\Delta z}{dt} = \Delta V_z; \\ \dfrac{d\Delta V_z}{dt} = -\lambda^2\Delta z + a_W; \\ \dfrac{\partial\vartheta}{dt} = \dfrac{\sqrt{\varepsilon p}}{r_1^2}, \end{cases} \qquad (19)$$

где Δr – отклонение расстояния от центра Земли до проекции спутника на плоскость невозмущенной круговой орбиты; $\Delta L = \Delta u\cdot r$ – проекция расстояния между космическими аппаратами на дугу невозмущенной орбиты; Δz – отклонение расстояния от плоскости невозмущенной орбиты до спутника; a_T, a_W – проекции управляющего ускорения на оси орбитальной системы координат OSTW; ΔV_r – отклонение радиальной скорости, ΔV_u – отклонение трансверсальной скорости, ΔV_z – отклонение нормальной скорости (проекция скорости на перпендикуляр к плоскости невозмущенной орбиты), ε – гравитационный параметр, t – текущее время, $\lambda = \sqrt{\varepsilon(1-e^2)/p^3}$ – средняя угловая скорость движения КА по опорной орбите КАI; $p = A(1-e^2)$ – фокальный параметр.

Видно, что относительное движение можно разбить на две составляющих: плоское движение (управление элементами $\Delta r, \Delta u, \Delta V_r, \Delta V_u$) и боковое движение (управление элементами $\Delta z, \Delta V_Z$).

5.1. Рассмотрим сначала плоское движение. Приведём первые четыре уравнения системы (19) к более простому виду, пренебрегая в них разностью гравитационных ускорений (здесь r_1, λ_1 относятся к орбите КАI):

$$\begin{cases} \dfrac{d\Delta r}{dt} = \Delta V_r; \\ \dfrac{d\Delta u}{dt} = r_1^{-1}(\Delta V_u - \lambda_1 \Delta r); \\ \dfrac{d\Delta V_r}{dt} = 2\lambda \Delta V_u + \lambda_1 \Delta r; \\ \dfrac{d\Delta V_u}{dt} = a_T - \lambda_1 \Delta V_r. \end{cases} \qquad (20)$$

Вводя новые переменные: $x_1 = \Delta r + k_1 \Delta V_u$, $x_2 = \Delta r + k_2 \Delta V_r$ и подбирая коэффициенты k_1, k_2 исходную систему уравнений приведём к каноническому виду:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 a_T; \\ \dot{x}_2 = B_1 x_1. \end{cases} \qquad (21)$$

Оптимизационная задача заключается в быстрейшем переводе системы из произвольного состояния $x_1(0), x_2(0)$ в начало координат. То есть необходимо найти форму закона управления, доставляющего минимум функционалу:

$$I = \int_{t_0}^{t_k} 1 dt \to \min. \qquad (22)$$

Применим алгоритм принципа максимума Понтрягина для решения задачи. В результате получим закон управления:

$$a_T = -a_T sign\left[-\frac{1}{3}(\Delta u - 2\lambda_1^{-1} r_1^{-1} \Delta V_r) + \lambda_1^2 \frac{(\Delta r + \lambda_1^{-1}\Delta V_u)\left|\Delta r + \lambda_1^{-1}\Delta V_u\right|}{2\overline{a_T} r_1}\right]. \qquad (23)$$

Закон управления в форме (23) является точным решением задачи, если отклонения по скоростям $\Delta V_r, \Delta V_u$ остаются пренебрежимо малыми в течение всего времени манёвра. В этом случае компонентами вектора состояния остаются только отклонение по радиусу Δr и вдоль орбиты Δu. Структура оптимального управления содержит лишь одно переключение. Для этого случая имеем точную оценку затрат характеристической скорости:

$$V_{X\min} = \min_{\delta(0)}\left(\lambda_1^{-1}\left(-\frac{\Delta r_1 \lambda_1^2}{\delta(0)} + 2\sqrt{\left(\Delta r_1(0)\lambda_1^2\right)^2 + \frac{\Delta u_0 \lambda_1^2 r_1 a}{3\delta(0)}}\right)\right) \qquad (24)$$

где $\delta = \pm 1$ - функция переключений.

Решение задачи в форме (23) дает предельную оценку времени совершения манёвра, но не гарантирует выполнения граничных условий по всем четырём компонентам вектора состояния $(\Delta r, \Delta u, \Delta V_r, \Delta V_u)$.

5.2. Рассмотрим боковую составляющую движения КА, для чего запишем пятое и шестое уравнения системы (19):

$$\begin{cases} \dfrac{d\Delta z}{dt} = \Delta V_z; \\ \dfrac{d\Delta V_z}{dt} = -\lambda^2 \Delta z + a_W. \end{cases} \qquad (25)$$

Решая задачу о быстрейшем переводе системы из произвольного состояния в начало координат с помощью принципа максимума, получим закон управления в форме:

$$a_W = a_W sign(C^* \sin(\lambda t + \varphi^*)). \qquad (26)$$

Анализируя структуру (26) видим, что она имеет не более трех точек переключения бинормальной составляющей ускорения на промежутке времени, соответствующем периоду относительного движения.

5.3. Рассмотрим задачу синтеза управления относительным движением.

Введём квадратичный функционал $I = \int_{t_0}^{t_k} \Delta x_\kappa^T Q \Delta x_\kappa \to \min$, где матрица Q является положительно-определенной матрицей весовых коэффициентов.

Будем решать задачу методом динамического программирования. Запишем уравнения (20) и (25) в дифференциальной форме:

$$\begin{cases} \Delta\dot{x}_T = A_T \Delta x + Q_T a_T \\ \Delta\dot{x}_W = A_W \Delta x + Q_W a_W \end{cases} \qquad (27)$$

Примем, что матрица Q содержит только диагональные элементы, тогда систему (27) можно записать в векторно-матричной форме:

$$\begin{bmatrix}\Delta\dot{r}\\ \Delta\dot{u}\\ \Delta\dot{V}_r\\ \Delta\dot{V}_u\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -\lambda_1 r_1^{-1} & r_1^{-1} & 0\\ 0 & \lambda_1 & 2\lambda_1 & 0\\ -\lambda_1 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta V_r\\ \Delta r\\ \Delta V_u\\ \Delta u\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}q_1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & q_2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & q_3 & 0\\ 0 & 0 & 0 & q_4\end{bmatrix}a_T$$

$$\begin{bmatrix}\Delta\dot{z}\\ \Delta\dot{V}_z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ -\lambda^2 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta V_z\\ \Delta z\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}q_5 & 0\\ 0 & q_6\end{bmatrix}a_W \quad (28)$$

Оптимальные законы управления выражаются в форме линейных зависимостей от текущих фазовых координат и при достаточно большой продолжительности процесса управления могут быть приведены к виду [11]:

$$a_T = K_T^{\infty}\begin{bmatrix}\Delta V_r\\ \Delta r\\ \Delta V_u\\ \Delta u\end{bmatrix};\; a_W = K_W^{\infty}\begin{bmatrix}\Delta V_z\\ \Delta z\end{bmatrix}, \quad (29)$$

где матрицы $K_W^{\infty}, K_T^{\infty}$ соответствуют "асимптотическому" решению матричных алгебраических уравнений Риккати, когда производные матрицы коэффициентов $\dot{K}_W^{\infty}, \dot{K}_T^{\infty}$ на бесконечном интервале времени $t_k \to \infty$ стремятся к нулю:

$$K_T^{\infty}A_T + A_T^T K_T^{\infty} + Q_T - \left(K_T^{\infty}\right)^2 = 0;$$

$$K_W^{\infty}A_W + A_W^T K_W^{\infty} + Q_W - \left(K_W^{\infty}\right)^2 = 0. \quad (30,31)$$

6. РЕШЕНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ И АНАЛИЗ ПРОЕКТНЫХ АЛЬТЕРНАТИВ

Пусть динамическая задача решена в одной из указанных постановок и её решение может быть представлено в табличной форме (табл. 1), отражающей затраты характеристической скорости, необходимые на осуществление манёвров каждого типа. Значения затрат V_X в табл. 1 характеризуют множество динамических манёвров Z, совершаемых КА-инспектором.

Выражение для критерия μ при $c = c_{opt}$ таково:

$$\bar{\mu} = 1 - \gamma_{ДУ}a_0 - \sqrt{\frac{2a_0 V_X \alpha_{ЭУ}(1+\gamma_{СПХ})}{\eta}}. \quad (32)$$

В первом приближении V_X зависит только от изменений орбитальных параметров, тогда максимум критерия μ достигается при $a_0^{opt} = \min a_0$.

Определим a_0^{opt} с помощью выражения:

$$a_0^{opt} = V_{X\,max}/T_{зад}, \quad (33)$$

где $V_{X\max}$ – максимальное значение характеристической скорости, необходимой для совершения самого "энергоёмкого" манёвра (выбирается из табл. 1 исходя из условия: $V_{X\max} = \max\sum_{Э=1}^{5} V_{XЭ}$); время $T_{зад}$ – предельно-допустимое время совершения динамической операции.

Следующим шагом является выбор реальных типов двигателей, обладающих параметрами, близкими к оптимальным и отвечающих требованиям минимизации меры проигрыша R на множестве манёвров Z.

В качестве двигательных установок для малого КА рассмотрим следующие альтернативы: линейку стационарных плазменных двигателей (СПД), работающих на ксеноне и импульсный

Таблица 1. Затраты характеристической скорости на изменение элементов орбиты

ΔA/Aср	Vx$_A$, м/с	Δe	Vx$_e$, м/с	$\Delta\omega_a$, гр	Vx$_{\omega a}$, м/с	Δi, гр	Vx$_i$, м/с	$\Delta\Omega_a$, гр	Vx$_{\Omega a}$, м/с
0,000147	0,560	0,001	6,000	10	10,473	0,1	20,945	1	25,590
0,000733	2,799	0,005	30,002	20	20,945	0,2	41,891	2	51,179
0,001465	5,596	0,01	60,004	30	31,418	0,3	62,836	3	76,769
0,002928	11,184	0,015	90,007	40	41,891	0,4	83,782	4	102,359
0,007304	27,900	0,02	120,009	50	52,364	0,5	104,727	5	127,949

Таблица 2. Характеристики плазменных двигателей

Характеристики	*Стационарные плазменные двигатели (ОКБ "Факел")*						*ИПД ("НИИ ПМЭ")*
	СПД-25	**СПД-35**	**СПД-50**	**СПД-60**	**СПД-70**	**СПД-100**	**АИПД-150**
Номер двигателя	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
Тяга, мН	7	10	20	30	40	85	4,5
Энергопотребление, Вт	100	200	200-600	500	650	1350	100
Удельный импульс, с	1000	1200	1750	1300	1450	1600	2500
Скорость истечения рабочего тела, км/с	9,8	11,8	17,1	12,8	14,2	15,7	24,5
Тяговый КПД, %	20	30	40	37	42	40	35
Ресурс, ч	1500	2500	2500	2500	3100	9000	2Ч10^7 разр. (част. 2Гц)
Масса двигателя, кг:	0,3	0,4	1,4	1,2	1,5	3,5	4,5

Таблица 3. Энергетические характеристики ракет-носителей лёгкого класса

Ракета-носитель	Рокот	Стрела	Старт-1	Волна	Циклон	Штиль	Космос	Союз-2-1в
Масса ПН (Hкр = 400 км, i=97°(ССО)), т	1,1	0,9	0,35	0,07	1,4	0,26	0,8	1,5
Объем зоны ПН, м^3	13,0	4,0	2,5	2,3	22,5	1,8	10,0	20,0
Стоимость запуска, млн. у.е.	14,0	11,5	7,0	1,0	14,0	5,0	12,0	16,0

плазменный двигатель (ИПД), рабочим телом для которого является фторопласт (тефлон). Характеристики двигателей приведены в табл. 2 [12] .

Масса аппарата-инспектора однозначно определяется возможностями ракеты-носителя. Рассматривая в качестве опорной рабочей орбиты КА орбиту высотой 400 км и наклонением 97° (солнечно-синхронная орбита), примем в качестве массы аппарата-инспектора(ов) предельное значение массы полезной нагрузки, доставляемой носителем на указанную орбиту. В качестве средства выведения КА-инспектора будем рассматривать носители лёгкого класса, энергетические возможности которых приведены в табл. 3 [13].

Значения управляющих ускорений приведены в табл. 4, представляющей собой морфологическую таблицу для синтеза вариантов ЭРЭДМ (и одновременно определения носителя для КА-инспектора).

Табл. 4 может быть расширена за счёт введения дополнительных параметров: n – количество двигателей на борту КА и N – количества аппаратов, размещаемых в зоне полезной нагрузки носителя. Однако в качестве примера рассмотрим случай, когда КСОИ включает один КА-инспектор, на борту которого для каждого направления вектора тяги работает только один двигатель.

На первом этапе определим оптимальные проектный параметры ЭРЭДМ $p'_{opt} = (a_0^{opt}, c_{opt})$. Для этого с помощью табл. 1 найдем значение характеристической скорости, соответствующее наиболее “энергоёмкому” маневру: $V_{X\max}$ = 432,94 м/с.

Для найденного значения $V_{X\max}$ определим оптимальные проектные параметры ЭРЭДМ с помощью выражений (10) и (33). Зададим $T_{зад}$ = 2000 ч (данное значение задается исходя из требований к актуальности получаемой информации об инспектируемых объектах). Тогда оптимальные параметры ЭРЭДМ: a_0^{opt} = 6,01*10^{-5} м/с^2, c_{opt} = 12,41 км/с.

Найдем максимальную относительную полезную нагрузку с помощью (32): $\mu(a_0^{opt}, c_{opt})$ =0,925. Для расчёта относительной полезной нагрузки использовались следующие постоянные коэффициенты [6]: $\alpha_{ЭУ}$ = 30 кг/кВт; $\gamma_{ДУ}$ = 40 кг/Н; $\gamma_{СПХ}$ = 0,07; η = 0,3.

Следующим шагом является сравнение полученных оптимальных параметров ЭРЭДМ с реальными параметрами ДУ $p' = (a_0, c)$ (табл. 4). Очевидно, что для обеспечения заданного интервала времени $T_{зад}$, в течение которого должен быть осуществлён самый “энергоёмкий” манёвр, реальные параметры ЭРЭДМ должны превосходить оптимальные. Таким образом сравнение происходит по следующим условиям: $a_0 > a_0^{opt}$, $c > c_{opt}$, $P_{ДУ} > T_{зад}$, где $P_{ДУ}$ – ресурс двигателей ДУ. Данным условиям соответствует ограниченное количество вариантов из табл. 4 (светлые ячейки).

Следует отметить, что значение V_X найдено в первом приближении с учётом допущения о том, что характеристическая скорость зависит только от отклонений элементов орбиты, и не зависит от управляющего ускорения a_0. Однако, учёт такого возмущающего фактора, как нецентральность гравитационного поля Земли изменит значение V_X, а значит множество альтернатив также изменится. Учёт возмущающего действия остаточной атмосферы (на орбите высотой 400 км уровень возмущающего ускорения в период пика солнечной активности может достигать значения 3,47*10^{-6} м/с^2) также приведёт к изменению значения характеристической скорости манёвра и, как следствие, к дальнейшему сужению множества альтернатив (при неизменном $T_{зад}$). Таким образом, процесс определения дина-

Таблица 4. Значения управляющих ускорений, м/с^2

Масса ПН носителя, кг / *Тяга двигателя, Н*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
	*7,00*10^{-3}*	*1,00*10^{-2}*	*2,00*10^{-2}*	*3,00*10^{-2}*	*4,00*10^{-2}*	*8,50*10^{-2}*	*4,50*10^{-3}*
1100	6,36*10^{-6}	9,09*10^{-6}	1,82*10^{-5}	2,73*10^{-5}	3,64*10^{-5}	7,91*10^{-5}	4,09*10^{-6}
900	7,78*10^{-6}	1,11*10^{-5}	2,22*10^{-5}	3,33*10^{-5}	4,44*10^{-5}	9,67*10^{-5}	5,00*10^{-6}
350	2,00*10^{-5}	2,86*10^{-5}	5,71*10^{-5}	8,57*10^{-5}	1,14*10^{-4}	2,49*10^{-4}	1,29*10^{-5}
70	5,83*10^{-5}	8,33*10^{-5}	1,67*10^{-4}	2,50*10^{-4}	3,33*10^{-4}	1,14*10^{-3}	6,43*10^{-5}
1400	5,00*10^{-6}	7,14*10^{-6}	1,43*10^{-5}	2,14*10^{-5}	2,86*10^{-5}	6,01*10^{-5}	3,21*10^{-6}
260	2,69*10^{-5}	3,85*10^{-5}	7,69*10^{-5}	1,15*10^{-4}	1,54*10^{-4}	3,35*10^{-4}	1,73*10^{-5}
800	8,75*10^{-6}	1,25*10^{-5}	2,50*10^{-5}	3,75*10^{-5}	5,00*10^{-5}	1,09*10^{-4}	5,63*10^{-6}
1500	4,67*10^{-6}	6,67*10^{-6}	1,33*10^{-5}	2,00*10^{-5}	2,67*10^{-5}	5,80*10^{-5}	3,00*10^{-6}

Таблица 5. Значения относительной полезной нагрузки для различных типов ДУ

$\overline{\mu}$	0,925														
μ	0,729	0,907	0,909	0,689	0,890	0,886	0,562	0,858	0,908	0,895	0,775	0,073	0,708	0,885	0,902
$\max\limits_{Z} \rho$	1,270	1,020	1,018	1,342	1,040	1,044	1,648	1,078	1,019	1,034	1,193	12,623	1,307	1,045	1,026

мической характеристики манёвра (и, как следствие, процесс определения основных проектных параметров ЭРЭДМ) является итерационным.

Для выделенных значений в табл. 4 найдем относительную полезную нагрузку (7). Расчёт μ будем проводить с учётом допущения о постоянстве удельных массовых характеристик $a_{ЭУ}, g_{ДУ}, g_{СПХ}$ для всех двигателей (считая эти значения средними). Результаты расчёта приведены в табл. 5.

В табл. 5 также приведены величины степени неоптимальности, полученные с помощью (3). Определим универсальные параметры ЭРЭДМ $\overline{\overline{p'}}$ (5):

$$\min_{p' \in P \to} \max_{z \in Z} \rho(z, p') = 1{,}018\ (1{,}8\%), \quad \text{откуда}$$

$$\overline{\overline{p'}} = (8{,}57 * 10^{-5}\ м/c^2; 12{,}8 км/c).$$

Полученные универсальные параметры ЭРЭДМ однозначно определяют марку двигателя, массу КА-инспектора и тип ракеты-носителя. В данном случае: $\boldsymbol{M_{КА}}$ **= 350 кг**; марка двигателя – **СПД-60**, носитель – **"Старт-1"**. Кроме того, как было отмечено выше, вектор $p' = (a_0, c)$ определяет расширенное множество проектных параметров ЭРЭДМ: $N_{ЭРЭДМ}$ = 500 Вт; $S_{СБ\,ЭРЭДМ}$ = 2,5 м^2 (GaAs); $m_{РТ}$ = 11,92 кг (соответствует $V_{X\max}$ = 432,94 м/с); n = 1; P_{Σ} = 30 мН; R = 2500 ч.

7. ПОСТРОЕНИЕ МНОЖЕСТВА ПАРЕТО

Анализируя данные табл. 5 видно, что относительная масса полезной нагрузки, соответствующая минимальному значению максимальной степени неоптимальности имеет величину 0,925. Для определения оптимальной относительной полезной нагрузки КА-инспектора построим множества Парето в координатах "функциональная эффективность (информативность) – динамическая эффективность (суммарная характеристическая скорость)" (рис. 4) и "экономическая эффективность (стоимость) – динамическая эффективность (суммарная характеристическая скорость)" (рис. 5).

Множества будем строить, вводя следующие дополнительные зависимости и допущения: будем считать, что масса целевой аппаратуры составляет 50% от массы полезной нагрузки (другие 50% массы приходятся на бортовые обеспечивающие системы и элементы конструкции КА); примем значение удельной информативности равное υ_m = 2Мб/кг.

Для построения множества Парето "экономическая эффективность – динамическая эффективность" введём следующие дополнительные исходные данные (удельные стоимостные характеристики): $c_{ЦА}$ = 2,5 тыс. у.е./кг, $c_{СБ}$ = 30 тыс. у.е./кВт, $c_{РТ}$ = 26,2 тыс. у.е./кг (ксенон), $c_{дв}$ = 250 тыс. у. е. [12]. Воспользуемся простейшей моделью стоимости [14]:

$$C_{КСОИ} = C_{запуск} + 2(c_{ЦА} \cdot m_{ЦА}) + c_{РТ} \cdot m_{РТ} + c_{дв} \cdot n_{дв} + c_{СБ} \cdot S_{СБ}. \quad (34)$$

Переход к решению задач высшего уровня – определения всего множества параметров КСОИ и оценки её эффективности требует дополнительных исходных данных. В случае наличия досто-

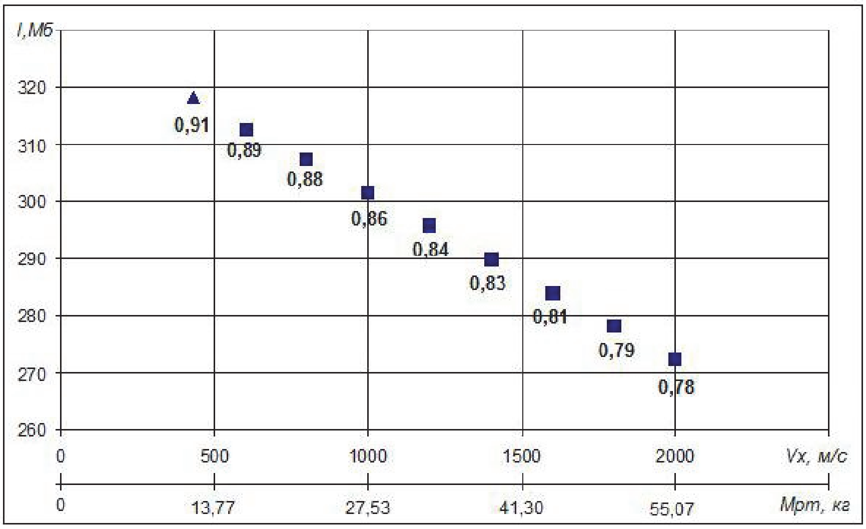

Рис. 4. Множество Парето "функциональная эффективность – динамическая эффективность"

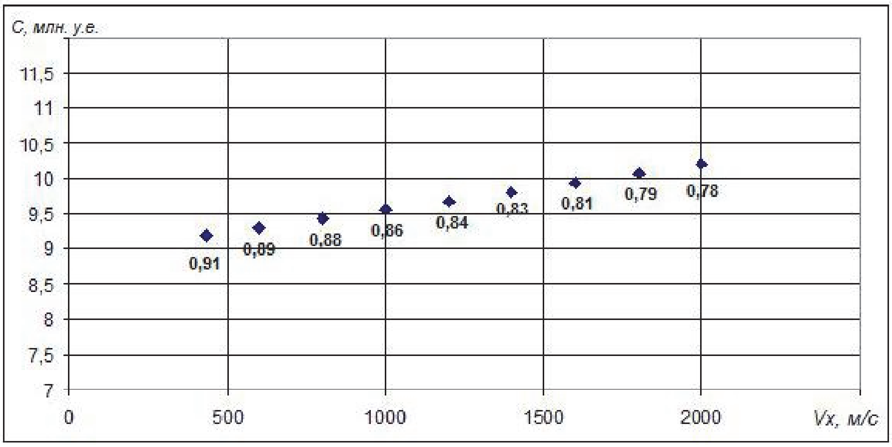

Рис. 5. Множество Парето "экономическая эффективность – динамическая эффективность"

верных исходных данных возможна объективная оценка эффективности системы в целом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Улыбышев Ю.П.* Оптимизация многорежимных траекторий сближения с ограничениями // Космические исследования. 2008. Т.46. №2. С. 133-147.
2. Применение электроракетных двигателей для выведения, коррекции орбиты и поддержания группировок спутниковых систем/ *Г. В. Малышев, В. М. Кульков, Ю. Г. Егоров* // Полёт. 2006. №7. С. 82 – 88.
3. *Иванов Д.С., Овчинников М.Ю.*Математическое моделирование управляемого движения многоэлементной системы // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2008. №72. 32 с.
4. *Брусов В.С., Салмин В.В.* Комбинированная двигательная система, универсальная для диапазона манёвров // Космические исследования. 1974. Т.12. №3. С. 368-373.
5. *Пиявский С.А., Брусов В.С., Хвилон Е.А.* Оптимизация параметров многоцелевых летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1974. 168 с.
6. *Салмин В.В.* Оптимизация космических перелётов с малой тягой. Проблемы совместного управления траекторным и угловым движением. М.: Машиностроение, 1987. 208 с.
7. Приближенные методы расчета оптимальных перелетов космических аппаратов с двигателями малой тяги / *В. В. Салмин, В. В. Васильев, С. А. Ишков и др.* // Вестник СГАУ. 2007. №1 (11). С. 37-52.
8. *Салмин В.В., Соколов В.О.* Приближенный расчёт манёвров формирования орбиты спутника Земли с двигателем малой тяги // Космические исследования. 1991. Т.29. №6. С.872-888.
9. *Салмин В.В., Ишков С.А., Старинова О.Л.* Методы решения вариационных задач механики космического полёта с малой тягой. Самара, СНЦ РАН. 2006. 164 с.
10. *Аппазов Р.Ф., Сытин О.Г.* Методы проектирования траекторий носителей и спутников Земли. М.: Наука, 1987. 440 с.
11. *Малышев В. В.* Методы оптимизации в задачах системного анализа и управления. М.: МАИ – ПРИНТ. 2010. 440 с.
12. *Горшков О.М.* Отечественные электроракетные двигатели сегодня // Новости космонавтики. 1999. №7. С. 31-35.
13. Анализ коммерческого потенциала отечественных средств выведения легкого и среднего классов на международном рынке космических услуг / *И.А. Биркин, А.И. Кузин, С.Н. Лозин* // Двойные технологии. 1998. №4. С. 3 – 15.
14. *Сердюк В.К., Толяренко Н.В.* Межорбитальные транспортные аппараты. Серия "Ракетостроение и космическая техника". М. 1985. Т9. 288 с.

THE ANALYSIS OF EFFICIENCY OF SATELLTE-INSPECTORS WITH ELECTROJET IMPELLENT MODULES

© 2011 I.S. Tkachenko, V.V. Salmin

Samara State Aerospace University

In work the technique of an estimation of efficiency of satellite-inspectors equipped electrojet impellent modules is considered. The general problem of system's multicriteria optimization is formulated. The dynamic problem of management by elements of an orbit and relative movement is allocated and the technique of its decision is offered. The procedure of calculation propulsive mass's reserve guaranteeing performance of set of operations of rapprochement with inspected object is offered. The algorithm of a choice of the basic design parameters of the satellite-inspector with electrojet impellent module is described.
Keywords: satellite-inspector, electrojet impellent module, space system of orbital inspection, dynamic operation, efficiency

Ivan Tkachenko, Post-Graduate Student at the Flying Vehicles Department. E-mail: innovatore@mail.ru
Vadim Salmin, Doctor of Technics, Professor, Head at the Flying Vehicles Department. E-mail: sputnik@ssau.ru