

# МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЖЕСТКОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В СРЕДЕ MATLAB ДЛЯ СИНТЕЗА СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

© 2012 К.В. Змеу, Б.С. Ноткин, В.А. Ковалёв, А.В. Вара

Дальневосточный федеральный университет, г. Владивосток

Поступила в редакцию 26.03.2012

Рассмотрены особенности моделирования нежестких механических систем в MATLAB/Simulink. Выполнена идентификация параметров реальной механической системы по спектру собственных частот. Разработана модель системы в MATLAB/SimMechanics. Выполнена верификация модели на реальной механической системе. Приведены результаты сравнительных экспериментов. Показана работоспособность Simulink-моделирования замкнутой системы управления с использованием полученной модели нежесткого механизма как объекта управления.

Ключевые слова: *математическое моделирование, идентификация параметров, нежесткая механическая система, планарный манипулятор, замкнутая система управления*

Манипуляционные механизмы находят широкое практическое применение в различных областях, от промышленной автоматизации и медицинских операций, до функционирования в опасных окружающих средах. Стремление разработчиков манипуляторов к повышению одного из основных показателей конструктивной эффективности – отношения полезной нагрузки к весу манипулятора, а также уменьшению энергопотребления [7], и в ряде случаев большая пространственная протяжённость конструкций,

приводит к существенному влиянию нежесткости механической конструкции на функционирование манипулятора. Нежесткая манипуляционная система, особенно последовательной кинематической структуры, с учётом реально присутствующих нелинейностей и нестационарностей, становится весьма сложным объектом управления. Например, уравнение динамики планарного, то есть не самого сложного, нежесткого  $n$ -звенного манипулятора, основанное на уравнении Эйлера-Лагранжа, имеет вид [8]:

$$M(\theta, \delta) \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1(\theta, \dot{\theta}) + h_1(\theta, \dot{\theta}, \delta, \dot{\delta}) + F_1 \dot{\theta} + f_c \\ f_2(\theta, \dot{\theta}) + h_2(\theta, \dot{\theta}, \delta, \dot{\delta}) + K\delta + F_1 \dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ 0 \end{bmatrix},$$

где  $\theta$  – вектор обобщённых переменных,  $\delta$  – вектор переменных отклонений,  $f_1, f_2, h_1$  и  $h_2$  – компоненты кориолисовых и центробежных сил,  $f_c$  – компонент сухого трения,  $M$  – инерционная матрица,  $K$  – матрица жёсткости,  $F$  – матрица демпфирования.

*Змеу Константин Витальевич, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Технологии промышленного производства» Инженерной школы. E-mail: k.zmeu@ieee.org*

*Ноткин Борис Сергеевич, кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры «Технологии промышленного производства» Инженерной школы. E-mail: boris\_notkin@mail.ru*

*Ковалев Виктор Андреевич, аспирант. E-mail: daria3000@mail.ru*

*Вара Андрей Владимирович, аспирант. E-mail: varaav@mail.ru*

В настоящей статье рассматриваются вопросы, связанные с созданием адекватной Matlab-модели нежесткого планарного однозвенного манипулятора (далее манипулятора) с целью дальнейшего ее использования при разработке системы управления таким объектом.

Модельно-ориентированное проектирование систем управления, при котором глубоко и всесторонне используются возможности имитационного моделирования, эффективно реализуется с использованием среды MATLAB. К сожалению, инструментальные средства, позволяющие непосредственно и с достаточной степенью детализации, моделировать нежесткие распределено-упругие механические элементы, в MATLAB/Simulink отсутствуют. Это обстоятельство стимулирует разработку специальных подходов к решению задачи.

Сформулируем общие требования к модели манипулятора, которая затем должна быть использована при разработке замкнутой системы управления: максимальное использование простоты и удобства визуального программирования, достаточная степень детализации во временной, пространственной и частотной области при умеренных требованиях к вычислительной мощности, возможность получения информации о фазовых координатах в любой пространственной точке нежесткой распределённой системы, возможность использования модели при синтезе замкнутого контура управления (интеграция в системе Simulink), возможность линеаризации средствами MATLAB, адекватность, масштабируемость, наглядность (вплоть до анимации движений механизма). Для решения поставленной задачи используется инструмент SimMechanics, входящий в пакет Matlab, позволяющий моделировать физические системы с использованием модели твёрдого тела. Из-за невозможности моделирования нежесткой системы штатными блоками SimMechanics используется метод сосредоточенных параметров [4], в котором нежесткое звено представляется в виде конечного числа жестких элементов, последовательно соединённых между собой подпружиненными шарнирами. Идентификация и дальнейшая верификация модели осуществляется по собственным частотам реальной системы.

**Расчёт и идентификация однозвенного нежесткого планарного манипулятора.** Экспериментальная установка манипулятора включает электропривод, шарнир, нежесткое звено и датчики системы. Кинематическое звено физического макета манипулятора представляет собой балку прямоугольного сечения, выполненную из стальной измерительной линейки, длиной  $L=0,343$  м, высотой  $h=0,028$  м, толщиной  $d=0,001$  м и массой  $m=0,0691$  кг. Для определения собственных частот манипулятора воспользуемся теоретическими расчётами и натурными испытаниями, рассматривая нежесткое звено как консольно-закреплённую балку.

1. Теоретический метод определения спектра собственных частот. Для теоретического расчёта собственных частот применяются приближенные методы, например, Релея, Ритца, или точные методы, использующие уравнения теории балочных конструкций [2, 5]. Расчётное выражение для определения собственных частот консольно-закреплённой балки, основанное на уравнении Эйлера-Бернулли, имеет вид [6]:

$$f_n = \frac{\lambda_n^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}, \quad (1)$$

где  $E$  – модуль Юнга,  $I$  – момент инерции поперечного сечения,  $\rho$  – плотность материала,  $A$  – площадь поперечного сечения балки,  $L$  – длина балки,  $\lambda_n$  – расчётный коэффициент, зависящий от способа закрепления балки. Для первых четырёх значений частотного спектра собственные числа консольной балки определены как:  $\lambda_1=1,8751$ ,  $\lambda_2=4,6941$ ,  $\lambda_3=7,8548$  и  $\lambda_4=10,9955$ . Значения  $E=2,07$  Н/м<sup>2</sup> и  $\rho=7745$  кг/м<sup>3</sup> нежесткого звена брались из справочника [3] в предположении о том, что для измерительных линеек основным материалом является инструментальная сталь. Таким образом, используя выражение (1), для длины консоли  $L=0,343$  м и  $L=0,5$  м были найдены значения первых четырёх собственных частот.

Для повышения надёжности определения спектра собственных частот воспользуемся еще одним методом, связанным с применением специальных программных продуктов, например, CosmosWorks [1]. Для расчёта собственных частот необходимо построить пространственную модель нежесткого звена в SolidWorks с известными параметрами и ограничениями. Для задания одинаковых параметров в теоретическом расчёте и в SolidWorks использовалась инструментальная сталь с  $E=2,03$  Н/м<sup>2</sup> и  $\rho=7860$  кг/м<sup>3</sup>, имеющаяся в базе данных материалов упомянутого программного продукта. Полученные результаты определения собственных частот расчётными методами сведены в таблицу.

2. Экспериментальное определение спектра собственных частот. Определение собственных частот проводилось путём высокоскоростной видеорегистрации (до 240 и 1000 кадров/с) свободных колебаний консольно-закреплённого нежесткого звена. На всю длину нежесткого звена с фиксированным шагом крепились маркеры, по которым в дальнейшем определялись координаты движения точек. Для реализации свободных колебаний звена применялись следующие приёмы: отклонение конца звена на разный угол с последующим быстрым снятием отклоняющей силы (определение основной собственной частоты и коэффициента демпфирования) и метод ударных возбуждений (определение высших частот). Для определения координат маркеров нежесткого звена по видеоданным разработан алгоритм в среде MATLAB, в котором распознавание движения меток происходит путём сравнения текущих видеок кадров с предыдущими с применением метода бинаризации и фильтрации. Алгоритм оформлен в виде приложения «Line

Ident Video (Identification video)» (<http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/34953>). Распознанные координаты меток нежесткого звена записывались в массив данных, по которому проводился спектральный анализ. Таким образом, получен разными способами спектр собственных частот, который затем используется как инструмент верификации модели.

**Моделирование манипулятора в SimMechanics и синтез САУ.** Модель нежесткого звена в SimMechanics показана на рис. 1б. Нежесткое звено, один конец которого закреплён (рис. 1а), представляется в модели в виде конечного числа жестких элементов, последовательно связанных между собой с помощью подпружиненных шарниров (блоки «Flexible

Element»). Количество таких блоков, от которых зависит точность, пространственная форма и скорость расчёта модели, было подобрано экспериментально, и составило  $n=10$  для нежесткого звена длиной 0,343 м и 0,5 м. Коэффициенты жесткости  $k$  и демпфирования  $b$ , задаются в подсистеме «Spring Damper». Коэффициент жесткости определен путём сравнения значений прогиба реального нежесткого звена и модели под действием известной силы, а коэффициент демпфирования – сравнением скоростей затухания свободных колебаний. Возбуждение колебаний звена моделировалось его изгибом при помощи блока «Joint Initial Condition».

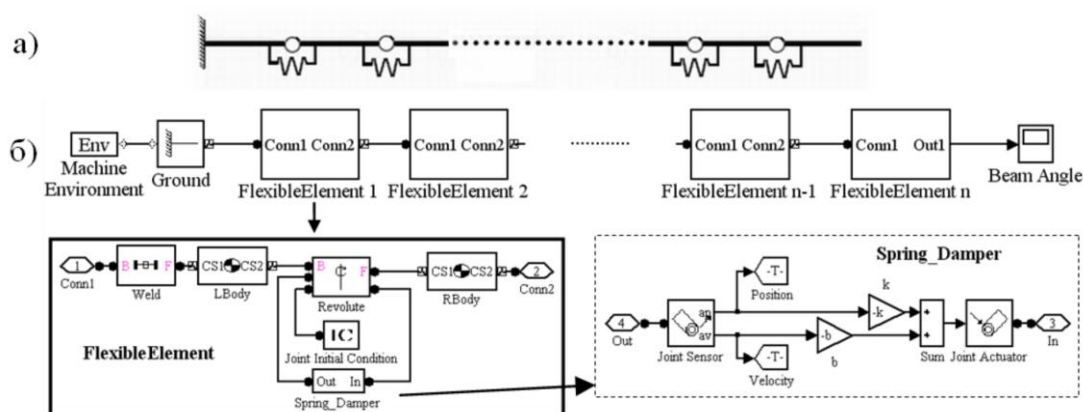


Рис. 1. Модель нежесткого звена: а) кинематическое представление б) в SimMechanics

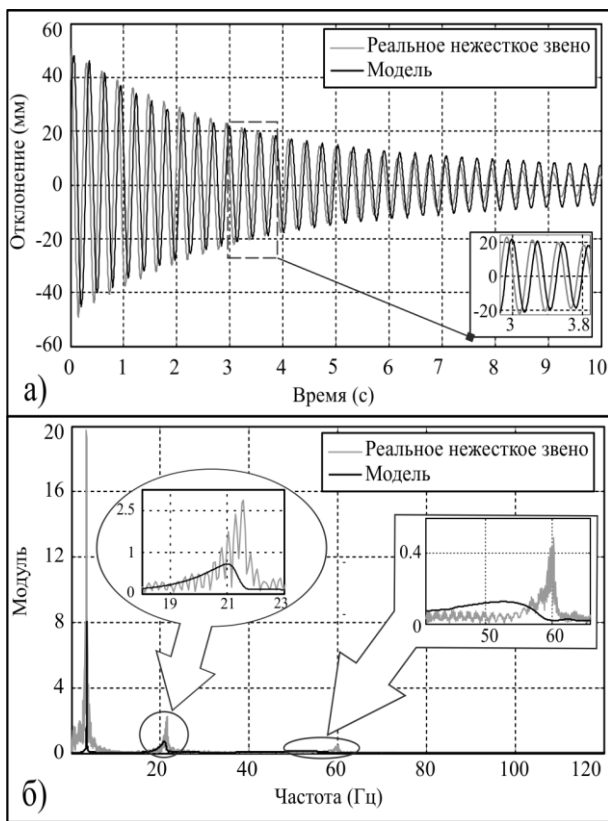


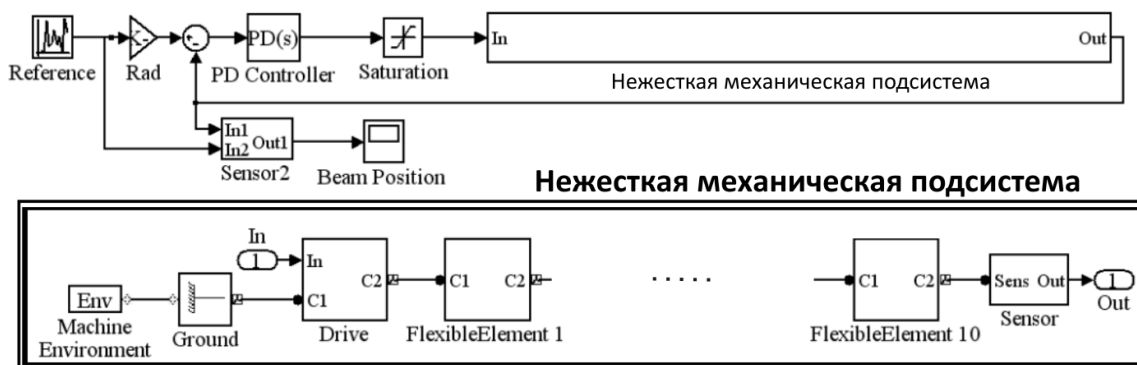
Рис. 2. Сравнение свободных колебаний (а) и спектра собственных частот (б) реального звена манипулятора и модели длиной 0,5 м

Верификация модели (рис. 2 (а, б)) проводилась по свободным колебаниям и спектру собственных частот реального объекта. Сравнительные характеристики найденных собственных частот для разных длин звеньев описанными способами приведены в сводной таблице. По представленным данным можно сделать

вывод о достаточной адекватности полученной модели нежёсткого звена. Интеграция модели объекта в контур управления осуществляется с помощью блоков из других библиотек Simulink. Таким образом, получена замкнутая модель манипулятора по положению конечной точки звена (рис. 3).

**Таблица 1.** Сравнение собственных частот, определённых разными методами

Нежёсткое звено длиной 0,343 м							
№ собственной частоты	Видеоданные, (Гц)	SolidWorks Simulation		Теория		Модель Matlab/SimMechanics	
		частота, (Гц)	ошибка, (%)	частота, (Гц)	ошибка, (%)	частота, (Гц)	ошибка, (%)
1	6,96	7,093	1,91	6,98	0,29	7,001	0,59
2	44	44,418	0,95	43,73	0,61	42,61	2,27
3	115	124,57	8,32	122,45	6,48	112	2,61
4	-	244,82	-	240,97	-	-	-
Нежёсткое звено длиной 0,5 м							
1	3,38	3,322	1,78	3,28	2,96	3,41	0,88
2	21,47	20,81	3,09	20,6	4,05	21,02	2,1
3	60,1	58,31	2,98	57,62	4,13	53,8	10,48
4	118	114,47	2,99	112,92	4,31	-	-

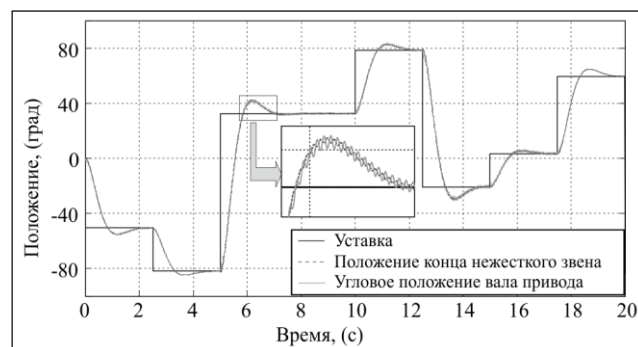


**Рис. 3.** Замкнутая модель нежёсткого однозвенного планарного манипулятора

Покажем на примере возможность использования полученной модели для управления конечной точкой манипулятора длиной 0,5 м с помощью ПД регулятора (настроен автоматически) (рис. 4). На осциллограф «Beam Position» выведен сигнал уставки, угловое положение вала привода и конца нежёсткого звена. Рис. 4 иллюстрирует работоспособность модели и пригодность ее для модельно-ориентированного синтеза замкнутой систем.

**Выводы:** предложен и практически опробован подход, позволяющий эффективно создавать модели сложных нежёстких механизмов средствами визуального программирования MATLAB. Получена адекватная модель нежёсткого однозвенного планарного манипулятора, верифицированная по спектру собственных

частот реального объекта. Модель отвечает всем необходимым требованиям для использования при синтезе систем замкнутого управления.



**Рис. 4.** Переходные процессы управления положением исполнительной точки манипулятора

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Алямовский, А.А.* COSMOSWorks. Основы расчёта конструкций на прочность в среде SolidWorks. – М.: ДМК Пресс, 2010. 784 с.
2. *Бидерман, В.Л.* Прикладная теория механических колебаний. – М.: Высшая школа, 1972. 400 с.
3. *Шишков, М.М.* Марочник сталей и сплавов: Справочник. Изд. 3-е доп-е. – Донецк: Юго-Восток, 2002. 456 с.
4. *Chudnovsky, V.* Modeling Flexible Bodies in SimMechanics and Simulink / *V. Chudnovsky, D. Kennedy, A. Mukherjee, J. Wendlandt* // URL: <http://www.mathworks.com/company/newsletters/digest/2006/may/SimMechanics.html> (дата обращения: 10.12.2011).
5. *De Luca, A.* “Robots with flexible elements” in *B. Siciliano, O. Khatib* (Eds.) / *A. De Luca, W. Book.* – Springer Handbook of Robotics, Springer Verlag, Berlin, 2008. P. 287-319
6. *Sinha, A.* Vibration of mechanical systems. – Cambridge University Press, 2010. 308 p.
7. *Spong, M.* Control in Robotics / *M. Spong, M. Fujita* // The Impact of Control Technology: IEEE Control Systems Society, 2011. Part 1. Selected Application Domains for Control / Eds. *Samad T., Annaswamy A.M.* URL: – [www.ieeecss.org](http://www.ieeecss.org) (дата обращения: 15.12.2011).
8. *Talebi, H.A.* Control of flexible-link manipulators using neural networks / *H.A. Talebi, R.V. Patel, K. Khorasani.* Springer, 2001. 142 p.

## MODELING THE FLEXIBLE MECHANICAL SYSTEM IN MATLAB FOR CONTROL SYSTEM SYNTHESIS

© 2012 K.V.Zmeu, B. S. Notkin, V.A. Kovalyov, A.V. Vara

Far East Federal University, Vladivostok

Features of modeling the flexible mechanical systems in MATLAB/Simulink are considered. Identification of substantial mechanical system parameters on a range of natural frequencies is executed. The system model in MATLAB/SimMechanics is developed. Model verification on substantial mechanical system is executed. Results of comparative experiments are given. Operability of Simulink-modeling the closed control system with use of the received model of flexible mechanism as object of control is shown.

Key words: *mathematical modeling, parameters identification, flexible mechanical system, planar manipulator, closed control system*

---

*Konstantin Zmeu, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Department “Technologies of Industrial Production” at Engineering School. E-mail: [k.zmeu@ieee.org](mailto:k.zmeu@ieee.org)*

*Boris Notkin, Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer at the Department “Technologies of Industrial Production” at Engineering School. E-mail: [boris\\_notkin@mail.ru](mailto:boris_notkin@mail.ru)*

*Viktor Kovalyov, Post-graduate Student. E-mail: [daria3000@mail.ru](mailto:daria3000@mail.ru)*

*Andrey Vara, Post-graduate Student. E-mail: [varaav@mail.ru](mailto:varaav@mail.ru)*