

УДК 535.42

## АСТИГМАТИЧЕСКОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ОДНОМЕРНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ МАТРИЦ ОПТИЧЕСКИХ ВИХРЕЙ

© 2011 С.Н. Хонина<sup>1</sup>, О.В. Зотеева<sup>2</sup>, С.В. Карпеев<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Учреждение Российской академии наук Институт систем обработки изображений РАН

<sup>2</sup> Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева

Поступила в редакция 06.05.2011

Рассмотрено преобразование одномерных распределений, в том числе согласованных с функциями Эйри, с помощью астигматических конвертеров. Рассмотрены различные типы конвертеров, включая одну цилиндрическую линзу. В результате таких преобразований можно формировать матрицы оптических вихрей различной конфигурации, что, в частности, расширяет возможности оптического микроманипулирования. В работе приведены результаты моделирования и натуральных экспериментов.

Ключевые слова: астигматическое преобразование, функции Эйри, оптические вихри

### ВВЕДЕНИЕ

Световые пучки с вихревыми фазовыми особенностями (оптические воронки) нашли применение в очень широком спектре областей, включая оптическое манипулирование микро- и нанообъектами (захват и управление движением вплоть до отдельных атомов), высокоточную метрологию, уплотнение записи информации и даже астрологические исследования [1-5], что объясняет большое количество работ и разнообразие подходов для решения задачи генерации таких пучков.

Сингулярные особенности в световых полях могут появляться при их прохождении через случайно-неоднородные и нелинейные среды. Также возможно возбуждение вихревых полей в лазерных резонаторах и многомодовых волоконных световодах. Наиболее простым и управляемым способом формирования вихревых полей является использование спиральных дифракционных оптических элементов (ДОЭ), а также динамических жидкокристаллических транспарантов (энергетическая эффективность последних пока еще довольно низка). Простейшими примерами таких ДОЭ являются спиральная фазовая пластинка и спиральный аксикон [6, 7]. Однако изготовление многоуровневого рельефа, характерного для упомянутых ДОЭ, все еще является довольно сложной проблемой. А применение квантованного (особенно бинарного) кодирования приводит к неизбежной потере эффективности.

*Хонина Светлана Николаевна, ведущий научный сотрудник, доктор физико-математических наук, профессор.*

*E-mail: khonina@smr.ru.*

*Зотеева Ольга Владимировна, студентка.*

*E-mail: zoteeva\_o@mail.ru.*

*Карпеев Сергей Владимирович, ведущий научный сотрудник, доктор физико-математических наук, профессор.*

*E-mail: karp@smr.ru.*

С другой стороны существуют модовые распределения, которые можно формировать с помощью простых в реализации бинарных ДОЭ с высокой (около 80%) эффективностью [8]. Примером таких распределений являются моды Эрмита-Гаусса (ЭГ), которые без потери энергии можно преобразовать в вихревые моды Лагерра-Гаусса (ЛГ) с помощью астигматических модовых конвертеров [9, 10].

В 1991 году Е. Абрамочкин и В. Волостников предложили получать ЛГ-моды из ЭГ-мод с помощью цилиндрических линз [9]. Было найдено интегральное преобразование мод ЭГ в моды ЛГ и представлены результаты натуральных экспериментов.

Тема получила активное развитие. В 1993 году была опубликована статья [10] нидерландских ученых. В ней рассматривается разложение ЛГ-моды в линейную комбинацию ЭГ-мод, что является простым и не самым затратным методом получения кольцевых мод. Также приведено моделирование конвертера, преобразующего ЭГ-моды произвольных высоких порядков в ЛГ-моды, и наоборот. Конвертер состоит из двух цилиндрических линз, и принцип его действия основан на использовании фазы Гоуи. Были рассмотрены астигматических  $\pi/2$ - и  $\pi$ -конвертеры.

Позже в работе [11] было проанализировано действие модового конвертера, обеспечивающего энергетически эффективное преобразование ЭГ-пучка в ЛГ-пучок, и наоборот. Данный конвертер представляет собой астигматический Фурье-преобразователь, состоящий из системы двух цилиндрических линз с перпендикулярными главными плоскостями, помещёнными между двумя сферическими линзами. Было показано, что данное устройство обладает меньшей чувствительностью к согласованию астигматических элементов.

В статье [12] проанализировано использование двухлинзового астигматического конвертера. На основе моделирования распространения пучков авторы исследовали влияние различных вариаций в реализации конвертера на результирующий пучок.

В [13] получены выражения для прохождения астигматических ЭГ-мод через параксиальную оптическую систему, которые позволяют вычислить распределение интенсивности излучения на заданной поверхности. В этой же статье рассматривается модовый астигматический конвертер, состоящий из трех цилиндрических линз, и показано, что стандартные моды идеально симметризируются, а элегантные моды распространяются через этот конвертер с искажениями. Поэтому во избежание искажений предпочтительно использование стандартных мод.

Подробнее о полиномах Эрмита и Лагерра говорится в статье [14]. Преимущество двумерных полиномов заключается в том, что они удовлетворяют условию ортогональности, в то время как использование двух одномерных полиномов связано с проверкой их ортогональности друг другу, и в случае невыполнения условия ортогонализации их соответствующим методом. Роль полиномов Якоби в теории двумерных полиномов Эрмита и Лагерра рассматривается в статье [15]. Это связано с абсолютно симметричными представлениями двумерных линейных ЛГ-групп и применением интегральных операторов, генерирующих двумерные полиномы Эрмита из степеней компонент двумерных векторов.

Со временем стало понятно, что определенный интерес могут вызывать не только кольцевые моды, но и различные замысловатые их формы и комбинации. В [16] демонстрируются методы генерации различных конфигураций вихревых фазовых сингулярностей из лазерных мод путём использования дифракционных решеток и астигматических конвертеров.

В связи с успешностью применения вихревых пучков в оптическом манипулировании (первые опыты с сильно сфокусированным гауссовым лазерным излучением были проведены в 1986 году [17]), множество недавних работ также посвящены данной тематике.

В статье [18] спиральный ЛГ-пучок был получен с помощью оптической системы, состоящей из трёх перпендикулярных цилиндрических линз. Распределение интенсивности и фазовая структура пучка были теоретически исследованы с использованием дифракционного интеграла Коллинза и метода декомпозиции мод. Также был проведён эксперимент, где микрочастицы были захвачены и повернуты с помощью сформированного спирального пучка. В статье [19]

продемонстрировано, каким образом можно использовать лазерные ЭГ- и ЛГ-моды в конструировании различных оптических “пинцетов”. Также использование астигматического модового конвертера из одной цилиндрической линзы при построении оптического “пинцета” рассматривается в [20].

Различные способы получения кольцевых мод и вихревых фазовых сингулярностей разной конфигурации приведены в статье [21], такие, как разбиение ЛГ-мод на сумму ЭГ-мод с соответствующими коэффициентами, использование астигматического модового конвертера, а также исследуется зависимость полученных результатов от угла поворота компонент конвертера.

В статьях [22, 23] также изучаются свойства лазерных мод и исследуется их поведение в различных условиях, приводятся способы получения вихревых фазовых сингулярностей с использованием апертур разных форм и размеров, а также с помощью изменения параметров лазерных пучков.

При моделировании астигматических конвертеров возникает вопрос применимости тех или иных моделей и точности прогнозируемых результатов. В работе [24] американскими учеными были изучены точность и эффективность использования скалярных дифракционных интегралов для описания действия дифракционных цилиндрических линз, а также обсуждались области их практического применения. Аналогичные рассуждения приводятся в [25], где рассматривается применение метода граничных элементов для расчета дифракции плоского пучка на дифракционных цилиндрических линзах с разным числом дискретных уровней. Показано, что дифракционная эффективность при использовании этого метода ниже, чем полученная в приближении Фраунгофера.

Также при описании астигматических оптических систем часто используют дробное преобразование Фурье (ДПФ) [26, 27, 28]. В [26] приводится систематический анализ принципов построения конвертеров на основе ДПФ полуцелого и иррационального порядков, найден наименьший порядок, который может применяться в астигматическом конвертере, и приведено сравнение результатов, полученных на основе дробного и обыкновенного преобразований Фурье. В [27] рассмотрена схема перестраиваемого астигматического  $\pi/2$ -конвертера, обеспечивающего использование входных пучков с изменяемой в два раза рэлеевской длиной, причем вариации длины самого оптического конвертера не превышают шестой части. Для перестройки фокусного расстояния цилиндрических компонент конвертера требуется только вращение одного из них вокруг своей оптической оси. Как

описывается авторами, это оказывается возможным в силу свойств выбранной оптической схемы конвертера.

В [28] рассмотрены различные типы астигматических модовых конвертеров и реализованы численные алгоритмы моделирования их действия при поступлении на вход произвольно заданных комплексных распределений, которые формируются с помощью дифракционных оптических элементов (ДОЭ). На основе дополнения трехлинзового и однолинзового астигматических конвертеров многопорядковыми ДОЭ были экспериментально выполнены одновременная конвертация набора из нескольких мод ЭГ в классические и эллиптические моды ЛГ, а также аналогичное преобразование набора оптических чистых вихрей.

Преобразование одномерных распределений с помощью цилиндрической линзы было рассмотрено в работе [29] как частный случай астигматических модовых преобразований.

В данной статье рассматривается преобразование одномерных распределений (или цилиндрических), представляющих собой дифракционные решетки, в том числе нерегулярные (например, согласованных с функциями Эйри), с помощью астигматических конвертеров.

Рассмотрены различные типы конвертеров, включая одну цилиндрическую линзу, и выполнен анализ характеристик, позволяющих достичь желаемого результата при наименьшей сложности оптической схемы.

На основе астигматического преобразования цилиндрических распределений можно с высокой дифракционной эффективностью формировать матрицы оптических вихрей с конфигурацией, зависящей от структуры на периоде решетки. В работе приведены результаты моделирования и натурных экспериментов.

## 1. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ОДНОМЕРНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Лазер может излучать световые пучки, которые самосогласованы между собой таким образом, что сохраняют свою структуру при распространении и фокусировке с точностью до масштаба. Такие пучки являются собственными колебаниями (модами) лазерных резонаторов, имеют жестко заданную форму и описываются двумя семействами специальных функций с разными типами симметрии: пучки ЭГ и ЛГ [11], при этом низший тип колебаний в этих семействах одинаков и описывается двумерной гауссовой функцией.

Световые поля, обладающие не только инвариантными модовыми свойствами, но и более об-

щими свойствами самовоспроизведения, такими как вращение поперечной картины интенсивности при распространении, имеют вихревые фазовые особенности [30]. Различные методы формирования вихревых пучков описаны во введении.

Рассмотрим подробнее метод генерации вихревых пучков, основанный на использовании астигматического преобразования пучков ЭГ  $H_{n,m}(x, y)$  в пучки ЛГ  $L_{p,q}(x, y)$ :

$$\iint_{R^2} \exp \left[ -i(x\xi + y\eta) + \frac{2i\xi\eta}{\rho^2} \right] H_{n,m} \left( \frac{\xi}{\rho}, \frac{\eta}{\rho} \right) d\xi d\eta = \\ = \frac{\pi \rho^2}{\sqrt{2}} (-1)^{n+m} \exp \left( -\frac{i\rho^2 xy}{4} \right) \begin{cases} (2i)^n m! L_{m-n} \left( \frac{\rho x}{2\sqrt{2}}, \frac{\rho y}{2\sqrt{2}} \right), n \geq m \\ (2i)^m n! L_{n-m} \left( \frac{\rho y}{2\sqrt{2}}, \frac{\rho x}{2\sqrt{2}} \right), n < m \end{cases} \quad (1)$$

Его частный вариант:

$$\iint_{R^2} \exp \left[ -i(x\xi + y\eta) + \frac{2i\xi\eta}{\rho^2} \right] H_{n,0} \left( \frac{\xi}{\rho}, \frac{\eta}{\rho} \right) d\xi d\eta = \\ = \frac{\pi \rho^2}{\sqrt{2}} (-2i)^n \exp \left( -\frac{i\rho^2 xy}{4} \right) L_{0,n} \left( \frac{\rho x}{2\sqrt{2}}, \frac{\rho y}{2\sqrt{2}} \right)$$

дает возможность синтеза “спиральных” пучков [29]  $\exp(-z\bar{z})z^n$  и может быть обобщен следующим образом:

$$\iint_{R^2} \exp \left[ -i(x\xi + y\eta) + \frac{2i\xi\eta}{\rho^2} - \frac{\eta^2}{\rho^2} \right] g \left( \frac{\xi}{\rho} \right) d\xi d\eta = \\ = \sqrt{\pi} \rho^2 \exp \left( -\frac{i\rho^2 xy}{4} \right) S(\rho(x + iy), \rho(x - iy)), \quad (2)$$

где  $g(x)$  – одномерное распределение.

Тогда спиральный пучок  $S(z, \bar{z})$ , полученный по формуле (2), имеет вид:

$$S(z, \bar{z}) = \exp \left( -\frac{1}{8} z\bar{z} + \frac{1}{8} z^2 \right) \int_R \exp(-\xi^2 - iz\xi) g(\xi) d\xi. \quad (3)$$

Через декартовы координаты выражение (3) записывается следующим образом:

$$S(x, y) = \exp \left( -\frac{1}{4} y^2 + \frac{1}{4} iy \right) \int_R \exp(-\xi^2 - ix\xi + y\xi) g(\xi) d\xi. \quad (4)$$

Как видно из выражения (4) выполнить такое астигматическое преобразование можно с помощью одной цилиндрической линзы.

### 1.1. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ОДНОМЕРНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

В работе [29] был рассмотрен один пример преобразования с простейшей решеткой, приведенной в первой строке табл. 1. В данном разде-

ле также представлены результаты преобразований для более сложных сигналов, которые позволяют определенным образом менять структуру выходного распределения. При этом двумерная выходная картина комплексного поля содержит набор оптических вихрей, расположение которых зависит от распределения нулевых значений входного сигнала. Наличие оптического вихря, т.е. вихревой фазовой сингулярности, легко можно определить по нулевому значению амплитуды в выходном распределении.

Хотя средства дифракционной оптики позволяют формировать практически произвольные

комплексные распределения, что достигается с помощью сложных, рассчитанных на компьютере микрорельефов [31], наиболее простыми в изготовлении являются бинарные фазовые оптические элементы.

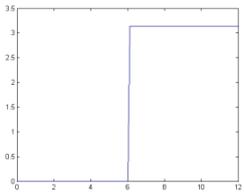
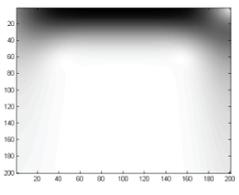
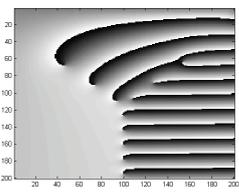
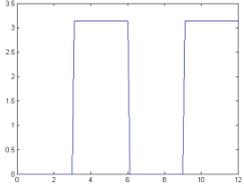
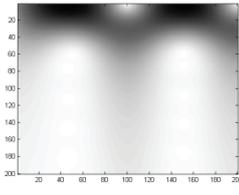
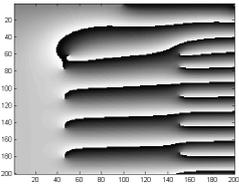
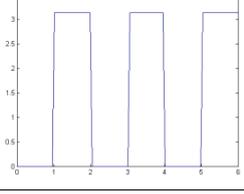
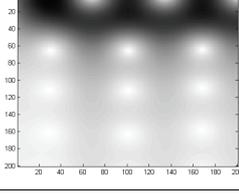
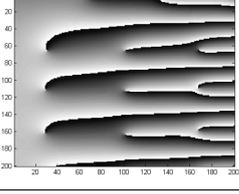
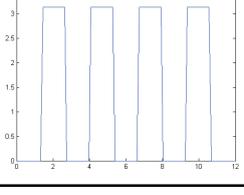
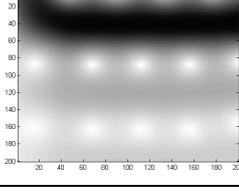
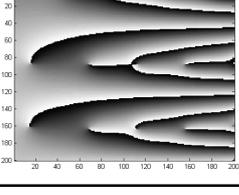
В табл. 2 приведены результаты моделирования астигматического преобразования одномерных распределений, производимых регулярными дифракционными решетками с бинарным фазовым рельефом. Таким образом, на вход подается чисто фазовая функция:

$$g(x) = \exp[i\varphi(x)], \quad (5)$$

**Таблица 1.** Астигматическое преобразование различных одномерных распределений

$g(\xi)$	Вид входного распределения	Инvertированная амплитуда выходного распределения
$g(\xi) = \sin(\xi),$ $\xi \in [-11\pi; 11\pi]$		
$g(\xi) = \sin(\xi) + \sin(\xi/2),$ $\xi \in [-6\pi; 6\pi]$		
$g(\xi) = \sin(\xi) + \sin(\xi/4),$ $\xi \in [-10\pi; 10\pi]$		
$g(\xi) = \sin(\xi) + \sin(\xi/2) +$ $+ \sin(\xi/3) + \sin(\xi/10),$ $\xi \in [-15\pi; 15\pi]$		
$g(\xi) = tg(\xi),$ $\xi \in [-6\pi; 6\pi]$		
$g(\xi) = arcctg(\xi),$ $\xi \in [-15\pi; 15\pi]$		

Таблица 2. Астигматическое преобразование фазовых бинарных одномерных распределений

Входное распределение, $\varphi(x)$	Выходное распределение	
	Амплитуда	Фаза
		
		
		
		

где вид  $\varphi(x)$  приведен в первой колонке табл. 2,  $x \in [0, 12]$ .

Положение нулей в этом случае соответствует скачкам фазы на  $\pi$  радиан и определяют структуру расположения оптических вихрей в выходном комплексном распределении. Положение оптических вихрей также хорошо наблюдается по фазовой картине – это места разветлений или так называемых бифуркаций.

### 1.2. МОДЕЛИРОВАНИЕ АСТИГМАТИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ, СОГЛАСОВАННЫХ С ФУНКЦИЯМИ ЭЙРИ

Интерес к функциям Эйри, возникший в конце семидесятых годов прошлого века в контексте квантовой механики [32], был реанимирован в последнее время в связи с новыми возможностями, которые предлагает дифракционная оптика в физической реализации математических абстракций. Среди других сопротивляющихся дифракции мод пучки Эйри выделяются особыми “баллистическими” свойствами, а именно параболическое отклонение от прямолинейной траектории основного лепестка при распространении в свободном пространстве [33].

Аналогично модам ЭГ двумерные пучки Эйри синтезируются из произведения одномерных распределений, однако основная проблема связана с усечением [33-36] этих пространственно бесконечных решений параксиального волнового уравнения.

Основное приложение пучки Эйри получили в оптическом манипулировании [37, 38], но как и модам ЭГ, такие пучки не обладают орбитальным угловым моментом, связанным с наличием вихревых фазовых особенностей.

Создать на основе одномерных пучков Эйри комплексные распределения, содержащие оптические вихри, можно с помощью астигматического конвертора и бинарных ДОЭ, согласованных с функциями Эйри [38].

Функции Эйри являются решением одномерного дифференциального уравнения:

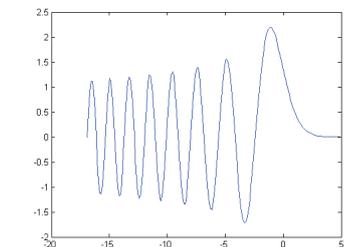
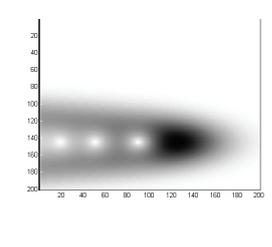
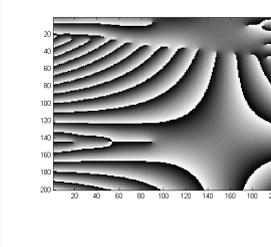
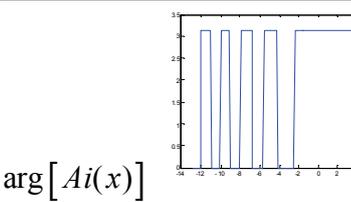
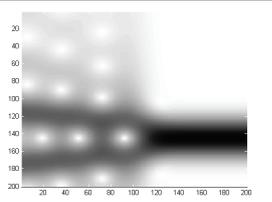
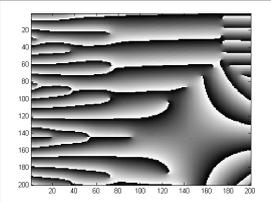
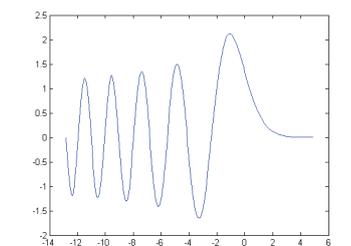
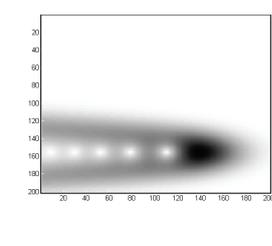
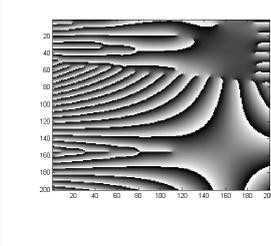
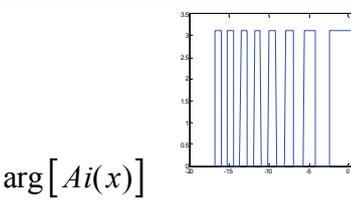
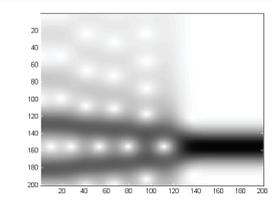
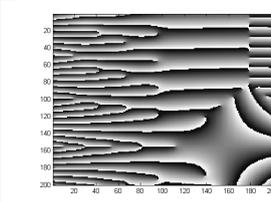
$$Ai''(x) - xAi(x) = 0, \tag{6}$$

и для действительных значений аргумента могут быть записаны в виде:

$$Ai(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{it^3}{3} + ixt\right) dt. \tag{7}$$

В случае простейшего бинарного фазового

Таблица 3. Астигматическое преобразование распределений, согласованных с функциями Эйри

Число нулей	Входная функция	Выходное распределение	
		Амплитуда	Фаза
n=10	$Ai(x)$ 		
	$\arg[Ai(x)]$ 		
n=15	$Ai(x)$ 		
	$\arg[Ai(x)]$ 		

кодирования [38] комплексная функция пропускания ДОЭ, формирующего пучок Эйри, представляется следующим образом:

$$g(x) = \exp\{i \arg[Ai(x)]\}. \quad (8)$$

Численные эксперименты по астигматическому преобразованию как самой функции Эйри (7), так и фазовой функции, вычисляемой по формуле (8), приведены в табл. 3. Усечение функций Эйри в (7) и (8) выполнялось как в работе [35] по количеству нулей.

Из табл. 3 видно, что имеется определенное сходство в получаемых на выходе распределениях. Однако в случае с использованием обычной усеченной функции Эйри формируется одномерная цепочка оптических воронок, а при подаче на вход согласованной бинарной фазовой функции – целая матрица оптических воронок. Проследить различие в положении вихревых фазовых сингулярных точек можно по фазовым картинкам выходных распределений.

## 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕЙСТВИЯ АСТИГМАТИЧЕСКИХ КОНВЕРТОРОВ

В ведении были описаны различные типы астигматических конвертеров, состоящих из различного числа цилиндрических и сферических линз. Классическим астигматическим модовым преобразователем является оптическая схема, приведенная на рис. 1а. Все элементы этой схемы находятся на фиксированных расстояниях друг от друга, включая входную и выходную плоскости и прохождение через такую систему удобно описывать с помощью дробного преобразования Фурье [26, 27].

Наиболее простым астигматическим преобразователем является система, содержащая всего одну цилиндрическую линзу (см. рис 1б). Прохождение светового пучка через цилиндрическую линзу, расположенную на расстоянии  $a$  от входной плоскости и расстоянии  $b$  от выходной плоскости,

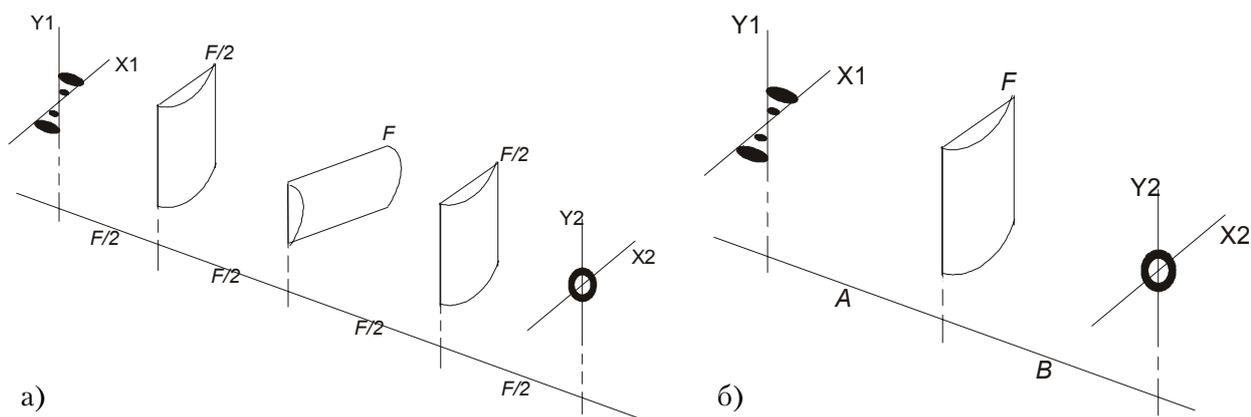


Рис. 1. (а) трёхлинзовый  $\pi/2$  - конвертер, (б) однолинзовая астигматическая схема

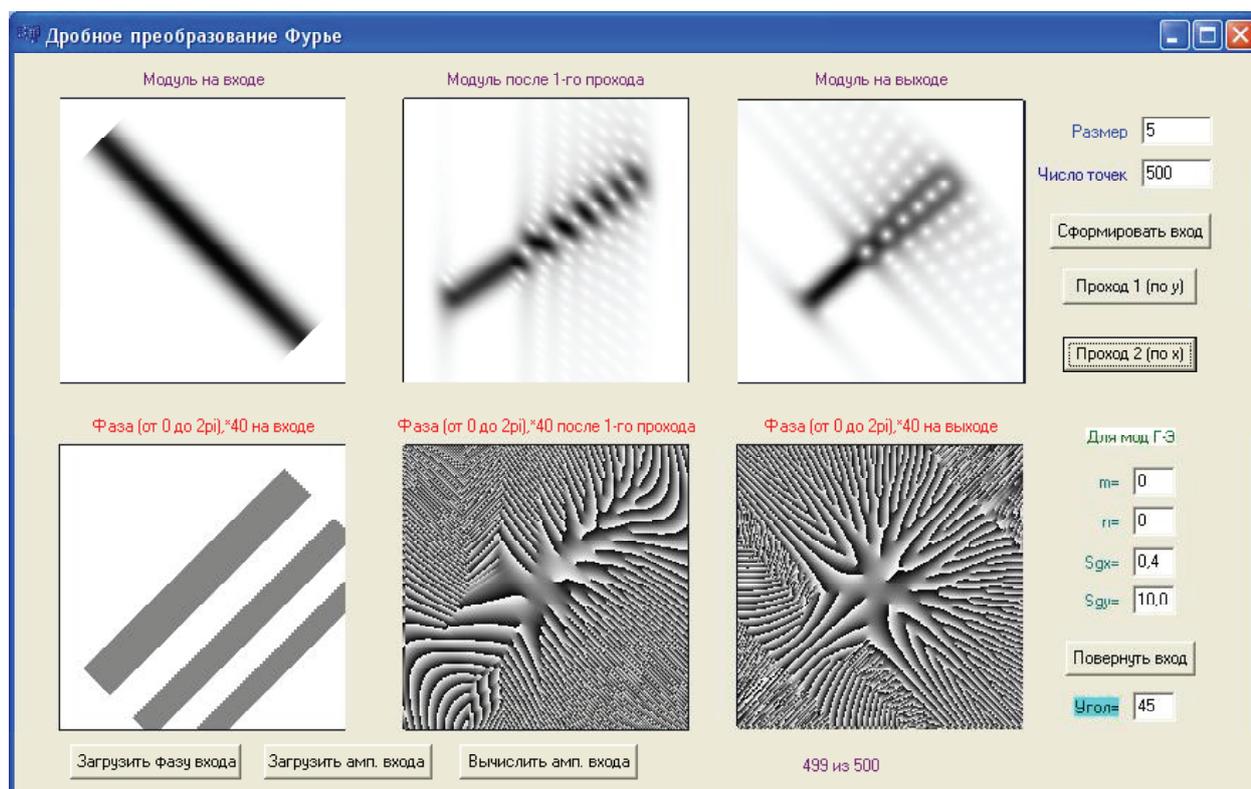


Рис. 2. Моделирование действия трёхлинзового конвертера

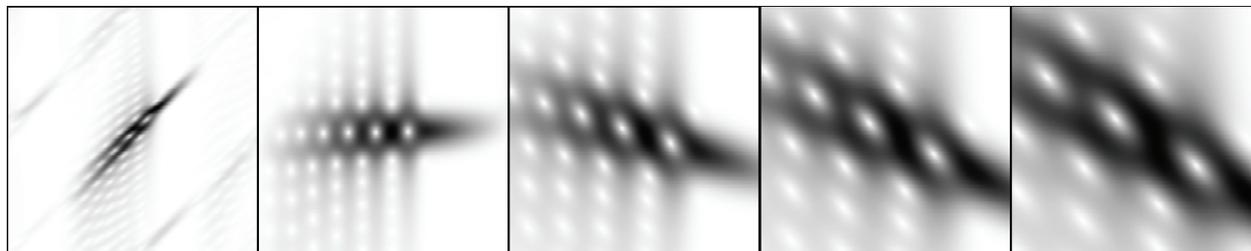


Рис. 3. Распределение амплитуды на различных расстояниях после цилиндрической линзы с фокусным расстоянием  $f = 300$  mm: (слева направо) 300 mm, 600 mm, 900 mm, 1200 mm, 1500 mm

можно моделировать как в рамках параксиальной, так и непараксиальной теории дифракции [28].

Результаты моделирования для входного поля, представляющего собой бинарную нерегулярную цилиндрическую решетку, согласован-

ную с одномерной функцией Эйри, усеченной по 6 нулям, приведены на рис. 2 и 3.

На рис. 2 показан скриншот программы, моделирующей прохождение светового пучка, сформированного освещением бинарной фазо-

вой решетки размером 5 mm эллиптическим гауссовым пучком с радиусами перетяжки  $\sigma_x = 0,4\text{ mm}$  и  $\sigma_y = 10\text{ mm}$ , через трехлинзовый конвертер. Как видно, формируется симметричная матрица оптических вихрей.

На рис. 3 представлены результаты аналогичного моделирования для однолинзовой астигматической системы. Параметры моделирования: фокусное расстояние цилиндрической линзы  $f=300\text{ mm}$ , размер входного поля  $d = 6\text{ mm}$ , расстояние до линзы было выбрано  $a=0$ , а расстояние после линзы  $b$  варьировалось от 300 mm до 1500 mm. Как видно, формируется также матрица оптических вихрей, которая при распространении вращается как единое целое.

### 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ АСТИГМАТИЧЕСКОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПУЧКОВ ЭЙРИ

Фазовый ДОЭ размером  $2 \times 2\text{ mm}^2$ , пред-

ставленный на рис. 4а был использован в оптической схеме, показанной на рис. 4б, для выполнения экспериментального астигматического преобразования с использованием одной цилиндрической линзы с фокусным расстоянием  $f=300\text{ mm}$ .

Микрообъектив М в расширителе пучка 8X использовался совместно с точечной диафрагмой диаметром 50 мкм. Фокусное расстояние коллимирующего объектива 58 mm. При этом размер освещающего пучка вполне достаточен.

Результаты, полученные в такой системе в случае, когда ДОЭ устанавливается вплотную к цилиндрической линзе и освещается через наложенный на ДОЭ экран с узкой щелью шириной 0,8 mm, представлены на рис 5.

Сравнение результатов моделирования и эксперимента позволяют сделать вывод о согласовании полученных результатов. Наличие периферийных оптических вихрей в экспериментальных картинах плохо видны из-за низкого уровня

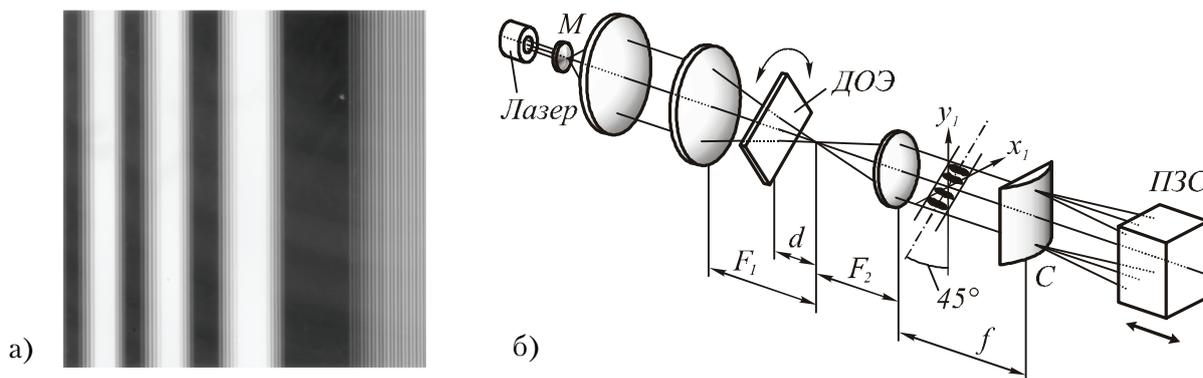


Рис. 4. Бинарный ДОЭ, формирующий лазерные пучки Эйри (а) и оптическая схема однолинзового астигматического преобразователя (б)

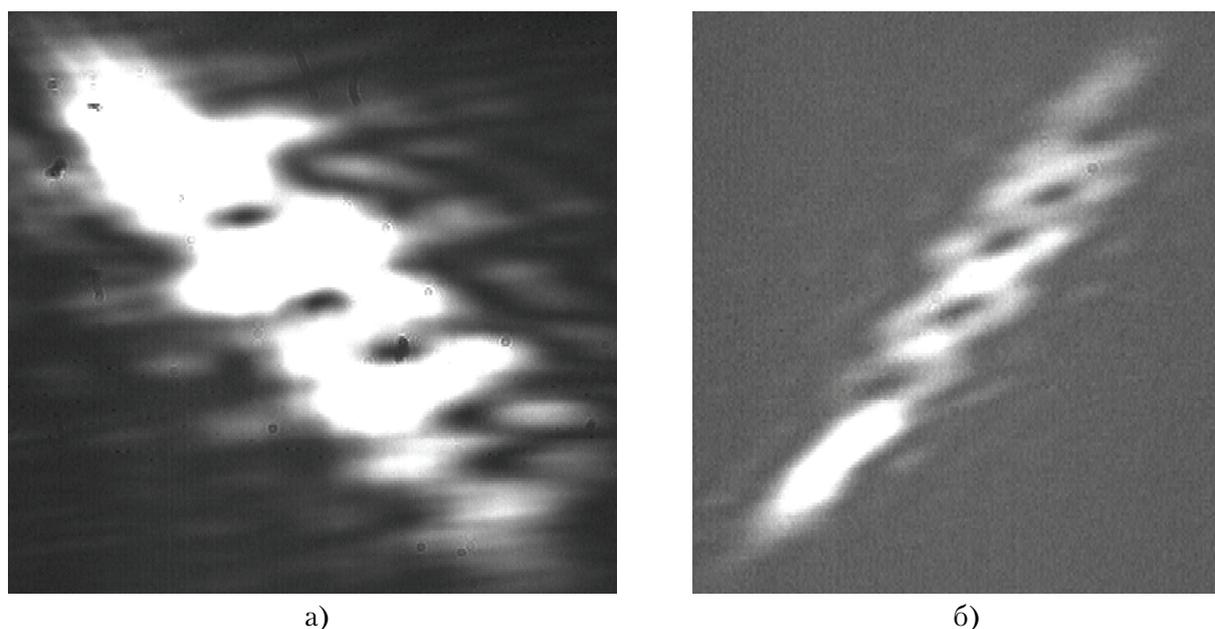


Рис. 5. Экспериментальные результаты астигматического преобразования лазерного пучка Эйри на расстоянии  $z = 300\text{ mm}$  (а) и  $z = 600\text{ mm}$  (б) от цилиндрической линзы.

интенсивности в этой области.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрено преобразование одномерных распределений, в особенности согласованных с функциями Эйри, с помощью астигматических конвертеров. В результате таких преобразований можно формировать двумерные матрицы оптических вихрей различной конфигурации, что, в частности, расширяет возможности оптического микроманипулирования.

Проведено моделирование и анализ преобразования амплитудных и фазовых бинарных сигналов: последние значительно проще в реализации и позволяют формировать более сложные картины. Также компьютерное моделирование показало работоспособность однолинзового астигматического конвертера в данной задаче. Результаты натуральных экспериментов с преобразованием пучков Эйри, созданных с помощью бинарных дифракционных решеток, находятся в согласии с результатами численного моделирования.

### БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при поддержке российско-американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» (грант CRDF PG08-014-1), грантов РФФИ 10-07-00109-а, 10-07-00438-а и гранта Президента РФ поддержки ведущих научных школ НШ-7414.2010.9.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сойфер В.А., Котляр В.В., Хонина С.Н.* Оптическое манипулирование микрообъектами: достижения и новые возможности, порожденные дифракционной оптикой // Физика элементарных частиц и атомного ядра 2004. Вып. 35(6) С. 1368-1432.
2. *Maria Dienerowitz, Michael Mazilu, Peter J. Reece, Thomas F. Krauss and Kishan Dholakia.* Optical vortex trap for resonant confinement of metal nanoparticles // Opt. Express 16(7) 4991-4999 (2008).
3. *Wang W., Ishii N., Hanson S.G., Miyamoto Y. and Takeda M.* Phase singularities in analytic signal of white-light speckle pattern with application to micro-displacement measurement // Opt. Commun. 248, 59-68 (2005).
4. *Levenson M., Tan S.M., Dai G., Morikawa Y., Hayashi N., Ebihara T.* The vortex via process: analysis and mask fabrication for contact CDs < 80nm // SPIE 5040, pp. 344-370, 2003
5. *Grover A. Swartzlander, Jr., Erin L. Ford, Rukiah S. Abdul-Malik, Laird M. Close, Mary Anne Peters, David M. Palacios, and Daniel W. Wilson.* Astronomical demonstration of an optical vortex coronagraph // Opt. Express 16(14) 10200-10207 (2008)
6. *Khonina S.N., Kotlyar V.V., Shinkaryev M.V., Soifer V.A., Uspleniev G.V.* The phase rotor filter // J. Modern Optics, 39 (5), 1147-1154 (1992).
7. *Kotlyar V.V., Khonina S.N., Soifer V.A., Lautanen J., Honkaken M., Turunen J.* Diffractive optical elements for

- generation of Bessel and Gaussian laser modes // Optics and Optoelectronics, ed. O.P.Nijhawan Narosa Publishing House, 1, 216-227 (1998).
8. *Хонина С.Н.* Формирование мод Гаусса-Эрмита с помощью бинарных ДОО. II. Оптимизация апертурной функции // Компьютерная оптика. 1998. Вып.18. С. 28-36.
9. *Abramochkin E., Volostnikov V.* Beams transformations and nontransformed beams // Optics Communications. 1991. № 83. p. 123-135.
10. *Beijersbergen M.W., Allen L., van der Veen H.E.L.O., Woerdman J.P.* Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum // Optics Communications. 1993. № 96. p. 123-132.
11. *Алексеев А.Н., Алексеев К.Н., Бородавка О.С., Воляр О.В., Фридман Ю.А.* Конверсия пучков ЭГ и ЛГ в астигматической оптической системе: 1 эксперимент // Письма в ЖТФ. 1998. № 17. С. 68-73.
12. *Courtial J., Padgett M.J.* Performance of a cylindrical lens mode converter for producing Laguerre-Gaussian laser modes // Optics Communications. 1999. № 159. p. 13-18.
13. *Wu P., Lu B.* Analytical propagation equation of astigmatic Hermite-Gaussian beams through a paraxial optical system and their symmetrizing transformation // Optics & Laser Technology. 2003. № 35. p. 497-504.
14. *Wunsche A.* Hermite and Laguerre 2D polynomials // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2001. № 133. p. 665-678.
15. *Wunsche A.* The role of Jacobi polynomials in the theory of Hermite and Laguerre 2D polynomials // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2003. № 153. p. 521-529.
16. *Yoshikawa Y., Sasada H.* Versatile generation of optical vortices based on paraxial mode expansion // Optical Society of America. 2002. № 10. p. 2127-2133.
17. *Ashkin A., Dziedzic J. M., Bjorkholm J.E., Chu S.* Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles // Optics Letters. 1986. № 11. p. 288-290.
18. *Gao M., Gao C., Lin Z.* Generation and application of the twisted beam with orbital angular momentum // Chinese Optics Letters. 2007. №2. p. 89-92.
19. *Sato J., Endo M., Yamaguchi S., Nanri K., Fujioka T.* Simple annular-beam generator with a laser-diode-pumped axially off-set power build-up cavity // Optics Communications. 2007. № 277. p. 342-348.
20. *Sridhar H., Cohen M.G., Noe J.V.* Creating optical vortex modes with a single cylinder lens // Photonics West. 2010. SPIE 7613 - 33 V. 4.
21. *Ohtomo T., Chu S. C., Otsuka K.* Generation of vortex beams from lasers with controlled Hermite- and Ince-Gaussian modes // Optical Society of America. 2008. № 7. p. 5082-5094.
22. *Okuda H., Sasada H.* Significant deformations and propagation variations of Laguerre-Gaussian beams reflected and transmitted at a dielectric interface // Optical Society of America. 2008. № 4. p. 881-890.
23. *Otsuka K., Chu S.C.* Generation of vortex array beams from a thin-slice solid-state laser with shaped wide-aperture laser-diode pumping // Optics Letters. 2009. № 1. p. 10-12.
24. *Bendickson J.M., Glytsis E.N., Gaylord T.K.* Scalar integral diffraction methods: unification, accuracy, and comparison with a rigorous boundary element method with application to diffractive cylindrical lenses // Optical Society of America. 1998. № 7. p. 1822-1837.
25. *Glytsis E.N., Harrigan M.E., Hirayama K., Gaylord T.K.* Collimating cylindrical diffractive lenses: rigorous

- electromagnetic analysis and scalar approximation // *Applied Optics*. 1998. № 1. p. 34-43.
26. Малютин А.А. Использование дробного Фурье-преобразования в  $\pi/2$ - конвертерах лазерных мод // *Квантовая электроника*. 2004. №2. С. 165-171.
  27. Малютин А.А. Перестраиваемый астигматический  $\pi/2$  - конвертер лазерных мод // *Квантовая электроника*. 2004. №2. С. 172-174.
  28. Хонина С.Н., Карпеев С.В., Устинов А.В. Расширение функциональных возможностей модовых астигматических конвертеров на основе применения дифракционных оптических элементов // *Известия Самарского научного центра РАН*. 2009. Т.11. № 5. С. 13-23.
  29. Абрамочкин Е.Г., Волостников В.Г. Спиральные пучки света // *Успехи физических наук*. 2004. № 12. С. 1273-1300.
  30. Khonina S.N., Kotlyar V.V., Soifer V.A., Honkanen M., Lautanen J., Turunen J. Generation of rotating Gauss-Laguerre modes with binary-phase diffractive optics // *Journal of Modern Optics*, 46 (2), 227-238 (1999).
  31. Методы компьютерной оптики [под ред. В.А. Соифера]. Издание 2-е, исправленное. Учебник. М.: Физматлит, 2003, 688 с.
  32. Berry M.V., Balazs N.L. Nonspreiding wave packets // *Am. J. Phys.* 47(3), 264-267 (1979).
  33. Siviloglou G.A., Christodoulides D.N. Accelerating finite energy Airy beams // *Opt. Letters* 32(8), 979-981 (2007).
  34. Banders M.A., Gutierrez-Vega J.C. Airy-Gauss beams and their transformation by paraxial optical systems // *Opt. Express* 15(25), 16719-16728 (2007).
  35. Хонина С.Н., Волотовский С.Г. Ограниченные 1D пучки Эйри: лазерный веер // *Компьютерная оптика*. 2008. Т. 32, № 2. С. 168-174.
  36. Хонина С.Н., Волотовский С.Г. Зеркальные лазерные пучки Эйри // *Компьютерная оптика*. 2010. Т. 34. №2. С. 203-213.
  37. Jörg Baumgartl, Michael Mazilu and Kishan Dholakia. Optically mediated particle clearing using Airy wavepackets // *Nature Photonics* 2, 675 - 678 (2008)
  38. Хонина С.Н., Скиданов Р.В., Мусеев О.Ю. Формирование лазерных пучков Эйри с помощью бинарно кодированных дифракционных оптических элементов для манипулирования микрочастицами // *Компьютерная оптика*. 2009. Т. 33, № 2. С. 138-146.

## GENERATION OF INHOMOGENEOUSLY POLARIZED LASER BEAMS OF HIGH ORDER BY MEANS OF DIFFRACTIVE OPTICAL ELEMENTS

© 2011 S.N. Khonina<sup>1</sup>, O.V. Zoteeva<sup>2</sup>, S.V. Karpeev<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Institution of Russian Academy of Sciences, Image Processing Systems Institute of RAS, Samara

<sup>2</sup>Samara State Aerospace University

Astigmatic transformation of one-dimensional distributions, such as Airy functions, is considered. Various types of astigmatic converters, including one cylindrical lens are considered. As a result of such transformations it is possible to form matrices of optical vortices of a various configuration, which, in particular, expands possibilities of an optical micromanipulation. Results of modelling and natural experiments are discussed.

Keywords: astigmatic transformation, Airy functions, optical vortices

---

*Svetlana Khonina, Leading Researcher, Doctor of Physics and Mathematics, Professor. E-mail: khonina@smr.ru.*  
*Olga Zoteeva, Student. E-mail: zoteeva\_o@mail.ru.*  
*Sergei Karpeev, Leading Researcher, Doctor of Physics and Mathematics, Professor. E-mail: karp@smr.ru.*