

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В ЗАДАЧАХ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-СТАТИСТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

© 2012 И.А. Прошин, Д.И. Прошин, Р.Д. Прошина

Пензенская государственная технологическая академия

Поступила в редакцию 23.03.2012

Рассматривается система структурно-параметрического синтеза математических моделей на базе принципов систематизации моделей по видам преобразования координат, многоуровневого синтеза и выбора пакетов функциональных зависимостей, получения состоятельных, несмещённых и эффективных оценок в преобразованных координатах.

Ключевые слова: *автоматизированный синтез, математическая модель, преобразование координат, программный комплекс*

Одна из важнейших проблем при проведении научных и учебных исследований в условиях интегрированного комплекса сетевых автоматизированных лабораторий (ИКСАЛ) – это моделирование, центральным звеном которого является построение математической модели (ММ) исследуемого объекта [1-3]. Независимо от способа построения модели важной частью её структурной и параметрической идентификации остаётся обработка экспериментально-статистической информации, получаемой либо в лабораторных условиях, либо при натуральных испытаниях, либо с функционирующего объекта.

Цель настоящей работы: разработка методов и алгоритмов структурно-параметрического синтеза математических моделей, создание единого комплекса программ, обеспечивающего повышение эффективности обработки экспериментально-статистической информации в ИКСАЛ.

Методология построения математических моделей по экспериментальным данным. Предлагается единая система структурно-параметрического синтеза математических моделей в задачах обработки экспериментальных данных в ИКСАЛ, основу которой составляют три следующих принципа [1, 2].

- Систематизация ММ по видам преобразования координат.

- Многоуровневый синтез пакетов функциональных зависимостей.
- Получение состоятельных, несмещённых и эффективных оценок ММ в преобразованных координатах.

В работе ставится задача создания системы автоматизированного выбора структуры нелинейной модели, что определяет необходимость автоматического подбора нужной функциональной зависимости по совокупности экспериментальных данных. Предлагается выбор моделей проводить на базе системы функций с заданным набором преобразования координат. Под функционально-полным набором математических моделей будем понимать совокупность моделей, объединяющих все возможные математические модели, которые могут быть синтезированы на заданном наборе нелинейных преобразований координат и одновременно среди которых нет хотя бы одной пары функций, получаемой с использованием одних и тех же преобразований координат [2]. Предложенный метод структурно-параметрического синтеза моделей по видам преобразования координат состоит в формировании функционально-полных наборов пакетов ММ по заданным видам функциональных преобразований $\psi(x)$ и $\phi(y)$ определённого x и результирующего y признаков

$$\left. \begin{array}{l} \phi(y) \\ \psi(x) \end{array} \right\} \Rightarrow y = \phi^{-1}(a_0 + a_1\psi(x))$$

и в организации для каждого пакета множества линейно-зависимых ММ, наиболее полно отражающих свойства исследуемого объекта.

Прошин Иван Александрович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Автоматизация и управление». E-mail: proshin@pgta.ru

Прошин Дмитрий Иванович, кандидат технических наук, доцент. E-mail: ProshinDI@Softlocalizer.com

Прошина Раиса Дмитриевна, старший преподаватель кафедры «Автоматизация и управление»

$$\varphi^{-1}(a_0 + a_1\psi(x)) = \{f_i(a_0 + a_1x)\},$$

Таким образом, предлагаемый метод синтеза ММ может быть представлен следующими преобразованиями

$$\left. \begin{matrix} \varphi(y) \\ \psi(x) \end{matrix} \right\} \Rightarrow y = \{f_i(a_0 + a_1x)\}.$$

При автоматизированном синтезе функционально-полных наборов линейно-независимых ММ с использованием n видов преобразования координат возможно построение n^2 однофакторных моделей. С целью расширения набора функций и возможностей учёта различных нелинейностей в моделях предлагается проводить синтез моделей с многократным использованием одних и тех же видов преобразования координат:

$$y = \varphi_n^{-1} \left(\dots \varphi_2^{-1} \left(\varphi_1^{-1} \left(a_0 + a_1 \bar{\psi}(x) \right) \right) \right).$$

Здесь n и m – количество уровней преобразований результирующего и определённого признаков.

Одной из основных проблем построения моделей с использованием известных методов определения параметров моделей в преобразованных координатах является неэффективность получаемых оценок ММ. Для обеспечения построения ММ в преобразованных координатах разработан метод реверсивного преобразования координат (РПК) [2], обеспечивающий эффективность, состоятельность и несмещённость оценок моделей в непреобразованных координатах.

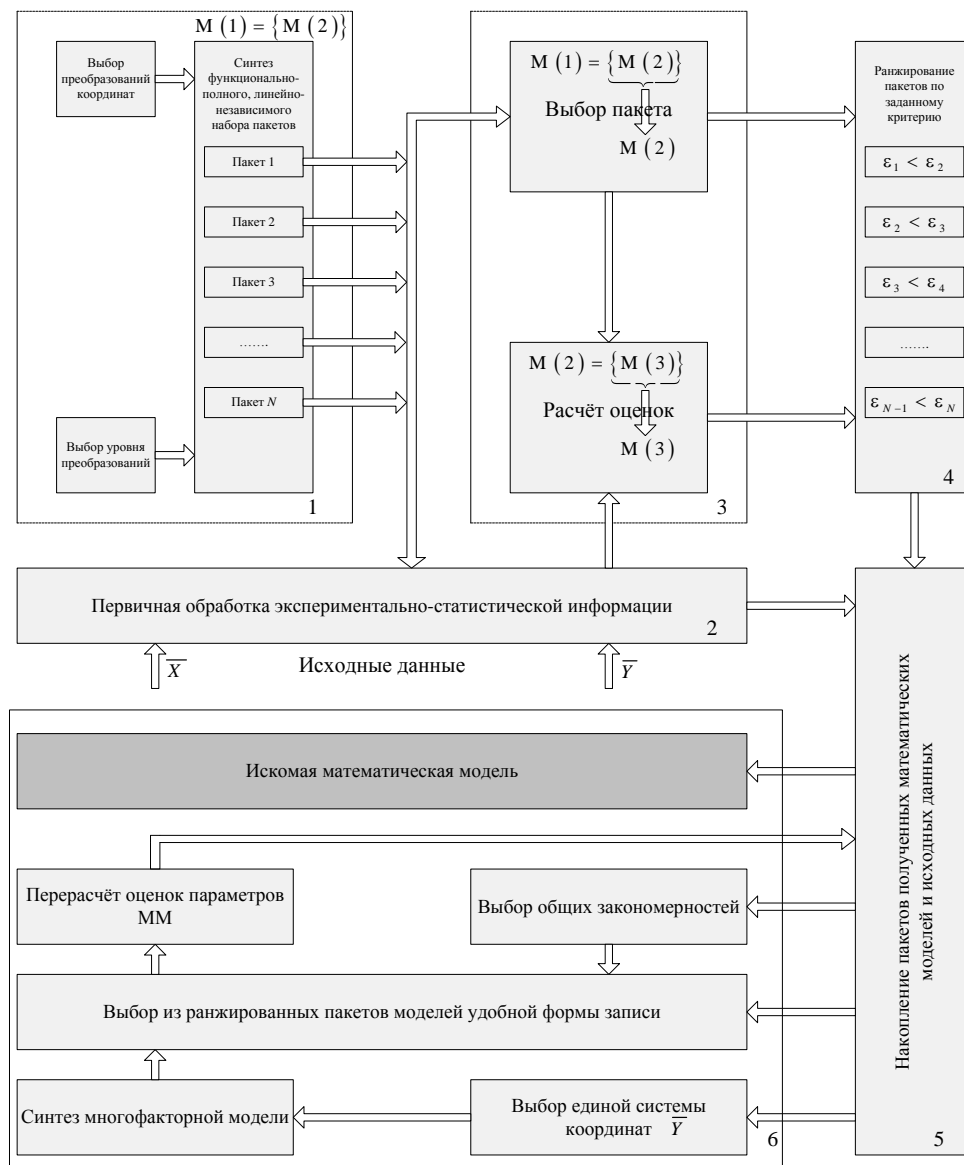


Рис. 1. Схема построения стохастических математических моделей

Систематизация математических моделей. Первый принцип предложенного подхода заключается в систематизации пакетов функций с использованием простейших видов преобразований координат результативного и определённого признака. Такой подход сводит процесс выбора к сравнению ограниченного и в то же время функционально полного набора функций, обеспечивает эффективность сравнительного анализа моделей. Если в основу систематизации и приведения ММ к линейному виду положить прямо пропорциональное $X=x$, логарифмическое $X=\ln x$ и обратно пропорциональное $X=1/x$ преобразования, то для двух переменных при однократном их преобразовании можно получить девять видов функций. При пяти преобразованиях, взятых в качестве основных, можно синтезировать набор из 25 линейно независимых функций [2].

Схема построения стохастических математических моделей. Структурная схема построения математической модели на базе предложенных принципов представлена на рис. 1 и включает в себя следующие процедуры:

1. Синтез функционально-полных пакетов ММ. Наборы пакетов моделей задаются видом и уровнем преобразования координат.

2. Предварительная обработка экспериментально-статистической информации, включающая нормировку, сглаживание и преобразование исходных данных в соответствии с выбранными видами и уровнем координатных преобразований.

3. Структурная и параметрическая идентификация математических моделей.

4. Ранжирование пакетов математических моделей по заданному критерию (минимум среднеквадратического отклонения или относительной ошибки).

5. Накопление пакетов полученных математических моделей и исходных данных.

6. Получение однофакторных и многофакторных моделей удобной формы записи, описывающих общие закономерности рассматриваемых явлений.

Предложенные принципы систематизации и многоуровневого преобразования координат – основа синтеза функционально-полных линейно-независимых наборов пакетов математических моделей в первом блоке. Во втором блоке производится преобразование экспериментальных данных в соответствии с заданными видами и уровнем преобразования координат. Использование в третьем блоке метода РПК обеспечивает получение состоятельных, несмещенных и эффективных оценок при структурной и параметрической идентификации математических моделей. Накопленная в блоке 5 экспериментально-статистическая

информация и ранжированные в блоке 4 пакеты моделей используются на заключительном этапе построения математических моделей в блоке 6. В блоке 6 решаются четыре основные задачи:

- получение однофакторной математической модели удобной формы записи (выбор из пакета линейно-зависимых моделей – модели удобной формы записи);
- выбор единой системы координат для результативного признака и синтез многофакторных моделей по совокупности однофакторных экспериментов;
- выбор общих оценок параметров моделей по совокупности разнородных экспериментов с однотипными переменными;
- пересчет оценок параметров математических моделей для выбранной структуры и формы.

На основе представленной структурной схемы разработан программный комплекс структурно-параметрического синтеза математических моделей. Результаты исследования, полученные методами РПК, последовательного спуска с полиномиальной аппроксимацией (ПСПА) и методом наименьших квадратов (МНК) математических моделей вида, на основе экспериментальных данных, приведены на рис. 2 и в табл. 1.

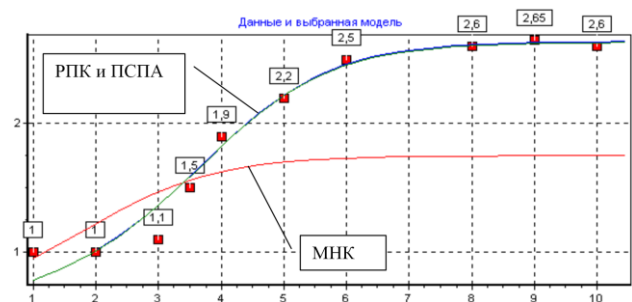


Рис. 2. Графики модели $Y=1/(\ln(\ln(A_0+A_1 \cdot \exp(1/(\exp(X))))))$ с параметрами A_1, A_0 , рассчитанными тремя методами МНК, РПК, ПСПА

Поскольку процедура выбора вида математической модели предполагает сравнение между собой большого числа линейно независимых функций, а, следовательно, и вычисление параметров для каждой ММ в процессе структурной идентификации, использование методов многомерной оптимизации для определения оценок параметров оказывается дорогостоящим с точки зрения вычислительных затрат. Кроме того, при некоторых комбинациях результативного и определённого признаков такие методы требуют установки дополнительных условий, что затрудняет их программирование.

Таблица 1. Параметры рассчитанных математических моделей

Название метода	Модель	Ост. дисп.	Сред. зн. от. ош. на инт.
МНК	$Y=1/(\text{Ln}(\text{Ln}(-20,146+26,024*\text{Exp}(1/(\text{Exp}(X))))))$	0,421	0,58094
РПК	$Y=1/(\text{Ln}(\text{Ln}(-67,972+72,280*\text{Exp}(1/(\text{Exp}(X))))))$	0,017	0,11694
ПСПА	$Y=1/(\text{Ln}(\text{Ln}(-68,244+72,559*\text{Exp}(1/(\text{Exp}(X))))))$	0,016	0,11655

Предлагаемый способ расчёта оценок параметров ММ свободен от вышеперечисленных недостатков. Так, например, трёхуровневый выбор ММ с использованием метода расчёта оценок ПСПА для 20 экспериментальных точек при применении ЭВМ класса P5/16 занимает 1 час 40 минут, в то время как расчёт с применением предложенного метода – 20 секунд, что сравнимо со временем, затраченным на поиск при использовании метода наименьших квадратов в преобразованных координатах – 18 секунд. Вместе с тем, как показывают расчёты, во всех случаях оценки, полученные с использованием предлагаемых методов, близки к точным и значительно превосходят по точности оценки, получаемые методом наименьших квадратов в преобразованных координатах, что свидетельствует об их высокой эффективности.

Проведенные исследования предложенных подходов и принципов, разработанных

методов в ИКСАЛ показали их высокую эффективность и преимущества перед существующими методами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Прошин, И.А. Структурно-параметрический синтез математических моделей объектов исследования по экспериментальным данным / И.А. Прошин, Д.И. Прошин, Р.Д. Прошина // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Морская техника и технология. 2009. № 1. С. 110-115.
2. Прошин, И.А. Математическое моделирование и обработка информации в исследованиях на ЭВМ / И.А. Прошин, Д.И. Прошин, Н.Н. Мишина и др. Под ред. И.А. Прошина. – Пенза: ПТИ, 2000. 422 с.
3. Прошин, И.А. Структурно-параметрический синтез математических моделей в задачах обработки экспериментально-статистической информации / И.А. Прошин, Д.И. Прошин, Н.Н. Прошина – Пенза: ПГТА, 2007. 178 с.

CREATION THE MATHEMATICAL MODELS IN PROBLEMS OF PROCESSING THE EXPERIMENTAL AND STATISTICAL INFORMATION

© 2012 I.A. Proshin, D.I. Proshin, R.D. Proshina

Penza State Technological Academy

The system of structural and parametrical synthesis of mathematical models on the basis of systematization models principles by types of coordinates transformation, multilevel synthesis and choice of functional dependences packages, receiving consistent, non-displaced and effective valuations in the transformed coordinates is considered.

Key words: *automated synthesis, mathematical model, transformation of coordinates, program complex*

Ivan Proshin, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department "Automation and Management". E-mail: proshin@pgta.ru

Dmitriy Proshin, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor. E-mail: ProshinDI@Softlocalizer.com

Raisa Proshina, Senior Teacher at the Department "Automation and Management"