УДК 621.83

ДИНАМИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ ПОВОРОТНЫХ МЕХАНИЗМОВ

© 2012 И.К. Битуев[1], Б.И. Павлов[2]

[1] Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления, г. Улан-Удэ
[2] Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, г. Москва

Поступила в редакцию 12.03.2012

Для механизмов поворота шпиндельных барабанов и столов методами математического моделирования решаются задачи, связанные с расчетом движущих моментов и динамических нагрузок на валах. Рассмотрены модели без учета и с учетом упругости звеньев. Проведен сравнительный анализ результатов.

Ключевые слова: *мальтийский крест, динамика привода, математическое моделирование*

Поворотные механизмы входят в состав агрегатных станков для привода столов и шпиндельных блоков. Они осуществляют автоматическую транспортировку обрабатываемой детали, режущего инструмента и их взаимную относительно друг друга установку. В качестве исполнительного механизма в большинстве случаев применяется мальтийский крест [1]. Мальтийские механизмы отличаются высоким КПД и простотой конструкции. Кинематическая схема механизма поворота шпиндельных блоков (рис. 1) включает двигатель (д), зубчатую передачу, червячную передачу (чк), распределительный вал (р), кривошип (к), мальтийский крест, шпиндельный барабан (б), шпиндель (ш), центральный вал (ц). Динамическое исследование методами математического моделирования [2] включает решение задач определения нагрузок на валах электродвигателя, распределительном и центральном. Первые необходимы для выбора номинальной мощности и крутящего момента, вторые – для прочностного расчета.

Для расчета нагрузок, возникающих при повороте шпиндельного барабана, все параметры системы приводятся к распределительному валу. Так как на распределительном валу закреплены кривошип и червячное колесо, и оба эти элемента имеют одну и ту же скорость вращения, то возможно введение одного приведенного момента инерции, условно считаемого как момент инерции распределительного вала (или кривошипа).

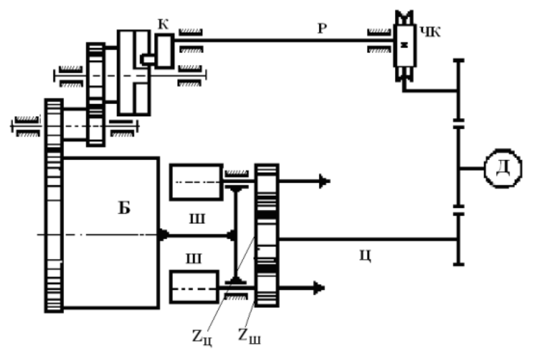

Рис. 1. Схема привод поворота шпиндельного барабана

Приведенный к распределительному валу суммарный момент инерции $J_{ï}$ [1].

$$J_п = J_д / u_1^2 + n_ш J_ш u_2^2 / u_1^2 + J_р + J_{бпр} u_3^2 u_k^2(\varphi) + $$
$$+ 2 n_ш J_ш u_2 u_3 u_п u_k(\varphi) / u_1$$

или

$$J_п = B_1 + B_2 u_k^2(\varphi) + B_{12} u_k(\varphi),$$

где

$$B_1 = J_ä / u_1^2 + n_ø J_ø u_2^2 / u_1^2 + J_р,$$

$$B_2 = J_{бпр} u_3^2,$$

$$B_{12} = 2 n_ш J_ш u_2 u_3 u_п / u_1,$$

$$J_{бпр} = J_б + n_ш J_ш u_п^2 + n_ш m_ш R_ш^2, \qquad (1)$$

$$u_1 = \omega_р / \omega_д, \; u_2 = \omega_{шр} / \omega_д, \; u_3 = \omega_б / \omega_к,$$

$$u_п = 1 + z_ц / z_ш, \; \omega_ш = \omega_{шр} \pm \omega_б u_п$$

где $z^ö$ - число зубьев центрального колеса, $z^ø$ - число зубьев зубчатых колес шпинделей, $z_ц/z_ш$ – передаточное отношение между сателлитом

Битуев Игорь Кимович, кандидат технических наук, заведующий кафедрой «Детали машин, теория механизмов и машин». E-mail: bitueva_elv@mail.ru
Павлов Борис Изосимович, доктор технических наук, профессор, заведующий лабораторией. E-mail: b_i_pavlov@mail.ru

(шпинделем) и центральным колесом при остановленном водиле, $u_п$ – передаточное отношение зубчатых колес в планетарном движении. Когда шпиндельный барабан неподвижен, шпиндели вращаются с постоянной (рабочей) угловой скоростью $\omega_{шр}$, $\omega_б$ принимается со знаком плюс, когда ее направление совпадает с направлением угловой скорости $\omega_{шр}$ и со знаком минус, когда их направления различны. Момент инерции $J_{ї}$ переменный вследствие переменности передаточного отношения $u_k(\varphi)$ мальтийского механизма. Уравнение движения в данном случае имеет вид:

$$M_р = M_c + (\omega_р^2/2)(2B_2 u_k (du_k/d\varphi_р) \pm B_{12}(du_k/d\varphi_р) \qquad (2)$$

Динамическая мощность, расходуемая при повороте шпиндельного барабана, является суммой мощностей, необходимой для изменения скорости шпиндельного барабана, изменения скорости шпинделей при поворотах, изменения скорости центрального колеса и для преодоления сил трения, возникающих при повороте шпиндельного барабана. Учитывая, что привод осуществляется асинхронным электродвигателем, имеющим жесткую механическую характеристику, в приближенном расчете можно принимать $\omega_ц$≈const и $\omega_{шр}$≈const. Мощность, необходимая для изменения скорости центрального колеса – $N_ц$≈0. Мощность, необходимая для изменения скорости шпинделей при повороте

$$N = \frac{d}{dt}\left(\frac{n_ш J_ш \omega_ш^2}{2}\right) + \frac{d}{dt}\left(\frac{n_ш m_ш V_c^2}{2}\right),$$

где $V_c = \omega_{á} R_{ø}$ - скорость оси шпинделя во время поворота барабана. Максимальное значение вращающего момента двигателя при $\omega_р$=const, приведенного к распределительному валу, будет в мгновенном положении механизма, заданном углом распределительного вала, соответствующим условию max(ω_k ε_k) [1].

Для механизма с размерными данными из [1] на рис. 2 представлена зависимость $N_п$ от угла поворота распределительного вала, от вращения шпинделей. (1 – $\omega_{ш.раб}$ и $\omega_б$ имеют одинаковое направление; 2 – $\omega_{ш.раб}$ и $\omega_б$ имеют различное направление). Графики 3 и 4 для случая, когда привод шпинделей выключен, и дополнительные вращения шпинделей при повороте барабана отсутствуют. Отсюда следует вывод, что нагрузки могут быть уменьшены, если поворачивать шпиндельный барабан в сторону, противоположную направления вращений шпинделей, или если отключить привод шпинделей во время поворота. Когда происходят противоположные вращения барабана и шпинделей, то скорость последних понижается. Чтобы сохранить постоянство скорости можно включить в цепь обгонную муфту.

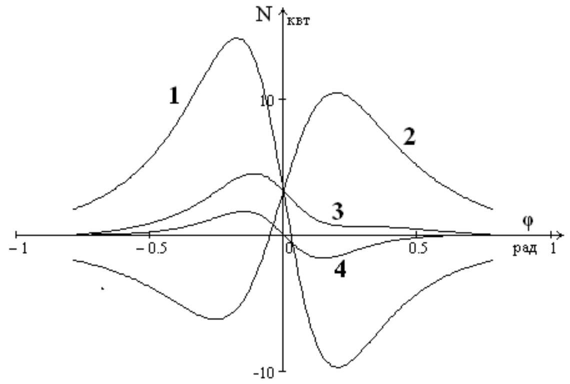

Рис. 2. Зависимость мощности от режимов движения блока и шпинделей

В производственной практике эксплуатации агрегатных станков имеют место случаи, когда при повороте позиционного стола без видимых причин возникают большие динамические нагрузки. Эти нагрузки приводят к быстрому износу отдельных деталей, потере заданной точности и нарушения цикла работы станка [1-5]. Возникла задача изучения процесса поворота позиционного стола с учетом влияния факторов, определяющих реальные условия его работы. Точный расчет процесса поворота должен учитывать действительную характеристику электродвигателя, упругость звеньев передачи, неточность геометрических размеров механизма, точные значения сил сопротивления.

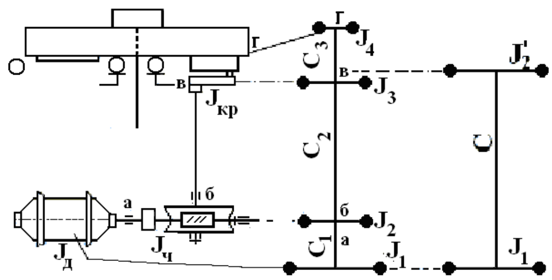

Рис. 3. Схема привода поворота стола

На рис 3. представлено построе-ние расчетной схемы поворотного механизма позиционного стола с учетом влияния упругости вала привода стола [6]. Привод стола включает двигатель, соединительную муфту, червячную передачу, вал кривошипа, механизм мальтийский крест, стол. Получается четырехмассовая система. Для проведения динамического расчета рассматриваемый механизм, как показано на схеме, может быть представлен в виде двухмассовой системы, имеющей моменты инерции J_1 и J_2, соединенные упругой связью, приведенная жесткость которой С.

Величины приведенных к участку (б–в) моментов инерции масс находятся из равенства кинетической энергии приводимой системы масс и приведенной массы. Приведенные жесткости участков (а–б) и (в–г) находим из условия сохранения величины потенциальной энергии приводимой связи до и после приведения. Здесь J_1 – приведенный момент инерции ротора электродвигателя, J_2 – приведенный момент инерции стола, равный среднему значению его переменной величины. Выбор такого значения J_2 обусловлен необходимостью аналитически отразить весь переходной динамический процесс. На первую массу действует движущий момент электродвигателя $M_д$, на вторую – момент сил сопротивления M_c. Обе массы соединены упругой связью с приведенной жесткостью С. φ_1 и φ_2 – углы поворота соответственно первой и второй масс. Под действием внешних сил, приложенных к данной системе, обе массы совершают колебательные движения, которые в данном случае могут быть описаны дифференциальными уравнениями, представленными соответственно в следующем виде [5].

$$J_1\ddot{\varphi}_1 + C(\varphi_1 - \varphi_2) = M_д$$
$$J_2\ddot{\varphi}_2 - C(\varphi_1 - \varphi_2) = -M_c$$

Для дальнейшего анализа необходимо исследовать не углы поворота масс, а непосредственно момент сил упругости $C_\varphi = C(\varphi_1 - \varphi_2)$. В этом случае динамический процесс рассматриваемой системы опишется одним дифференциальным уравнением, составленным относительно момента, развиваемого в упругой связи [7].

$$\ddot{\varphi} + p_c^2\varphi = (M_{ä} J_2 + M_c J_1)/(J_1 J_2) = F(t) \qquad (5)$$

где $p_c = \sqrt{C(J_1 + J_2)/(J_1 J_2)}$ – круговая частота собственных колебаний двухмассовой системы, $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$.

Для проведения динамического расчета рассматриваем переходной процесс (рис. 4), изменение момента сил упругости на двух участках движения стола: на участке 0–а (разгон), когда действующие на механизм внешние силы достигают наибольшей величины, и на участке а–б (торможение), когда внешние силы изменяются от максимального значения до нуля.

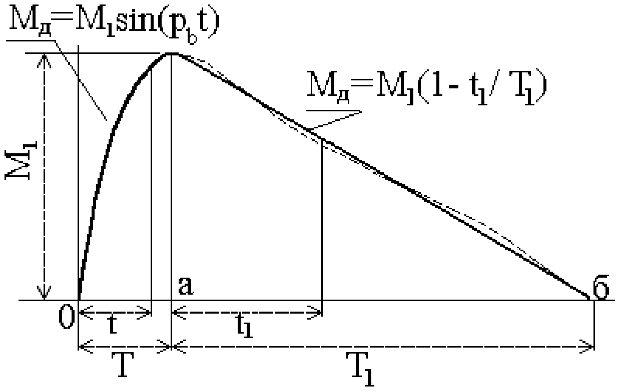

Рис. 4. Механическая характеристика двигателя

При пуске двигателя придет в движение ведущая масса (J_1). После того как деформация элементов кинематической цепи приобретет величину, соответствующую значению M_c, ведомая масса также начнет двигаться [1]. При нулевых начальных данных решение имеет вид:

$$\varphi_1 = M_ð(1 - \cos(\sqrt{C/J_1}t)).$$

Конец движения только ведущей массы характеризуется $\varphi_1 C = M_c$. Отсюда $t_1 = \sqrt{J_1/C}\arccos(1 - M_c/M_{ä})$. Дальше на участке 0–а движущий момент $M_д$ и момент сил сопротивления M_c по форме кривых (рис. 4) можно представить изменяющимся по синусоидальному закону:

$$M_д = M_1\sin(p_b t),$$
$$M_c = M_2\sin(p_b t),$$

где M_1 и M_2 – амплитуды кривых соответствующих моментов, t – время.

На участке а–б (рис. 4) действующую на систему внешнюю нагрузку с небольшой погрешностью можно принять изменяющуюся по линейному закону

$$M_{ä} = M_1(1 - t_1/T),$$
$$M_c = M_2(1 - t_1/T).$$

Время T определяется зависимостью угловой скорости $\acute{\omega}$ вала кривошипа для конкретного вида (внешний, внутренний, сферический) мальтийского механизма и количеством его пазов [8]. Подставляя значения $M_д$ и M_c в уравнение и учитывая при этом, что начальные условия (снова) при t=0 характеризуются значениями $\varphi_0 = \varphi_1(t_1) = M_c/C$ $\dot{\varphi}_0 = \dot{\varphi}_1(t_1).$, получим решение в таком виде:

$$\varphi = \varphi_0 \cos(p_c t) + (\dot{\varphi}_0 p_c^2 - K_{д} M p_b)\sin(p_c t) / p_c^2 + K_{д} MC \sin(p_b t) / p_c^2,$$

где $K_д = p_c^2 / (p_c^2 - p_b^2)$ – коэффициент динамичности.

$$\mathrm{M} = (\mathrm{M}_1 \mathrm{J}_2 + \mathrm{M}_2 \mathrm{J}_1)/(\mathrm{J}_1 \mathrm{J}_2).$$

Время движения на участке 0–а фиксируется при max φ. Начальные условия для уравнения участка а–б соответствуют конечным результатам для предыдущего интервала. Отсчет времени вновь осуществляется с нуля. Окончательно получим:

$$\varphi = K_{д} M / p_c^2 \cos(p_c t) + C\Delta\omega / p_c^2 \sin(p_c t) -$$
$$- M(1 - t/T_1) + M\cos(p_c t) + M\sin(p_c t)/(p_c T_1) \qquad (6)$$

где Δω – разность угловых скоростей масс системы. Здесь первые два слагаемых характеризуют собственные колебания, третье – вынужденные колебания, четвертое и пятое – сопровождающие колебания [5, 6].

Момент сил упругости на участке 0–а движения системы достигает наибольшей величины в точке, где $p_b t = \pi$. Дальнейшее поведение системы, после того как усилие достигло наибольшей величины, будет зависеть от характера изменения внешней нагрузки и влияния упругих сил.

Для определения динамической нагрузки на первом участке (0-а, рис. 4) движения стола необходимо определить коэффициент $K_д$. Последний зависит от соотношения частот p_b и p_c. При принятом синусоидальном законе нарастания возбуждающих моментов частота p_b определяется как $p_b = 2\pi/T_в = 2\pi/(4T)$, где $T_в$ – промежуток времени, за который аргумент синуса изменится на 2π (период колебаний); $T = T_в/4$ – время нарастания внешних сил до максимума. Время T определяется зависимостью угловой скорости $\acute{\omega}$ вала кривошипа от угла его поворота φ. Отсюда определяем $p_в$. При известны значениях p_c и $p_в$ вычисляется коэффициент динамичности $K_д$

Максимальная величина момента сил упругости определяется по формуле (8). По известному значению $M_{уmax}$ относительное положение масс в конце рассматриваемого участка определяется из равенства $M_{уmax} = C(\varphi_1 - \varphi_2)$. Угол поворота φ_1 первой массы обычно задан. За время поворота первой массы на этот угол вторая повернется на угол $\varphi_2 = \varphi_1 - M_{уmax}/C$.

Движение второй массы на участке 0–а по отношению к первой массе запаздывает в результате скручивания упругой связи. Следовательно, обе массы на этом участке вращаются несинхронно, т.е. угловая скорость первой массы больше второй. При дальнейшем движении системы указанное соотношение угловых скоростей масс изменится, что будет зависеть от величины и характера изменения $M_у$. Характер изменения величины момента сил упругости $M_у$ на последующем участке движения системы определяется решением уравнений (6) (рис. 5). Кривая 1 изображает составляющую момента, вызванную свободными колебаниями, кривая 2 – изменение составляющей момента, вызванной вынужденными колебаниями, кривая 3 – суммарный момент.

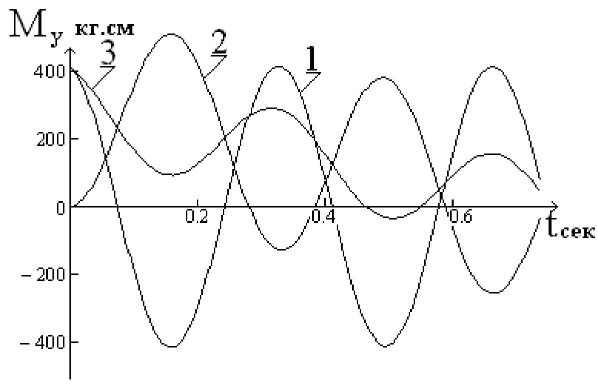

Рис. 5. Колебания момента сил упругости на валу при выбеге

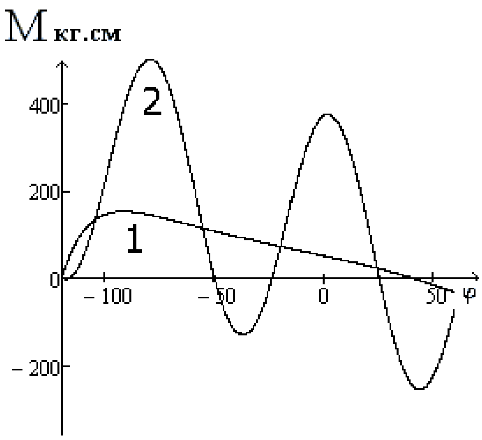

Рис. 6. Моменты сил упругости при кинематическом (1) и динамическом (2) анализе

Выводы: для каждого интервала определены значения составляющих момента сил упругости, а затем суммарный $M_у$. Кривая суммарного момента $M_у$ имеет сложный характер изменения, что определяется наложением при движении системы двух видов упругих колебаний вала. Интересно сравнить результаты моментов, полученных лишь с помощью кинематических зависимостей [4] и с учетом упругости (рис. 6). Сопоставление этих кривых, полученных при двух указанных случаях расчета поворотного механизма, показывает резкое отличие действительного процесса, описываемого кривыми при условии абсолютной жесткости всех звеньев. В начальный период движения стола на участке быстрого нарастания внешних моментов упругая связь деформируется, в результате в ней возникают динамические нагрузки, выраженные моментом сил упругости M_y, которые по своей абсолютной величине превосходят M_{kp}. Для расчетной модели с учетом упругости движение ведомой массы начнется после включения двигателя тогда, когда деформация кинематической цепи приобретет величину, соответствующую значению внешней нагрузки M_c.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Орликов, М.Л.* Динамика станков. –2-е изд. – К.: Высшая школа, 1989. 272 с.
2. *Павлов, Б.И.* Вычислительный эксперимент в динамике машин и механизмов / *Б.И. Павлов, В.Д. Очиров*. – М., Наука, 1981. 144 с.
3. *Шехвиц, Э.И.* Динамическое исследование механизмов периодического поворота многопозиционных машин-автоматов методами электрического моделирования. – Теория машин-автоматов и гидропневмопривода, 1963. С. 246-266.
4. *Шехвиц, Э.И.* Исследование механизмов периодического поворота столов и барабанов в машинах-автоматах. Сб. Автоматизация машиностроительных процессов, т. II. – М., Изд-во АН СССР, 1959. С. 222-252.
5. *Вульфсон, И.И.* Колебания в машинах. Изд. третье, доп. и испр. – СПб, 2008. 262 с.
6. *Королев, Ф.К.* Динамический расчет поворотного механизма позиционного стола агрегатных станков / *Ф.К. Королев, И.Л. Цымбал* // – Вестник Харьковского политехнического института. 1965. №1 (49). С. 14-22.
7. *Комаров, М.С.* Динамика механизмов и машин. – М., Машиностроение, 1969. 296 с.
8. *Нахапетян, Е.Г.* Контроль и диагностирование автоматического оборудования. – М., Наука, 1990. 272 с.

DYNAMIC CALCULATIONS OF ROTARY MECHANISMS

© 2012 I.K. Bituev[1], B.I. Pavlov[2]

[1] East-Siberian State University of Technologies and Management, Ulan-Ude
[2] Mechanical Engineering Institute named after A.A. Blagonravov RAS, Moscow

For rotary mechanisms of spindel drums and tables the problems connected with calculation of driving moments and inertial reaction on shaft are solved by methods of mathematical modeling. Models without taking into account and taking into account elasticity of links are considered. The comparative analysis of results is carried out.

Key words: *the Maltese cross, dynamics of a drive, mathematical modeling*

Igor Bituev, Candidate of Techncial Sciences, Head of the Department "Machine Details, Theory of Mechanisms and Machines". E-mail: bitueva_elv@mail.ru
Boris Pavlov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Chief of the Laboratory. E-mail: b_i_pavlov@mail.ru