УДК 621.771.22/.24:669.2

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СИЛ НАТЯЖЕНИЯ ПО ШИРИНЕ ПОЛОСЫ ПРИ ГОРЯЧЕЙ ПРОКАТКЕ В НЕПРЕРЫВНОЙ ГРУППЕ СТАНА 2800

© 2011 А.М. Оводенко¹, Е.В, Арышенский², А.Ф. Гречникова¹, Э.Д Беглов¹

¹ ЗАО "Алкоа СМЗ", г. Самара

² Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева (национально исследовательский университет)

Поступила в редакцию 14.04.2011

В статье разработана математическая конечно-элементная модель горячей прокатки полосы в непрерывной группе стана Кварто 2800. С помощью созданной модели можно рассчитать распределение натяжений по ширине полосы на выходе из каждой клети непрерывной группы. Решение этой задачи позволяет подбирать технологические параметры процесса прокатки таким образом, чтобы они обеспечивали заданную планшетность листа.

Ключевые слова: горячая прокатка, непрерывная группа, метод конечных элементов, метод Галеркина, межклетьевое натяжение.

Как известно, в процессе прокатки листа его толщина непрерывно изменяется как в направлении длины проката – продольная разнотолщинность, так и в направлении его ширины поперечная разнотолщинность. Существуют эффективные системы регулирования толщины по длине полосы, и их теория хорошо разработана [1]. Иное положение с поперечной разнотолщиностью и связанного с ней показателя, называемого планшетностью.

Планшетность характеризует соответствие изделия плоской форме. Если поверхности, ограничивающие полосу с прямоугольным сечением по толщине, являются плоскими, то говорят что она планшетная [2] (рис. 1 а). Если же полосу невозможно ограничить по толщине прямоугольными поверхностями, то говорят о её непланшетности (рис. 1 б).

Непланшетность вызвана неравномерным распределением обжатий по ширине полосы, что приводит к несоответствию профиля полосы до и после деформации. Более деформируемые участки полосы испытывают большую деформацию в продольном направлении, и "тянут" за собой менее обжатые участки, которые естественно "сопротивляются" этому воздействию, т.е тормозят развитие деформации в продольном направлении. В результате в менее обжатых участках возникают растягивающие напряжения, а в соседних сжимающие, что приводит к короблению листа или непланшетности (рис. 2).

Особая сложность по определению и устранению непланшетности возникает при горячей прокатке в непрерывных многоклетьевых станах (рис. 3).

В таких станах полоса выглядит плоской даже тогда, когда неравномерность деформации по ширине листа уже достигла уровня потери устойчивости. Говорят, что в этом случае имеет место скрытая непланшетность, которая геометрически будет проявляться во время холодной прокатки. О наличии скрытой непланшетности при прокатке в непрерывной группе стана можно судить только по неравномерности распреде-



Рис. 1. Форма полосы: а – полоса планшетная; б – полоса, на которой наблюдается непланшетность

Оводенко Алексей Максимович, директор прокатного производства. E-mail: Alexey.ovodenko@alcoa.com Арышенский Евгений Владимирович, кандидат технических наук, ассистент кафедры «Обработка металлов давлением». E-mail: omd@ssau.ru

Гречникова Анна Федоровна, инженер-технолог прокатного производства. E-mail: Anna_gr17@yahoo.com Беглов Эркин Джадатович, кандидат технических наук, ведущий инженер прокатного производства. E-mail: beg@mail.radiant.ru





ления продольных сил натяжения по ширине полосы. Другими словами, данные о распределении величины удельного натяжения по ширине полосы равносильны информации о планшетности.

В связи с этим разработка математической модели определения продольных сил натяжения по ширине полосы при горячей прокатке в непрерывной группе стана 2800 весьма актуальна.

Рассмотрим деформацию прокатываемой полосы в непрерывной пяти-клетьевой группе стана 2800 (рис. 4). Известными величинами здесь являются: геометрические параметры профиля проката на входе в стан; размеры рабочих валков; обжатие получаемое металлом в каждой клети, а так же предел текучести материала и мощность привода стана. Необходимо определить распределение продольных сил натяжения, изменение геометрических размеров валка и величину давления на металл на выходе из каждой клети.

Профиль валка зададим следующей функцией

$$x_{3} = h(x_{1}, x_{2}) = \frac{(x_{1} - L_{\mathcal{I}})^{2}}{R} + H_{1i} + \delta h(x_{1}, x_{2}), (1)$$

где *R* — радиус рабочего валка; L_л — длина недеформированной дуги контакта

$$L_{\mathcal{A}} = \sqrt{(H_{0i} - H_{1i})^* R};$$



Рис. 3. Пятиклетьевая непрерывная группа прокатного стана "Кварто 2800"



Рис. 4. Схема очага деформации при прокатке в непрерывной группе

 $\delta h(x_1, x_2)$ – величина упругой деформации валков;

H_{0i}, H_{1i} – заданные входная и выходная номинальные толщины.

Введем допущение, что скорость полосы по *х*₃ можно задать линейно изменяющейся и равной $v_3 = 0$ на плоскости симметрии $x_1 O x_2$. Находим, её по следующему выражению

$$v_3 = \left(\frac{\partial h}{\partial x_1}v_1 + \frac{\partial h}{\partial x_2}v_2\right)\frac{x_3}{h},\qquad(2)$$

где $v_{_1}\!,\,v_{_2}\!,\,v_{_3}^{}$ – скорость полосы на осях 1,2 и 3 соответственно

Таким образом, задача сводится к определению проекций скорости полосы на плоскость

$$x_1 O x_2 egin{pmatrix} v_1(x_1,x_2) \ v_2(x_1,x_2) \end{pmatrix}$$
 . Для того, чтобы найти их, разо-

бьем плоскость x_1Ox_2 на прямоугольные девятиузловые конечные элементы [3] (рис. 5). При этом скорости $v_1(x_1, x_2)$ и $v_2(x_1, x_2)$ будут определяться во всех девяти узлах конечного элемента а давление у₀ (х₁,х₂) только в четырех узлах (1, 2, 3, 4) (рис. 6.)

Как следует из метода конечных элементов [4] непрерывная функция в узлах области решения аппроксимируется по следующей формуле.

$$\boldsymbol{\psi} = \begin{bmatrix} N_i, N_j, N_k \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi} \end{bmatrix}, \tag{3}$$

где Ψ – значения искомой величины в узлах элемента; N – функция формы элемента с соответству-

ющим номером узла $\beta = i, j, \kappa u.т.д.$ В нашем случае функции формы элемента в

локальных координатах для девяти узлов записываются следующим образом

$$N_{1} = \frac{1}{4} (\xi^{2} - \xi)(\eta^{2} - \eta),$$
$$N_{2} = \frac{1}{4} (\xi^{2} + \xi)(\eta^{2} - \eta),$$



Рис. 5. Разбиение области решения на конечные элементы



Рис. 6. Девятиузловой конечный элемент $(\eta, \xi -$ локальные оси координат в конечном элементе)

 $N_{3} = \frac{1}{4} (\xi^{2} + \xi)(\eta^{2} + \eta),$ $N_{4} = \frac{1}{4} (\xi^{2} - \xi)(\eta^{2} + \eta),$ $N_{5} = \frac{1}{4} (1 - \xi^{2})(\eta^{2} + \eta),$ $N_{6} = \frac{1}{4} (\xi^{2} + \xi)(1 - \eta^{2}),$ $N_{7} = \frac{1}{4} (1 - \xi^{2})(\eta^{2} + \eta),$ $N_{8} = \frac{1}{4} (\xi^{2} - \xi)(1 - \eta^{2}),$ $N_{9} = \frac{1}{4} (1 - \xi^{2})(1 - \eta^{2}).$

Зададим уравнения для определения неизвестных функций. Это будут два уравнения равновесия по осям x_1 и x_2 и условие неразрывности. При этом исходим из допущения что проекцией давления металла на валок на ось x_2 можно пренебречь:

$$\frac{\partial(\sigma_{11}h)}{\partial x_1} + \frac{\partial(\sigma_{12}h)}{\partial x_2} - p \frac{\partial h}{\partial x_1} + \frac{\Delta v_1}{\sqrt{\Delta v_1^2 + v_2^2}} \tau = 0;(5)$$

$$\frac{\partial(\sigma_{21}h)}{\partial x_1} + \frac{\partial(\sigma_{22}h)}{\partial x_2} - \frac{v_2}{\sqrt{\Delta v_1^2 + v_2^2}} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial h}{\partial x_1}\right)^2} \tau = 0;(6)$$

$$\frac{\partial(\sigma_{11}h)}{\partial x_1} + \frac{\partial(hv_2)}{\partial x_2} = 0, \quad (7)$$

(4) где $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}$ – компоненты тензора напряжений, $\sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$; *p* - величина нормального давления металла на валок.

 $\Delta v_1 = \mathbf{V}_{\mathrm{B}} - v_1, \quad \mathbf{V}_B$ - линейная скорость валка.

τ - напряжение трения касательное к поверхности валка.

Принимаем следующий закон трения:

$$\tau = m\sigma_s$$

где *m* - показатель трения, σ_s^{s} – предел текучести материала.

Граничные условия для уравнений (3), (4), (5)

$$\sigma_{11} = t_1(x_2);$$
 (8)

 $t_1(x_2)$ – равномерное натяжение (известное из начальных условий) на поверхностях ABFE и DCGH,

Для того чтобы воспользоваться уравнениями (5, 6, 7) в методе конечных элементов, необходимо привести их к уравнениям следующего вида:

$$\int_{R} N_{\beta} L(\phi) dR = 0, \beta = i, j, \kappa..., \qquad (9)$$

где R – область интегрирования;

 $L(\Psi)$ – дифференциальное уравнение, определяющие Ψ .

Затем мы аппроксимируем функцию ψ в узлах конечного элемента с помощью формулы (3), где ψ – узловые значения искомой величины.

Для того чтобы привести уравнения (5, 6, 7) к дискретному виду, воспользуемся методом взвешенных невязок с весовыми функциями $w_p(x_1, x_2) - для$ уравнения неразрывности и $w_1(x_1, x_2)$, $w_2(x_1, x_2) - для$ уравнений равновесия. Через А обозначена область интегрирования, представляющая собой пересечение плоскостью x_1Ox_2 . очага деформации (фигура ABCDEFGH на рис. 2). Тогда интеграл взвешенных невязок запишется следующим образом

$$I = \iint_{A} \left(\frac{\partial(\sigma_{1},h)}{\partial x_{1}} + \frac{\partial(hy)}{\partial x_{2}} \right) w_{p} dx dx_{2} + \iint_{A} \left(\frac{\partial(\sigma_{1},h)}{\partial x_{1}} + \frac{\partial(\sigma_{1},h)}{\partial x_{2}} - p \frac{\partial}{\partial x_{1}} + \frac{\Delta v_{1}}{\sqrt{\Delta v_{1}^{2} + v_{2}^{2}}} \tau \right) w_{l} dx dx_{2} + \\ + \iint_{A} \left(\frac{\partial(\sigma_{2},h)}{\partial x_{1}} + \frac{\partial(\sigma_{2},h)}{\partial x_{2}} - \frac{v_{2}}{\sqrt{\Delta v_{1}^{2} + v_{2}^{2}}} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial}{\partial x_{1}}\right)^{2}} \tau \right) w_{2} dx dx_{2}$$

$$(10)$$

В выражении (7) применяем интегрирование по частям. Для второго и третьего интегралов применяем формулу Грина [4] чтобы исключить производные по компонентам тензора напряжений. Для удобства записи выражение (10) представим как сумму $I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$. С помощью ввода в выражение (10) интеграла I_5 учтем граничное условие $\sigma_{11} = t_1(x_2)$;. Через Γ обозначена область интегрирования, представляющая собой пересечение прямоугольника DCGH (плоскости выхода металла из очага деформации, на котором мы задаем базовое значение натяжения) с плоскостью x_1Ox_2 . С учетом описанных выше преобразований выражение (10) запишется следующим образом:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5,$$

где
$$I_1 = \iint \left(\frac{\partial (\sigma_{11}h)}{\partial x_1} + \frac{\partial (hv_2)}{\partial x_2} \right) w_p dx_1 dx_2;$$

 $I_2 = -\iint_A h \left(\sigma_{11} \frac{\partial w_1}{\partial x_1} + \sigma_{12} \left(\frac{\partial w_2}{\partial x_1} + \frac{\partial w_1}{\partial x_2} \right) + \sigma_{22} \frac{\partial w_2}{\partial x_2} \right) w_1 dx_1 dx;$
 $I_3 = -\iint_A \left(p \frac{\partial h}{\partial x_1} - \frac{\Delta v_1}{\sqrt{\Delta v_1^2 + v_2^2}} \tau \right) w_1 dx_1 dx;$ (11)
 $I_4 = \iint_A \frac{v_2}{\sqrt{\Delta v_1^2 + v_2^2}} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial h}{\partial x_1} \right)^2} \tau w_2 dx_1 dx_2;$
 $I_5 = \iint_\Gamma h t_1 (x_2) w_1 d\Gamma$

Предполагаем, что материал жестко пластический. Следовательно, зависимость напряжений от деформаций можно выразить так:

$$\sigma_{11} = \sigma_0 + \eta \varepsilon_{11}; \quad \sigma_{22} = \sigma_0 + \eta \varepsilon_{22}; \quad \sigma_{12} = \eta \varepsilon_{12}; (12)$$
$$\eta = \frac{\sigma_{eq}}{3\varepsilon_{eq}} - \sigma_{eq} -$$
интенсивность девиатора напряжений,

 $\bar{\mathcal{E}}_{eq}$ – интенсивность тензора скоростей деформации. Зависимость $\bar{\sigma}_{eq}$ от $\bar{\mathcal{E}}_{eq}$ может быть получена по результам лабораторных испытаний на осадку или кручение.

Компоненты тензора скоростей деформации выражаются через скорости

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial v_1}{\partial x_1}; \quad \varepsilon_{22} = \frac{\partial v_2}{\partial x_2}; \quad \varepsilon_{12} = \varepsilon_{21} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right), \quad (13)$$

Компонента тензора деформации

$$\sigma_{33} = \sigma_0 + \eta \left(\frac{\partial h}{\partial x_1} v_1 + \frac{\partial h}{\partial x_2} v_2 \right).$$
(14)

Используя (12, 13 и 14) и предполагая $p = -\sigma_{33}$ интегралы I_2 и I_3 из выражения (11) можно переписать так:

$$I_{2} = \iint_{A} h\sigma_{0}(\varepsilon_{11}(w) + \varepsilon_{22}(w)) w_{i} dx_{i} dx_{2} + \iint_{A} 2\eta \left(\sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \varepsilon_{ij}(w) \varepsilon_{ij}(v) \right) w_{i} dx_{i} dx_{2}$$

$$(15)$$

$$I_{3} = \iint_{A} \left(\frac{\partial h}{\partial x_{1}} \frac{1}{h} \sigma_{0} \right) w_{1} dx_{1} dx_{2} + \iint_{A} \eta \frac{1}{h} \left(\frac{\partial h}{\partial x_{1}} v_{1} + \frac{\partial h}{\partial x_{2}} v_{2} \right) w_{1} dx_{1} dx_{2}$$
(16)

Тогда сумма интегралов *I* выражается через неизвестные функции $v_1(x_1, x_2)$, $v_2(x_1, x_2)$ и $\sigma_0(x_1, x_2)$ и соответствующие им весовые функции W_p, W_1, W_2 .

Теперь уравнения вида (11) приведенные к виду (9) аппроксимируем в соответствии с уравнением (3):

$$\langle v \rangle = \left\langle \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \end{matrix} \right\rangle = \left[N^v \right] \langle v \rangle^e = \left[\begin{matrix} N_1 & 0 & N_2 & \dots & 0 & N_9 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 \dots & N_8 & 0 & N_9 \end{matrix} \right] \left\langle \begin{matrix} v_{11}^e \\ v_{21}^e \\ \dots \\ v_{91}^e \\ v_{92}^e \end{matrix} \right\rangle;$$
(17)

$$\sigma_{o} = \langle N^{p} \rangle \langle \sigma_{0} \rangle = \langle N_{1}^{p}, N_{2}^{p}, N_{3}^{p}, N_{4}^{p} \rangle^{T} \langle \sigma_{01}^{e} \rangle \dots \\ \sigma_{04}^{e} \rangle;$$
(18)

(18.a)

Для вычисления интеграла I_5 по поверхности Гаппроксимируем натяжение на поверхности DCGH следующим выражением:

$$t(\mathbf{x}_{2}) = \left\langle N_{1}^{B}, N_{2}^{B}, N_{3}^{B} \right\rangle^{T} \left\langle \begin{matrix} t_{1}^{e} \\ t_{2}^{e} \\ t_{3}^{e} \end{matrix} \right\rangle.$$
(19)

Теперь, когда функции представлены дискретными величинами согласно методу конечных элементов [4], построим матрицу жесткости.

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} K_{\sigma \nu} \\ K_{\nu \sigma} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} K_{\nu \nu} \end{bmatrix} \left\langle \delta \right\rangle = \left\langle f \right\rangle, \quad (20)$$

где

$$\begin{bmatrix} K_{\sigma v} \end{bmatrix}^{e} = \iint_{A} \left\langle N^{P} \right\rangle \left\{ \left\langle \frac{\partial h}{\partial x_{1}} \\ \frac{\partial h}{\partial x_{2}} \right\rangle^{T} \begin{bmatrix} N^{v} \end{bmatrix} + h \left\langle m \right\rangle^{T} \begin{bmatrix} B \end{bmatrix} \right\} dx_{1} dx_{2}; (21)$$
$$\begin{bmatrix} K_{v\sigma} \end{bmatrix} = -\iint_{A} \left\{ h \begin{bmatrix} B \end{bmatrix}^{T} \left\langle m \right\rangle \right\} \left\langle N^{P} \right\rangle^{T} - \left(\frac{\partial h}{\partial x_{1}} \frac{1}{h} \right) \left[N^{v} \end{bmatrix}^{T} \left\langle m_{2} \right\rangle \left(N^{P} \right\rangle \right) dx_{1} dx_{2}; (22)$$

$$[K_{vv}] = \iint_{A} \left(-2\eta h \left([B]^{T} [B] \right) + \left([N^{v}] (m_{2}) \right) \left(\left\langle \frac{\partial h}{\partial x_{1}} \right\rangle^{T} [N^{v}] \right) \right) dx_{1} dx_{2}$$

$$(23)$$

$$\left\langle \delta \right\rangle^{T} = \left\langle \left\langle \sigma_{0} \right\rangle \right\rangle^{T} = \left\langle \sigma_{01}, \dots, \sigma_{0np}, v_{1}, \dots, v_{2nv} \right\rangle; (24)$$
$$\left[f \right] = \left\langle \left\langle f_{v} \right\rangle \right\rangle = \left\langle \iint_{\lambda} \left\{ \frac{\Delta v_{1}}{\sqrt{\Delta v_{1}^{2} + v_{2}^{2}}} \left[N^{v} \right]^{T} \langle m_{2} \rangle + \frac{v_{2}}{\sqrt{\Delta v_{1}^{2} + v_{2}^{2}}} \left[N^{v} \right]^{T} \langle m_{4} \rangle \right\} dx dx_{2} + \int_{\Gamma} h \langle N^{\theta} \rangle^{T} \langle t_{1} \rangle dT \right\rangle$$
$$(25)$$

Граничные условия (8) учтены интегралом по контуру Г, с использованием криволинейных аппроксимирующих, функций составляю-

щих вектор
$$\langle N^B \rangle$$
.

Чтобы составленная с помощью матрицы жесткости система уравнений имела решение введем еще одно допущение. Предполагаем, что на поверхности DCGH действуют только напряжения $y_{11} = t(x_2)$ и y_{33} .

В таком случае тензор напряжений примет вид

$$[\sigma] = \begin{vmatrix} t(x_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{vmatrix}.$$
 (26)

Тогда условие пластичности и формулу для определения нормального всестороннего сжатия у₀ для указанных поверхностей можно записать как

$$t(x_2)^2 - t(x_2)\sigma_{33} + \sigma_{33}^2 = \sigma_T^2/3; \quad (27)$$
$$\sigma_0 = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_3), \quad (28)$$

здесь σ_T предел текучести. Разрешая (27) относительно σ_{33} и подставляя полученное значение в выражение (28) получаем

$$\sigma_0(x_2) = \frac{1}{2} \left(t(x_2) - \frac{\sqrt{4\sigma_T^2 + t(x_2)^2}}{3} \right). \quad (29)$$

Модифицируем систему уравнений (21) следующим образом: удаляем все уравнения соответствующие узлам σ_0 , лежащим на границе DCGH, Столбцы матрицы $[K_{v\sigma}]$, соответствующие этим узлам, умножаем на значения полученные по (29) и переносим в правую часть, модифицируя век-

тор $\langle f \rangle$. Таким образом, мы определяем силовые условия в узлах, примыкающих к DCGH и система

уравнений становится разрешимой.

В результате решения системы уравнений (21) получаем вектор гидростатических давлений и скоростей течения металла (20). При моделировании прокатки в непрерывной группе клетей количество элементов для всех клетей выбираем одинаковым. Эти скорости зависят от распределения межклетьевых натяжений по ширине задаваемых граничным условием (8). Введем в рассмотрение функцию, представляющую собой рассогласование указанных скоростей

$$\Phi_{ij}\left(\vec{t}_{1},...,\vec{t}_{N}\right) = v_{ij}^{1} - v_{i+1j}^{0}, \qquad (30)$$

где N₁ – количество клетей непрерывного стана; v_{ij}^1 – выходная скорость в узле j клети i

стана; v_{i+1j}^0 – входная скорость в узле j клети i+1 t_i – вектор узловых значений переднего натяжения для клети і

Искомым распределением натяжений будет такое при котором

$$\Phi_{ij}\left(t_{1}^{-},...,t_{N}^{-},V_{1}...V_{N}\right) = 0.$$
 (31)

Кроме того, интегралы удельного натяжения по поверхности DCGH должны быть равны полному межклетьевому натяжению T_i , заданному как исходное данное в условиях задачи, в соответствии с (21)

$$\sum_{1}^{NeB} \int_{\Gamma} \left\langle N_B \right\rangle^T \left\langle t \right\rangle dx_2 = T_i.$$
 (32)

Число неизвестных в уравнениях (31),(32) равно количеству узлов в которых заданы натяжения, во всех клетях плюс количество клетей. Распределение натяжений, которое обеспечивает выполнение все этих равенств является решением при форме межвалкового зазора заданного выражением (1). Система уравнений (31) (32) нелинейная. Для ее решения применим последовательные приближения. В качестве начального приближения можно принять равномерное распределение натяжения. Допустим, что на очередном шаге вычислений распределение натяжений по клетям задано последователь-

ностью векторов $\langle t_1, ..., t_N \rangle$ и скоростей $\langle V_1^0 ... V_N^0 \rangle$. Тогда следующее приближение найдем из линеаризованной формы (31), (32):

$$\sum_{k} \frac{\partial \Phi_{ij}}{\partial V_{k}} \left(V_{k} - V_{k}^{0} \right) + \sum_{kl} \frac{\partial \Phi_{ij}}{\partial t_{kl}} \left(t_{kl} - t_{kl}^{0} \right) + \Phi_{ij} \left(\bar{t_{1}^{0}}, ..., \bar{t_{N}^{0}}, V_{1}^{0} ... V_{N}^{0} \right) = 0; \qquad (33)$$

$$\sum_{q}^{NeB} \int_{\Gamma} \left\langle N_{B} \right\rangle^{T} \left(\left\langle t \right\rangle - \left\langle t^{0} \right\rangle \right) dx_{2} = 0,$$

где k – номер приближения

q - номер сечения в котором находится значение натяжения.

Частные производные вычисляем как конечные разности, для этого решаем систему (18) при малых изменениях только одного из узловых значений натяжений. Расчет заканчиваем по достижению сходимости по модулю векто-

ра разности
$$\langle t \rangle - \langle t^0 \rangle$$
.

После каждого решения (18) производим пересчет упругих деформаций валков $\delta h(x_1, x_2)$, пользуясь известными методиками и аналитическими решениями для упругих деформаций полубесконечного тела под действием поверхностных нагрузок [5]. Таким образом, с помощью полученной математической модели можно определить распределение значений натяжений и давлений метала на валок по ширине прокатываемой полосы. Алгоритм реализации математической модели представлен на рис. 7.

выводы

1. Образование непланшетности и разнотолщинности листов и лент при горячей прокатке является следствием разной степени обжатия по ширине прокатываемой полосы, возникающей из-за упругой деформации валков.

2. Разработана конечно-элементная модель прокатки алюминиевой полосы в пятиклетьевом непрерывном стане горячей прокатки, позволяющая на основе заданных технологических параметров определить требуемую величину межклетьевого натяжения прогиб и упругую деформацию валков обеспечивающие равномерные обжатия по ширине полосы.

3. Предложен алгоритм компьютерной реализации математической модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Настройка, стабилизация и контроль процесса тонколистовой прокатки / Григорян Г.Г [и др.]. М.: Металлургия, 1975. 368 с.
- 2. Управление качеством тонколистового проката / В.Л. Мазур [и др.]. Киев: Техника, 1997. 385 с.
- 3. P.M. Dixit, Dixit U.S. Modeling of metal forming and machining processes : by finite element method and soft computing . Springer Verlag London Limited , 2008. 590 p.
- 4. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов [пер. с англ.]. М.: Мир, 1979. 392 с.
- 5. Формоизменение листового металла / Баркая Ф.Е [и др.]. М.: Металлургия, 1976. 260 с.



Рис. 7. Алгоритм реализации математической модели

DEVELOPMENTS MATHEMATICAL MODEL DISTRIBUTION TENSION FORCES ON WIDHT OF STRIP AT HOT ROLLING IN CONTINUOUS GROUP ROLLING MILL 2800

© 2011 A.M. Ovodenko¹, E.V. Aryshenskij², A.F. Grechnikova¹, E.D Beglov¹

¹Joint-Stock Company "Alcoa SMZ", Samara ²Samara State Aerospace University named after Academician S.P. Korolev (National Research University)

In the article is developed mathematical finite element model hot rolling in continuous group qvarto mill 2800. For the help created model it is possible to calculate distribution of tension on width of a strip on an exit from each mill of continuous group. The decision of this problem allows to select technological parameters hot rolling process so that they provided set flatness sheet.

Key words: hot rolling, continuous group, finite element method, Galerkin method, between mill tension.

Aleksey Ovodenko, Director of Rolling Division. E-mail: Alexey.ovodenko@alcoa.com Evgenie Aryshenskij, Candidate of Technics, Assistant Lecturer at the Metal Working Department. E-mail: omd@ssau.ru Anna Grechnikova, Engineer-Technologist. E-mail: Anna gr17@yahoo.com Beglov Erkin Djavdatovich Candidate of Technics, Leading Engineer. E-mail: beg@mail.radiant.ru