## УДК 621.77

# МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРИ ОРТОГОНАЛЬНОМ РЕЗАНИИ НА ОСНОВЕ АНАЛИТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОЧАГА ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

## © 2011 А.И. Хаймович, О.С. Сурков, И.Н. Хаймович

# Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет)

#### Поступила в редакцию 27.09.2011

В данной статье рассмотрена аналитическая модель процесса ортогонального резания, на её основе предложена методика оптимизации параметров режущего инструмента. Ключевые слова: математическая модель, процесс резания, пластическая деформация

В настоящее время в связи с интенсивным развитием технологии обработки материалов резанием, обусловленным появлением режущего инструмента, способным обрабатывать закаленный материал с твердостью до 50HRC (hard machining) актуальной задачей является изучение процессов пластической деформации в зоне режущей кромки. Вместе с тем получить точную однозначную аналитическую модель процессов резания в виде системы функций, устанавливающих связи между геометрией инструмента и технологическими параметрами резания в виду сложности процесса резания на современном этапе не представляется возможным. Задачей настоящего исследования является исследование процессов в зоне резания, а также разработка методики поиска оптимальной геометрии лезвийного инструмента, в частности переднего угла и радиуса при вершине режущего клина, на основе аналитических моделей процесса резания методами теории пластичности. Полученные результаты имеют самостоятельное значение, кроме того могут быть использованы как вектор начального приближения при уточнении полученного решения указанными численными методами.

На современном этапе получили широкое развитие методы виртуального моделирования процессов резания с помощью САЕ – систем. Применение новых подходов и методов моделирования в области значительных пластических деформаций, а также постоянно пополняемые базы данных по реологическим свойствам деформируемых материалов, позволяют получить точное численное решение в виде поля интенсивности скоростей деформаций, поля напряжений и температурного поля со значениями близкими к действительным. Например, на рис. 0-1 представлены результаты поиска оптимального радиуса при вершине резца по критерию минимизации контактных напряжений методом МКЭ в виде нескольких отдельных проанализированных моделей [2].

Для получения аналитического описания пластического течения при резании целесообразно очаг пластической деформации (ОПД) разбить на характерные области, определить их геометрические границы, размеры которых представить как функции параметров резания, например глубины резания, радиуса при вершине режущего элемента, переднего угла режущего элемента. Полученные функциональные связи можно далее использовать для построения аналитической модели ОПД, устанавливающую зависимость энергосиловых параметров в зоне резания от параметров резания с целью оптимизации последних для данных условий механической обработки.

Руководствуясь изложенным подходом, будем поэтапно решать поставленную задачу.

Анализ пластических областей в ОПД при резании позволяет сделать вывод, что геометрия областей хорошо описывается в цилиндрических координатах.

На рис. 1 и рис. 2 представлены характерные области очага пластической деформации (ОПД) в зоне резания с сегментными границами, описанные в 2-х противонаправленных цилиндрических системах координат с разнесенными началами.

Область 1 и 2 рисунка 2 соответствуют области первичной интенсивной деформации в зоне резания, область 3 (область стружки) – зона вторичной деформации, образованной трением по передней грани режущего клина. Области 1, 2, 3

Хаймович Александр Исаакович, кандидат технических наук, доцент кафедры механической обработки материалов. E-mail: berill samara@bk.ru

Сурков Олег Станиславович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Производство двигателей летательных annapamoв». E-mail: ossvbm@mail.ru

Хаймович Ирина Николаевна, доктор технических наук, доцент кафедры «Обработка металлов давлением». E-mail: berill\_samara@bk.ru





Experiments no. 8, 9, and 1(from left): cutting speed = 300 ft/min (91.44 m/min), feed = 0.003 in. (0.0762 mm), rake angle = 5°(tool holder), clearance angle = 6°, chamfer angle = (-) 20° / Friction: Zorev Model.





Рис. 2. Области очага пластической деформации при ортогональном резании с неотрицательным углом  $\gamma$ 

являются пластичными, область 4 – жесткой. Интенсивные деформации сдвига, вызывающие относительные смещения областей из-за разрыва скоростей движения материала наблюдаются по границам областей 1-4, 2-4, и 2-3.

Обозначим через S, S<sub>2</sub> соответственно глубину резания и толщину стружки.

Получаем в соответствии с рисунками 2 и 3 7 неизвестных линейных размеров ОПД – R,,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  h и 3 неизвестных угловых размера  $Q_1, Q_2, Q_3$  при задаваемых априори известных величинах S, g – переднего угла и r<sub>1</sub> – радиуса при вершине инструмента.

Введем безразмерные величины, характеризующие степень деформации в областях 1, 2, 3 (рис. 2).

$$\lambda_1 = \frac{R_1}{r_1}, \lambda_2 = \frac{R_2}{r_2}, \lambda_3 = \frac{R_3}{r_3},$$
 (1)

где  $l_1 = \lambda_i - 1$  – степень деформации в і области и коэффициент  $\lambda_s = \frac{S}{S_2}$  – усадка (уширение)

Используя соотношения (1), в соответствии с рис. 1 и 2 получаем:

$$R_{1} = \frac{S}{\sin Q_{1}}; r_{1} = \frac{S}{\sin Q_{\lambda}}; R_{2} = \frac{S}{\sin Q}; r_{2} = r_{1};$$

$$\sin Q_{1} = \frac{S}{2\lambda_{1}(r_{u}\cos(\frac{\pi - 2\gamma}{4}) + h)}; R_{3} = \frac{S\lambda_{3}\sin Q}{\lambda_{1}\sin Q(1 - \lambda_{5}\sin Q)};$$

$$r_{3} = \frac{S}{\lambda_{1}\sin Q}(\frac{\lambda_{5}\sin Q}{1 - \lambda_{5}\sin Q} + 1) - \frac{S}{\sin Q};$$

$$Q_{3}^{2} = Q - \gamma; \lambda_{3} = \frac{\cos \frac{Q_{3}}{2}}{\sin Q}; \lambda_{2} = \frac{\lambda_{1}\sin Q}{\sin Q}; \lambda_{3} = \frac{\lambda_{5}\sin Q}{1 - \lambda_{1}\sin Q(1 - \lambda_{5}\sin Q)}.$$
(2)

где  $Q = Q_1 + Q_2$ В результате получаем систему из 15 уравнений (1)-(2), которые связывают между собой 13 размеров ОПД и 4 относительных параметра  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_5$ , характеризующие силовой режим резания.

Чтобы уравнять количество уравнений и неизвестных, выберем из числа рассмотренных





стружки.

пару независимых размеров, которые будем определять методами теории пластического деформирования. В качестве такой пары размеров целесообразно использовать пару  $\{\lambda_1, Q_2\}$ .

В нашем случае любой геометрический размер  $L = \{l \mid l = r_1...r_3, R_1...R_3, Q_1...Q_3\}$ , характеризующий форму ОПД при вершине инструмента, определяется из соотношения:

$$l_{i} = f_{i}(\{\lambda_{1}, Q_{2}\}, \{r_{u}, \gamma\}, S), \quad (3)$$

где  $\{\lambda_1, Q_2\}$  - параметры, задающие форму ОПД,  $\{r_u, \gamma\}$  - размеры инструмента, которые вместе с глубиной резания S задают размеры ОПД.

Параметры  $\{\lambda_1, Q_2\}$ , определяющие форму ОПД, можно найти, используя экстремальные принципы механики сплошных сред, в частности, принцип виртуальных скоростей.

Согласно этому принципу, если кинематически допустимое поле скоростей, т.е. поле, удовлетворяющее граничным условиям неразрывности, минимизирует мощность пластической деформации  $P_{\Sigma}(v_i)$ , определенной на этом поле скоростей  $v_i$ , то поле  $v_i$  приближается к действительному:

$$\left\{\lambda_{1}, Q_{2}\right\} = \left\{\lambda_{1}^{'}, Q_{2}^{'} / P_{\Sigma}(v_{i}(\lambda_{1}^{'}, Q_{2}^{'})) \rightarrow \min\right\}. (4)$$

Таким образом, значения l<sub>1</sub> и Q, близкие к действительным значениям, определятся из решения системы уравнений:

$$\frac{\partial P_{\Sigma}(\lambda_1, Q_2)}{\partial \lambda_1} = 0; \quad \frac{\partial P_{\Sigma}(\lambda_1, Q_2)}{\partial Q} = 0.$$
(5)

В свою очередь, для заданного из технологических соображений диапазона глубин резания  $S_{\min} \leq S \leq S_{\max}$  правильно подобранная геометрия лезвийного инструмента, т.е. параметры  $\{r_u, \gamma\}$  минимизируют силы резания, а, следовательно,  $P_{\Sigma}\{r_u, \gamma\}$ :

$$\{r_u, \gamma\}_{opt} = \{r_u, \gamma \mid P_{\Sigma}(r_u, \gamma) \to \min\}.$$
 (6)

С другой стороны, из соображений прочности правомерно ограничение

$$\frac{\delta P_{r_u}}{v_0} \leq [\sigma_{\kappa p}], \tag{7}$$

где  $\delta P_{r_u}$  – локальная мощность пластической деформации у радиуса  $r_u$ ,  $\sigma_{\kappa p}$  – некоторое критическое напряжение, превышение которого приводит к повышенному износу инструмента,  $v_0$  – скорость резания.

Изложенное позволяет сформулировать задачу оптимизации геометрии лезвийного инструмента в следующей постановке.

1. Пусть область определения геометрических параметров задана как  $x = \{r_u, \gamma, S, \lambda_1, Q_2\},\$  где область допустимых значений

$$X = \left\{ x \left| \frac{\partial P_{\Sigma}(x)}{\partial \lambda_{1}} = 0, \frac{\partial P_{\Sigma}(x)}{\partial Q_{2}} = 0, S = S_{0}, \frac{\delta P_{r_{u}}}{v_{0}} \le [\sigma_{r_{\mu}}] \right\};$$

X – определено на множестве R,

$$X \subset R, \ R = \{x \mid (0 < r_u \le 0, 4), (0 \le \gamma \le \frac{\pi}{3})\}.$$

2. Целевая функция  $P_{\Sigma}(r_u,\gamma)$  отображает Х на множество R следующим образом:

 $P_{\Sigma}(r_{u},\gamma): X \xrightarrow{P_{\Sigma}=P_{\Sigma}(x)} R$ , где функция мощности пластической деформации  $P_{\Sigma}(r_{u},\gamma)$  удовлетворяет критериям поиска

$$P_{\Sigma}(r_u, \gamma) \to \min_{x \in X}$$

Для  $\forall \{r_u, \gamma\} \subset R$  существует область ограничений по параметрам  $l_1$  и  $Q_2$ :  $Y = \{\lambda_1, Q_2 \mid \lambda_{1\min} \leq \lambda_1 \leq \lambda_{\max}, Q_{2\min} \leq Q_2 \leq Q_{2\max}\}.$ Для поиска области оптимальных значений

для поиска области оптимальных значении параметров  $\{r_u, \gamma\}_{opt}$  лезвийного режущего инструмента был применен следующий алгоритм.

Рассматривалась область допустимых значений искомых параметров

$$\begin{split} R &= \{(r_u, \gamma \mid 0 \leq r_u \leq r_{u \max}, 0 \leq \gamma \leq \frac{\pi}{6}\} \quad \text{для} \\ \text{глубин резания } S_{\min} \leq S \leq S_{\max}, \text{ где для} \\ \forall \{r'_u, \gamma'\} \subset R \text{ по приведенному на рисунке 4} \\ \text{алгоритму определялась область ограничений Y.} \\ \text{Далее задавалось кинематически допустимое} \\ \text{поле скоростей } v_j = v_j (l_i (\lambda_1, Q_2)) \text{ для 4 об-} \\ \text{ластей ОПД, где } l_i (\lambda_1, Q_2), i = \overline{1, n} - \text{один из} \\ \text{геометрических размеров ОПД. Аналитически определялась целевая функция} \\ P_{\Sigma} = P_{\Sigma} (\lambda_1, Q_2, r_u, \gamma), \{r_u, \gamma\} \subset R, \text{где } P_{\Sigma} - \text{диссипация мощности пластической деформации по ОПД, определенная на кинематически$$
 $допустимом поле скоростей v_j. \\ \text{Находились } \{\lambda_1, Q_2\}, \text{минимизирующие } P_{\Sigma}: \end{split}$ 

Находились  $\{\lambda_1, Q_2\}$ , минимизирующие  $P_{\Sigma}$ :  $P_{\Sigma}(\lambda_1, Q_2, r_u, \gamma) \xrightarrow{\{\lambda_1, Q_2\}} \min_{\{\lambda_1, Q_2\}} \min_{\{\lambda_1, Q_2\}} CY$ 

Последовательно повторяя рассмотренные шаги, строилась поверхность отклика  $P_{\Sigma}(\lambda_1, Q_2, r_u, \gamma)$ , которая ограничивалась поверхностью уровня  $\frac{\delta P_{r_u}(\lambda_1, Q_2, r_u, \gamma)}{v_0} \leq [\sigma_{\kappa p}],$ 

По поверхности отклика определялась область оптимальных значений  $\{r_u, \gamma\} \to opt$ , локализованная в области минимальных значений  $P_{\Sigma}$ .

Рассмотрим предложенный алгоритм более детально. Диссипация мощности пластической деформации  $P_{\Sigma}$  определится как сумма мощностей деформации по областям 1,2, 3 (рисунок 2)



Рис. 4. Алгоритм расчета ограничений по геометрическим границам ОПД

и сумме мощностей относительного сдвига между областями 1-4, 2-4, 2-3, относительного скольжения между областью 3 и 1 и передней гранью инструмента.

Аналитическое определение мощности пластической деформации в указанных областях изложено ниже.

Область 1 ограничена размерами  $r_1 \le r \le R$ ,  $0 \le \varphi \le Q_1$ . Граничные условия по скорости течения:

$$v_r \mid_{r=r_1} = v_0, v_{\varphi} \mid_{\varphi=0} = 0, v_r \mid_{r=R_1} = 0, (8)$$

где v<sub>0</sub> – скорость резания.

Возможное кинематически допустимое поле скоростей, удовлетворяющее граничным условиям (7) зададим следующим образом:

$$v_r = v_0 \frac{\left(\frac{R_1}{r} - 1\right)}{\lambda_1 - 1} \cos n\varphi; v_{\varphi} = \frac{v_0}{n} \cdot \frac{\left(\frac{2R_1}{r} - 1\right)}{\lambda_1 - 1} \sin n\varphi.$$
(9)

Компоненты тензора скорости деформации для плоского деформированного состояния определяются зависимостями:

$$\dot{\varepsilon}_{rr} = \frac{\partial v_r}{\partial r}; \dot{\varepsilon}_{\varphi\varphi} = \frac{1}{r} \frac{\partial v_{\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{v_r}{r}; 2\dot{\varepsilon}_{r\varphi} = r \frac{\partial}{\partial r} (\frac{v_r}{r}) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi}, (10)$$

где

$$\dot{\varepsilon}_{rr} = -\frac{v_0}{\lambda_1 - 1} \cdot \frac{R_1}{r^2} \cos n\varphi; \ \dot{\varepsilon}_{\varphi\varphi} = -\dot{\varepsilon}_{rr};$$
$$\dot{\varepsilon}_{r\varphi} = -\frac{2v_0}{n(\lambda_1 - 1)} \cdot (\frac{R_1}{r^2} - \frac{1}{r}) \sin n\varphi$$

Интенсивность скорости деформации для плоского деформированного состояния задается выражением:

$$(\dot{\varepsilon}_{2})_{1} = \frac{\sqrt{2}}{3} (\dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij})^{1/2} = \frac{\sqrt{2}}{3} (4\dot{\varepsilon}_{rr}^{2} + 6\dot{\varepsilon}_{r\varphi}^{2})^{1/2}, (11)$$

где  $\mathcal{E}_{ij}$  – рассмотренные компоненты девиатора скорости деформации.

После подстановки соответствующих значений  $\dot{\mathcal{E}}_{ij}$ ,  $i, j = \{r, \varphi\}$  в уравнение для интенсивности скорости деформации и используя в качестве  $\dot{\mathcal{E}}_{r\varphi}$  её верхнюю оценку

$$|\dot{\varepsilon}_{r\varphi\max}| \geq |\dot{\varepsilon}_{r\varphi}|; \ \dot{\varepsilon}_{r\varphi\max} = -\frac{v_0}{2n(\lambda_1 - 1)} \cdot \frac{R_1}{r^2} \sin n\varphi ,$$

также получаем верхнюю оценку  $(\dot{\mathcal{E}}_2)_1$ :

$$(\dot{\varepsilon}_2)_1 \le 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{v_0}{\lambda_1 - 1} \cdot \frac{R_1}{r^2}.$$
 (12)

Рассмотрим пластическое течение в области 3, ограниченной следующими размерами:

$$r_3 \le \rho \le R_3, -\frac{Q_3}{2} \le \varphi_3 \le \frac{Q_3}{2}.$$
 (13)

Граничные условия для области 3 определяются из условия непрерывности нормальных составляющих скорости на границах. В соответствии с обозначенным принципом имеем:

$$v_{\varphi_{3}}|_{\varphi_{3}=-\frac{Q_{3}}{2}}=v_{\varphi}|_{\varphi=Q}; v_{\rho}|_{\rho=R_{3}}\cdot\cos\varphi_{3}=v_{0\alpha}, v_{0\alpha}=\frac{v_{0}}{\cos Q-\frac{Q_{3}}{2}}.$$
 (14)

С учетом (16) рассмотрим следующее поле скоростей

$$v_{\rho} = v_{0\alpha} \left(\frac{\rho}{R_3}\right)^k \cos \varphi_{3,\beta}$$
$$v_{\varphi_3} = (k+1)v_{0\alpha} \left(\frac{\rho}{R_3}\right)^k \left[\sin \frac{Q_3}{2} - \sin \varphi_3\right] + C(\rho)_{0,\beta} (15)$$

Верхняя оценка коэффициента  $C(
ho)_0$  определяются зависимостью

$$C(\rho)_0 = \frac{v_0}{n} \cdot \frac{2\frac{R_1}{r} - 1}{\lambda_1 - 1} \sin nQ \le \frac{v_0}{n} \cdot \frac{2\lambda_1 - 1}{\lambda_1 - 1} \sin nQ = C(\rho)_{\max} (16)$$

Запишем компоненты тензора скоростей деформации и окружной скорости v<sub>j</sub> для несжимаемой среды:

$$\dot{\varepsilon}_{\rho\rho} = k \frac{v_{o\alpha}}{R_3} (\frac{\rho}{R_3})^{k-1} \cos \varphi_3 = -\dot{\varepsilon}_{\varphi\varphi}.$$
(17)

$$\dot{\varepsilon}_{\rho\varphi_3} = -\frac{k^2}{2} \cdot \frac{v_{o\alpha}}{R_3} (\frac{\rho}{R_3})^{k-1} \sin\varphi_3 \cdot [1 + A(\rho, \varphi_3)],$$

где для  $\dot{\mathcal{E}}_{\rho\varphi_3}$  можно дать следующую оценку:

$$\dot{\varepsilon}_{\rho\varphi_3} \leq -\frac{k^2}{2} \cdot \frac{v_{o\alpha}}{R_3} \left(\frac{\rho}{R_3}\right)^{k-1} \sin\varphi_3 \cdot \left[1 + A(\rho,\varphi_3)_{\max}\right].$$
(19)

$$A(\rho,\varphi)_{\max} = \left[\frac{v_0 R_3}{v_{0\alpha} n(\lambda_1 - 1)k^2} \left(\frac{2\lambda_1}{r_1} - (2\lambda_1 - 1) \cdot \frac{1}{R_3}\right) \cdot \frac{1}{\sin \frac{Q_3}{2}} - \frac{1 - k^2}{k^2}\right]. (20)$$

Интенсивность скорости деформации для области 3 определяется выражением:

$$(\dot{\varepsilon}_{2})_{3} = \frac{\sqrt{2}}{3} (4\dot{\varepsilon}_{\rho\rho}^{2} + 6\dot{\varepsilon}_{\rho\phi_{3}}^{2})^{\frac{1}{2}}.$$
 (21)

Подставив соответствующие значения  $\dot{\mathcal{E}}_{\rho\rho}$ и оценку для  $\dot{\mathcal{E}}_{\rho\varphi_3}$  в (21) и учитывая принятую

величину  $k = 2\sqrt{\frac{2}{3}}$ , получаем следующую оценку для  $(\dot{\mathcal{E}}_2)_3$ :

$$(\dot{\varepsilon}_{2})_{3} \leq 2\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{v_{o\alpha}}{R_{3}} (\frac{\rho}{R_{3}})^{2\sqrt{\frac{2}{3}}-1} B_{\max},$$
 (22)

где

$$B_{\max} = [1 + A(\rho, \varphi_3)_{\max} (A(\rho, \varphi_3)_{\max} + 2) \sin^2 \frac{Q_3}{2}]^{\frac{1}{2}}.$$

Диссипация мощности пластической деформации при ортогональном резании в соответствии с принятым делением ОПД на области 1-4 задается суммой мощностей пластической деформации P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, P<sub>3</sub> по областям 1,2, 3 и суммой мощностей относительного сдвига по границам заданных областей:

$$P_{1} = \int_{0}^{Q_{1}} \int_{r_{1}}^{R_{1}} \sigma_{s}(\dot{\varepsilon}_{2}) \cdot (\dot{\varepsilon}_{2})_{1} r dr d\varphi;$$

$$P_{2} = \int_{Q_{1}}^{Q} \int_{r_{2}}^{R_{2}} \sigma_{s}(\dot{\varepsilon}_{2}) \cdot (\dot{\varepsilon}_{2})_{1} r dr d\varphi;$$

$$P_{3} = \int_{-Q_{3}/2}^{Q_{2}/2} \int_{r_{3}}^{R_{3}} \sigma_{s}(\dot{\varepsilon}_{2}) \cdot (\dot{\varepsilon}_{2})_{3} \rho d\rho d\varphi_{3};$$

R

$$P_{1-4} = \int_{R_2}^{R_1} \tau_S \cdot (v_r(r = R_2, \varphi = Q_1) - v_r(r, \varphi = Q_1)) dr;$$

$$P_{2-3} = \int_{r_3}^{R_3} \tau_s(v_\rho(Q = -\frac{Q_3}{2}, \rho)d\rho - \int_{r_2}^{R_2} v_r(\varphi = Q, r)dr;$$
  
$$P_{2-4} = \int_{Q_1}^{Q} \tau_s \cdot (v_\varphi(\varphi, r = R_2) - v_\varphi(\varphi = Q_1, r = R_2))R_2d\varphi$$

$$P_{3-un} = \int_{-\frac{Q_3}{2}}^{\frac{Q_3}{2}} \tau_s \cdot v_{\varphi_3}(\rho = R_3, \varphi_3) R_3 d\varphi_3;$$

$$P_{1,2-uu} = \int_{0}^{U} \tau_{s} \cdot v_{\varphi} (r = r_{1}, \varphi) r_{1} d\varphi$$

В итоге, диссипация мощности пластической деформации для рассмотренных областей применительно к жестко-пластичному телу  $\sigma_s(\dot{\varepsilon}_2) = \sigma_s$  определяется зависимостями:

$$P_{1} \leq 2\frac{\sqrt{2}}{3}\sigma_{s}\frac{v_{0}}{\lambda_{1}-1}R_{1}Q_{1}\ln\lambda_{1}, \qquad (23)$$

$$P_{2} \leq 2 \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_{s} \frac{v_{0}}{\lambda_{1} - 1} R_{1} (Q - Q_{1}) \ln \lambda_{2}, \qquad (24)$$

$$P_{3} \leq 0.62 \frac{v_{0\alpha} \sigma_{S}}{\cos \gamma} (1 - \frac{1}{\lambda_{3}^{2.633} (\lambda_{S}, \alpha_{1}, S, r_{u})}) \cdot B_{\max} Q_{3.}(25)$$

$$P_{1-4} = \tau_s \frac{v_0}{\lambda_1 - 1} \left[ \frac{R_1}{R_2} (R_1 - R_2) - \ln \frac{R_1}{R_2} \right] \cos nQ_1, \ (26)$$

$$P_{2-4} = \frac{\tau_s}{n} \cdot \frac{v_0 R_2}{\lambda_1 - 1} (\frac{2R_1}{R_2} - 1) [\frac{\cos nQ_1 - \cos nQ}{n} + \sin nQ_1 - \sin nQ] \cdot (27)$$

$$P_{1,2-u_H} = \tau_s \frac{v_0}{n^2} r_1 \left(1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - 1}\right) (1 - \cos nQ).$$
 (28)

$$P_{3-uu} = 2\tau_s v_0 R_3 \left(\frac{k+1}{\cos\gamma} \cdot \cos\left(\frac{Q_3}{2}\right) + \frac{1}{n} \cdot \frac{2\lambda_1 - 1}{\lambda_1 - 1} \sin Q\right) Q_3 \cdot (29)$$

$$P_{2-3} = \frac{v_0 \tau_s}{(k+1)\cos\gamma} (1 - \frac{1}{\lambda_3})^{k+1} \cos\frac{Q_3}{2} - \frac{v_0 \tau_s}{(\lambda_1 - 1)} \cdot \cos nQ(R_1 \ln \lambda_2 - R_2 + r_1).$$
(30)

(23-30) значения В зависимостях  $n = 0,612, k = 2\sqrt{\frac{2}{3}} = 1,634$ .

Суммарная мощность пластической деформаций  $P_{\Sigma}(r_u, \gamma, S, \lambda_1, Q)$  определится как сум-ма составляющих мощностей:

 $P_{\Sigma} = P_1 + P_2 + P_3 + P_{1-4} + P_{2-4} + P_{2-3} + P_{3-uu} + P_{1,2-uu}.$ (31) Все мощности относительного сдвига *P*<sub>1-4</sub>, *P*<sub>2-4</sub>, *P*<sub>2-3</sub>, *P*<sub>3-ин</sub>, *P*<sub>1,2-ин</sub>, суммируются в (31) по своему абсолютному значению.

В безразмерной форме выражение (34) запишется как относительное удельное усилия резания (относительное среднее давление в

ОПД) 
$$\overline{p} = \frac{p_{\Sigma}}{\sigma_s v_0}$$
.

Поиск глобального минимума  $P_{\Sigma}$ , заданного (31) в соответствии с рассмотренным алгоритмом поиска, позволит найти вектор параметров режущего инструмента  $\{\mathcal{V}_u, \mathcal{Y}\}_{opt}$ Поверхность ограничений по усилиям на вер-

шине резца  $\frac{\delta P_{r_u}}{v_o}$  описывается зависимостью:

$$\frac{\delta P_{r_u}}{v_0} = \frac{2\sqrt{2}}{3}\sigma_s \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - 1} + \frac{\tau_s}{n^2} \frac{2\lambda_1}{\lambda_1 - 1} \cdot \frac{1 - \cos nQ}{Q} \cdot (32)$$

Результаты оптимизации геометрии режущего инструмента по критерию минимума относительного удельного усилия резания, с наложенным ограничением по усилиям на вершине резца, представлены на рисунках 5-7.

Результаты расчета геометрии ОПД и выбора параметров виртуального поля скоростей по критерию минимума пластического потенциала (минимума относительного среднего давления) представлены на рис. 5. Приведенные расчеты базируются на жестко-пластичной модели обрабатываемого материала и применимы для процессов резания с коэффициентом усадки или уширения стружки в пределах  $0, 8 \le \lambda_s \le 1, 2$  и радиусе при вершине режущего инструмента  $r_{\mu} \leq 0, 3 M M$ .

На рис. 6, 7 представлены результаты расчета удельных усилий резания и удельного усилия на радиусе при вершине режущего инструмента в зависимости от величины переднего угла *у* и размера радиуса r<sub>u</sub>. Расчеты выполнены на мат-



**Рис. 5.** Зависимость относительного среднего давления  $\overline{p} = \frac{p_{\Sigma}}{\sigma_s v_0}$  в зоне резания от коэффициента вытяжки  $\lambda_1$  и угла  $\theta_2$ . Глубина резания s=0,8мм, h=0,44мм



**Рис. 6.** а – зависимость относительного удельного усилия резания  $\bar{p} = \frac{p_{\Sigma}}{\sigma_s v_0}$  (относительное



среднее давление в ОПД); б – зависимость относительного удельного усилия на радиусе при вершине режущего элемента от величины радиуса и величины переднего угла для глубины резания s=0,2мм

**Рис. 7**. а – зависимость относительного удельного усилия резания  $\overline{p} = \frac{p_{\Sigma}}{\sigma_s v_0}$  (относительное

среднее давление в ОПД), 6 – зависимость относительного удельного усилия на радиусе при вершине режущего элемента от величины радиуса и величины переднего угла для глубины резания s=0,6мм

рице значений  $(0 \le \gamma \le 30^{\circ}) \times (0 < r_u \le 0, 3)$ .

Анализ предложенной модели ОПД для ортогонального резания и представленные на рис. 6, 7 и результаты оптимизации геометрии режущего инструмента, позволяют сделать следующие выводы.

1. Для моделирования процесса ортогонального резания обоснована возможность использования схемы очага пластической деформации, базирующейся на 2-х противоположно направленных веерных сетках виртуального поля скоростей. Само поле хорошо описывается аналитически в цилиндрической системе координат и образует 4 области (3 пластических и 1 жесткую). При рассмотренной схеме ОПД и предложенных аналитических зависимостях, связывающих кинетические и энергосиловые параметры, с достаточной точностью моделируются физические явления, происходящие при резании, в особенности, наличие полосы сдвига при стружкообразовании.

2. Анализ зависимости относительного сред-

него давления 
$$\overline{p} = \frac{p_{\Sigma}}{\sigma_s}$$
 в зоне резания от смеще-

ния h начала цилиндрической системы координат показывает, что минимальное значение среднего давления  $\overline{p}$  достигается при максимальном смещении h, возможном исходя из геометрических построений для данной глубины резания.

3. Для обрабатываемых материалов, близких по реологическим свойствам к жестко-пластичной модели, достигается при положении полосы сдвига по углу в диапазоне  $35^{\circ} \leq \theta_2 \leq 45^{\circ}$  минимум мощности пластической деформации при резании, а, следовательно, соответствующие

размеры ОПД и параметры кинематически допустимого поля скоростей, максимально приближаются к действительным значениям (рис. 5). Последний вывод хорошо согласуется с результатами исследований, полученных численными методами в САЕ-системах, например [2]. Значение коэффициента вытяжки  $\lambda_1$  при этом достигает максимально возможного для данной глубины резания s значения. Это еще раз подтверждает факт, что максимальная диссипация мощности пластической деформации локализуется в области полосы сдвига.

4. Оптимальное значение переднего угла режущего инструмента по критерию минимизации усилия резания колеблется от 0,6 градусов при малых глубинах резания (s=0,2 мм, рис. 9) до 5градусов при глубинах резания 0,6<s<1,2мм. Оптимальные условия резания по силовому фактору достигаются при значениях радиуса при вершине режущего инструмента в пределах 10мкм для глубин резания s=0,2мм до 40-50мкм при глубинах резания s=1,2мм.

5. Наиболее тяжело нагруженным элементом является радиус при вершине режущего инструмента. Практически для всех глубин резания 0,6<s<1,2 мм величина удельного усилия на радиусе составляет  $(1, 45...1, 6)\sigma_{s}$ для оптимальных значений радиуса и переднего угла инструмента, где  $\sigma$  – предел текучести обрабатываемого материала. При отклонении значений радиуса и переднего угла инструмента от оптимальных величин, например при притуплении радиуса до 150мкм (s=0,6 мм, рис. 7) удельное усилие на радиусе возрастает до величины  $1,8\sigma$ при общем удельном усилии резания  $4\sigma_s$ .

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Process Modeling of High Speed Cutting using 2D FEM, NIST International Conference on Smart Machining, March 13-15, 2007, Gaithersburg, MD USA, 2007. URL: http://nsmwww.eng.ohio-state.edu/ NIST-Conference-March2007-slides1.pdf (дата обращения 16.08.2011).
- Fourment L., Delalondre F. A 3D study of the influence 2. of friction on the Adiabatic Shear Band formation during High Speed Machining // 1CEMEF, U.M.R. CNRS n7635, Mines Paris, ParisTech, B.P. 207, 06 904 Sophia Antipolis Cedex, France 2006. URL: http:// www.cemef.cma.fr (дата обращения 14.08.2011).

# METHODOLOGY OF DEFINITION OF OPTIMUM PARAMETERS AT ORTHOGONAL CUTTING ON THE BASIS OF ANALITICAL MODEL OF PLASTIC STRAIN

## © 2011 A.I. Haimovich, O.S. Surkov, I.N. Haimovich

### Samara State Aerospace University

In this article the analytical model of process of orthogonal cutting is considered, on its basis the optimization methodology of cutting tools geometry is offered.

Keywords: mathematical model, cutting process, plastic strain

Alexander Haimovich, Candidate of Technics, Associate Professor at the Mechanical Processing of Materials Department. E-mail: berill samara@bk.ru Oleg Surkov, Candidate of Technics, Associate Professor at the Production of Aircraft Engines Department. E-mail: ossvbm@mail.ru

Irina Haimovich, Doctor of Technics, Associate Professor at the Metal Forming Department. E-mail: berill samara@bk.ru