

УДК 532.516.5

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ К РАСЧЕТУ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ВИБРАЦИОННОГО ФИЛЬТРА

© 2012 В.А. Девисилов, И.А. Мягков

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Поступила в редакцию 29.09.2011

Изложена суть теоретического подхода к разработке аналитической модели предложенного авторами нового устройства очистки жидкостей от взвешенных частиц твердой фракции – гидродинамического вибрационного фильтра. Аналитическая модель является основой для создания инженерных методик расчета и оптимизации режимных и конструктивных параметров нового фильтра.

Ключевые слова: фильтрование, сепарация твердой фазы, гидродинамика, вибрационный фильтр, теоретическая модель.

1. ВВЕДЕНИЕ

Авторами разработан способ очистки жидкостей от частиц твердых загрязнений посредством воздействия на поток очищаемой жидкости центробежных, гидродинамических и вибрационных сил, которые в сочетании с традиционными способами фильтрования через пористую перегородку позволяют значительно сократить нагрузку на нее, увеличив тем самым ресурс ее работы, а значит срок службы фильтра [1]. Фильтр назван авторами гидродинамический вибрационный фильтр (ГДВФ). Фильтры такого типа могут найти широкое применение в системах очистки больших объемов сильно загрязненных жидкостей, обладающих большой вязкостью, для очистки которых требуется применение фильтровальных перегородок (ФП) повышенной грязеемкости и высокой механической прочности, позволяющей выдерживать значительные перепады давления на ней, только посредством которых удается сохранять высокую пропускную способность. Области применения: химическая и нефтехимическая промышленность, системы регенерации и восстановления кондиционных свойств нефтепродуктов, в частности различных типов масел, в частности моторных, трансформаторных, турбинных и т. д. Достоинства и недостатки предлагаемых типов фильтров, в частности их экологические преимущества, а также схемы и механизмы сепарации твердых частиц, и возможные применения в системах очистки подробно рассмотрены в работах [2, 3].

Внедрение в практику фильтрования нового устройства требует разработки методики расчета, позволяющую выбирать их конструктивные

Девисилов Владимир Аркадьевич, кандидат технических наук, доцент. E-mail: devisol@mail.ru

Мягков Игорь Альбертович, ассистент. E-mail: i.myagkov@bk.ru

и режимные параметры в зависимости от характеристик очищаемой жидкости, присутствующих в ней загрязнение, а также требуемых эффективности и тонкости очистки и ресурса работы проектируемого устройств.

Для создания методики расчета и оптимизации режимных и конструктивных параметров ГДВФ необходимо создание теоретической модели процессов, имеющих место в нем, которая позволила бы выявить особенности механизмов сепарации и гидродинамики процессов, определить наиболее значимые с точки зрения влияния на конечный результат параметры, создать базу для разработки инженерной методики расчета.

К настоящему моменту законченной теоретической модели, описывающей сложную гидродинамическую картину течения двухфазной среды в предложенной авторами схеме гидродинамической вибрационной очистки нет. Есть отдельные теоретические модели, описывающие лишь некоторые отдельные механизмы, а не всю их совокупность.

В данной работе предложены теоретические подходы, используемые авторами при создании теоретической модели ГДВФ и на ее основе инженерных методик расчета и оптимизации его режимных и конструктивных параметров.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ К МОДЕЛИ ГДВФ

Теория гидродинамического вибрационного фильтрования базируется на частных случаях решения системы уравнений Навье-Стокса и неразрывности, записанных для несжимаемых ($\rho = \text{const}$) сред и нестационарных течений. Система уравнений имеет вид:

- в декартовых координатах:

$$\left\{ \begin{aligned} \rho \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= X - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right), \\ \rho \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= Y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right), \\ \rho \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial w}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= Z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right), \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0, \end{aligned} \right. \quad (1)$$

где μ – коэффициент динамической вязкости жидкости, Па · с, $\mu = \rho \cdot \nu$;

ρ – плотность жидкости, кг/м³;

ν – коэффициент кинематической вязкости жидкости (кинематическая вязкость), м²/с;

x, y, z – соответствующие проекции массовой силы на координатные оси.

• в цилиндрических координатах:

$$\left\{ \begin{aligned} \rho \cdot \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \cdot \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\phi}{r} \cdot \frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{v_\phi^2}{r} + v_z \cdot \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) &= \\ = K_r - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 v_r}{\partial \phi^2} - \frac{2}{r^2} \cdot \frac{\partial v_r}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right), \\ \rho \cdot \left(\frac{\partial v_\phi}{\partial t} + v_r \cdot \frac{\partial v_\phi}{\partial r} + \frac{v_\phi}{r} \cdot \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{v_r \cdot v_\phi}{r} + v_z \cdot \frac{\partial v_\phi}{\partial z} \right) &= \\ = K_\phi - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial p}{\partial \phi} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 v_\phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial v_\phi}{\partial r} - \frac{v_\phi}{r^2} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 v_\phi}{\partial \phi^2} + \frac{2}{r^2} \cdot \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 v_\phi}{\partial z^2} \right), \\ \rho \cdot \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \cdot \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\phi}{r} \cdot \frac{\partial v_z}{\partial \phi} - \frac{v_\phi^2}{r} + v_z \cdot \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) &= \\ = K_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 v_z}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right), \\ \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial \phi} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0, \end{aligned} \right. \quad (2)$$

где r, ϕ, z – соответственно радиальная, окружная и осевая координаты;

v, u, w и K_r, K_ϕ, K_z – составляющие скорости и массовой силы в направлении этих координат.

Течение жидкости в ГДВФ можно разложить на 3 составляющие движения:

1) продольное течение жидкости в канале между неподвижной ФП и корпусом фильтра при наличии равномерного отсасывания пограничного слоя – фильтрация через неподвижную перегородку;

2) течение жидкости в условиях вращения ФП относительно неподвижного корпуса при наличии равномерного отсасывания пограничного слоя – фильтрация через вращающуюся перегородку;

3) течение жидкости в условиях вибрации (возвратно-поступательных движений) ФП при наличии равномерного отсасывания пограничного слоя – фильтрация через колеблющуюся перегородку.

2.1. Продольное течение жидкости между ФП и корпусом фильтра

Профиль скорости потока перепускаемой жидкости. Имеет место случай течения жидкости в кольцевой цилиндрической трубе с равномерным отсасыванием пограничного слоя.

Система уравнений (1) имеет вид

$$\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (3)$$

$$v \cdot \frac{\partial w}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \Leftrightarrow \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{v}{\nu} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} = -\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial z}. \quad (4)$$

Граничными условиями при этом будут:

$$w = 0, \quad v = v_0 \quad \text{при } y=0,$$

$$w = 0 \quad \text{при } y=h.$$

Общее решение уравнения (4) имеет вид

$$w(y) = -\frac{v}{\nu} \cdot \exp\left(-\frac{v}{\nu} \cdot y\right) - \frac{1}{\rho \cdot \nu} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta z} \cdot y + C_2.$$

Его решение при заданных граничных условиях

$$w(y) = -\frac{h}{\rho \cdot \nu_0} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta z} \cdot \left(\frac{\exp\left(-\frac{\nu_0 \cdot y}{\nu}\right) - 1}{\exp\left(-\frac{\nu_0 \cdot h}{\nu}\right) - 1} - \frac{y}{h} \right),$$

$$\nu_0 = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot L}, \quad (5)$$

где Q – расход фильтруемой жидкости, м³/с;

R, L – соответственно радиус и длина ФП, м.

Удельные потери давления по длине ФП при тении жидкости в кольцевой трубе выражаются формулой

$$\frac{\Delta p}{\Delta z} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho \cdot w_{\text{cp}}^2}{2} = \frac{8 \cdot \mu \cdot w_{\text{cp}}}{h^2},$$

$$w_{\text{cp}} = \frac{Q}{\pi \cdot (D + h) \cdot h}.$$

где h – зазор между корпусом и ФП, м.

Тогда формула (5) принимает вид:

$$w(y) = -\frac{8 \cdot \nu \cdot w_{\text{cp}}}{h \cdot \nu_0} \cdot \left(\frac{\exp\left(-\frac{\nu_0 \cdot y}{\nu}\right) - 1}{\exp\left(-\frac{\nu_0 \cdot h}{\nu}\right) - 1} - \frac{y}{h} \right). \quad (6)$$

Введем обозначения

$$\bar{y} = \frac{y}{h}, \quad \bar{A} = \frac{v_0 \cdot h}{\nu}, \quad \bar{w}(\bar{y}) = \frac{w(\bar{y})}{w_{cp}}.$$

Тогда формула (6) примет вид:

$$w(\bar{y}) = -\frac{8}{\bar{A}} \cdot \left(\frac{\exp(-\bar{A} \cdot \bar{y}) - 1}{\exp(-\bar{A}) - 1} - \bar{y} \right). \quad (7)$$

Формула (7) позволяет определить величину скорости продольного потока в зависимости от расстояния y от ФП. Безразмерный коэффициент \bar{A} в (7) есть ни что иное как показатель фильтруемости ГДВФ. Он служит для оценки влияния отсасывания пограничного слоя на распределение скорости в кольцевом зазоре между ФП и корпусом. \bar{A} устанавливает взаимосвязь между такими параметрами гидродинамического фильтрования как коэффициент ν кинематической вязкости жидкости, зазор h между ФП и корпусом и скорость v_0 фильтрации, что позволяет определить оптимальных конструктивных и режимных параметров ГДВФ для получения требуемой эффективности очистки.

На рис. 1 представлен в относительных координатах график зависимости скорости потока перепускаемой жидкости от расстояния между ФП и корпусом, выполненный при разных значениях показателя фильтруемости.

Как видно из рис. 1, при $\bar{A} = 100$ отсасывание пограничного слоя не влияет на эпюру скорости продольного потока. При $\bar{A} = 10$ и менее вершина параболы смещается в сторону фильтровальной поверхности.

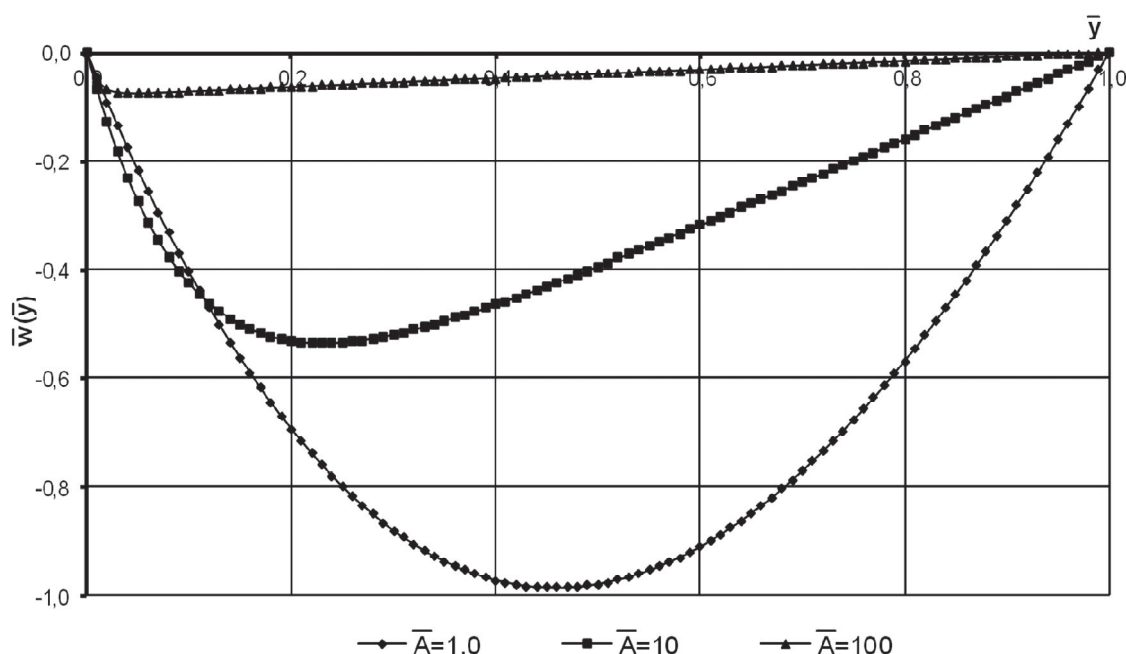


Рис. 1. Распределение продольных скоростей жидкости в кольцевом зазоре между ФП и корпусом

Условие смыва частицы загрязнений, находящейся во взвешенном состоянии между ФП и корпусом, потоком перепускаемой жидкости.

Для того, чтобы обеспечить оптимальные условия удаления частицы загрязнений из ГДВФ потоком перепускаемой жидкости, необходимо отбросить ее на минимальное расстояние $y = h_{min}$, на котором величина скорости будет иметь максимальное значение.

Величину h_{min} можно определить из уравнения

$$\frac{\partial w(\bar{y})}{\partial \bar{y}} = -\frac{8}{\bar{A}} \cdot \left(\frac{\bar{A} \cdot \exp(-\bar{A} \cdot \bar{y})}{\exp(-\bar{A}) - 1} - 1 \right) = 0.$$

Тогда

$$y = -\frac{1}{\bar{A}} \cdot \ln \left(\frac{1 - \exp(-\bar{A})}{\bar{A}} \right), \quad (8)$$

$$\bar{w}_{max} = \frac{8}{\bar{A}^2} \cdot \left(1 + \frac{\bar{A}}{\exp(-\bar{A}) - 1} - \ln \left(\frac{\exp(\bar{A}) - 1}{\bar{A}} \right) \right). \quad (9)$$

Уравнение (8) позволяет рассчитать минимальное расстояние h_{min} от ФП, на которое нужно отбросить частицу загрязнений, чтобы обеспечить оптимальные условия ее смыва потоком перепускаемой жидкости. Уравнение (9) определяет величину скорости \bar{w}_{max} на этом расстоянии.

Траектория движения частицы жидкости.

Траектория движения частицы жидкости может быть рассчитана из выражения

$$s(y) = \int w(y) \cdot dt = -\int \frac{8 \cdot \nu \cdot w_{cp}}{h \cdot v_0} \cdot \left(\frac{\exp\left(-\frac{v_0 \cdot y}{\nu}\right) - 1}{\exp\left(-\frac{v_0 \cdot h}{\nu}\right) - 1} - \frac{y}{h} \right) \cdot dt.$$

За время dt частица жидкости пройдет расстояние $dy = v_0 \cdot dt$. Тогда

$$s(y) = \int w(y) \cdot \frac{dy}{v_0} = - \int \frac{8 \cdot v}{h} \cdot \left(\frac{\exp\left(-\frac{v_0 \cdot y}{v}\right) - 1}{\exp\left(-\frac{v_0 \cdot h}{v}\right) - 1} - \frac{y}{h} \right) \cdot \frac{w_{\text{сп.}}}{v_0^2} \cdot dy.$$

2.2. Окружное течение жидкости между ФП и корпусом

1) *Течение жидкости, образованное вращением внутреннего цилиндра относительно неподвижного цилиндрического корпуса с равномерным отсасыванием пограничного слоя*

Обозначения: пусть r_1 и r_2 – радиусы внутреннего и внешнего цилиндров, а ω_1 – угловая скорость внутреннего цилиндра. Поскольку рассматриваемое течение можно считать плоским система (2) принимает следующий вид:

$$\rho \cdot \frac{u^2}{r} = \frac{\Delta p}{\Delta r}; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u}{r} \right) = 0.$$

При этом граничными условиями будут следующие соотношения:

$$u = r_1 \cdot \omega_1 \text{ при } r = r_1;$$

$$u = 0 \text{ при } r = r_2.$$

Решая уравнение (4) при заданных граничных условиях, получим

$$u = \frac{1}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \left(\frac{r_1^2 \cdot r_2^2}{r} - r_1^2 \cdot r \right) \cdot \omega_1;$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \left(\frac{1}{r} - \frac{v}{\nu} \right) \cdot \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{\nu} \cdot \frac{u^2}{r} - \frac{v}{r^2} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial r}; \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \left(\frac{1}{r} - \frac{v}{\nu} \right) \cdot \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} - \frac{v}{\nu} \cdot \frac{u}{r} = 0;$$

$$\frac{dv}{dr} + \frac{v}{r} = 0.$$

Пусть $v = v_0 = \text{const}$, тогда

$$\frac{1}{\nu} \cdot \frac{u^2}{r} - \frac{v}{r^2} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \left(\frac{1}{r} - \frac{v}{\nu} \right) \cdot \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} - \frac{v}{\nu} \cdot \frac{u}{r} = 0. \quad (12)$$

Решение возможно с применением численных методов.

2) *Обтекание плоской пластины с учетом ограниченности пространства*

Дифференциальное уравнение обтекания жидкостью плоской пластины имеет вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{v}{\nu} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{v}{\nu} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (13)$$

Граничными условиями являются следующие выражения:

$$u = \omega \cdot R, \quad v = v_0 = \text{const} < 0 \text{ при } y = 0,$$

$$u = 0 \text{ при } y = h.$$

Общее решение уравнения имеет вид:

$$u = -\frac{v}{v_0} \cdot C_1 \cdot \exp\left(-\frac{v}{v_0} \cdot y\right) + C_2.$$

Его решение при заданных граничных условиях:

$$u(y) = -\frac{1 - \exp\left[\frac{v_0}{v} \cdot (h - y)\right]}{1 - \exp\left(\frac{v_0}{v} \cdot h\right)} \cdot \omega \cdot R. \quad (14)$$

Введем обозначения:

$$\bar{y} = \frac{y}{h}, \quad \bar{A} = \frac{v_0 \cdot h}{v}, \quad \bar{u}(\bar{y}) = \frac{u(\bar{y})}{\omega \cdot R}.$$

Тогда

$$\bar{u}(\bar{y}) = -\frac{1 - \exp[\bar{A} \cdot (1 - \bar{y})]}{1 - \exp(\bar{A})}. \quad (15)$$

Формула (15) позволяет определить величину окружной скорости в зависимости от расстояния y от ФП.

На рис. 2 представлен в относительных координатах график зависимости окружной скорости жидкости от расстояния между ФП и корпусом, выполненный при разных значениях показателя фильтруемости.

Как видно из рис. 2 при $\bar{A} = 1,0$ отсасывание пограничного слоя практически не оказывает влияния на эпюру скоростей в кольцевом зазоре между ФП и корпусом, а скорости частицы жидкости повторяют характер кривой, описываемой уравнением (15), что соответствует случаю течения жидкости между вращающимся цилиндром с непроницаемыми стенками и неподвижным корпусом. При $\bar{A} = 100$ отсасывание пограничного слоя вызывает резкое экспоненциальное снижение окружной скорости и на расстоянии $\bar{y} = 0,1$ от ФП эта скорость уже принимает нулевое значение, тем самым ухудшается способность фильтра к центробежной сепарации.

2.3. Течение жидкости при вибрации ФП

При отсутствии проницаемости ФП

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + v_0 \cdot \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{1}{\nu} \cdot \frac{\partial w}{\partial t} = 0.$$

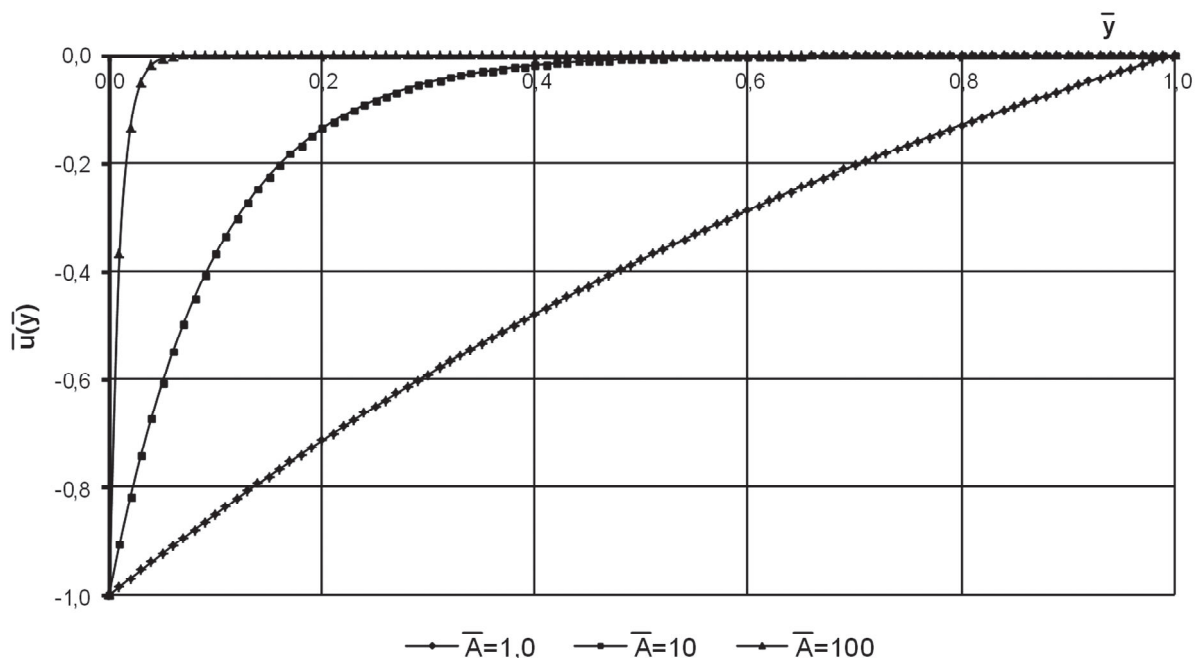


Рис. 2. Распределение окружных скоростей жидкости в кольцевом зазоре между ФП и корпусом

Граничные условия:

$$\text{при } y = 0, w = A_{\text{в.}} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_{\text{в.}} \cdot t + \alpha);$$

$$\text{при } y = h, w = 0,$$

где $A_{\text{в.}}$ – амплитуда вибрации, м;

$f_{\text{в.}}$ – частота вибрации, Гц;

α – сдвиг фазы колебаний, рад;

t – время, с.

Уравнение может быть решено графическим методом. Решение уравнения представлено на рис. 3.

Рис. 3 также иллюстрирует влияние отсасывание пограничного слоя на эпюру скоростей при

колебательном движении ФП: при $\bar{A} = 100$ пульсации жидкости практически не наблюдаются, в то время как при $\bar{A} = 1,0$ пульсации очевидны.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенные подходы к теоретическому описанию гидродинамических процессов в ГДВФ позволяют создать его аналитическую динамическую и сепарационную модель. Адекватность предложенного теоретического подхода проверена путем сравнительных расчетов про-

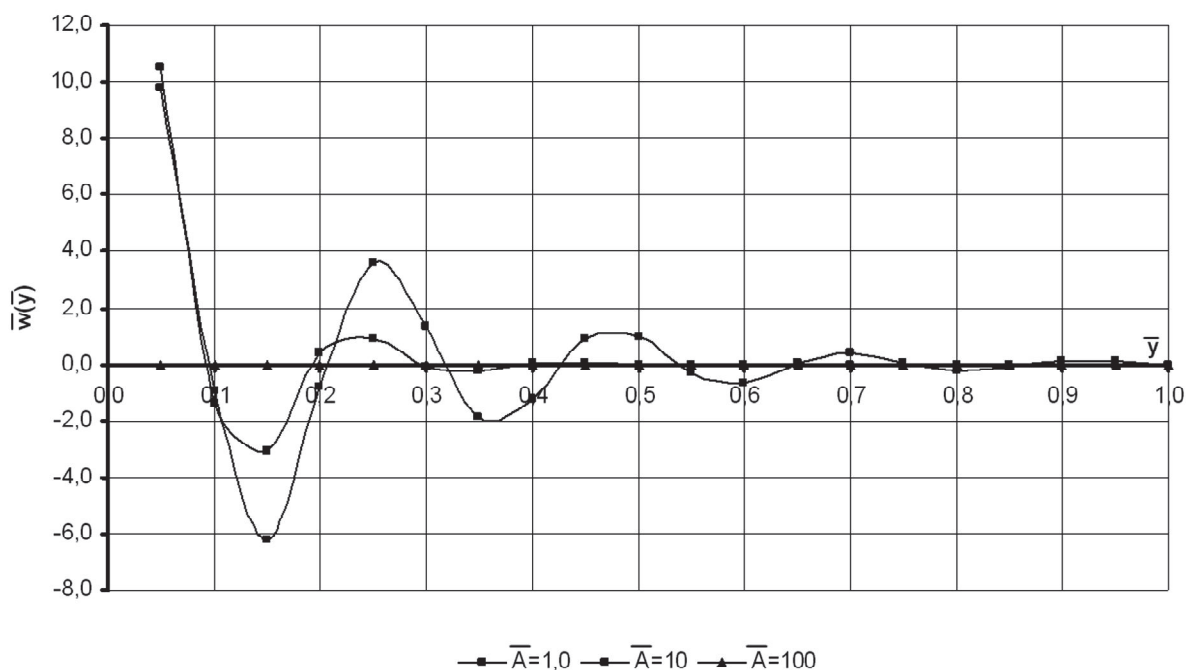


Рис. 3. Распределение продольных скоростей жидкости в кольцевом зазоре между ФП и корпусом

филей скорости по некоторым полученным формулам и путем численных расчетов с использованием стандартной программы *Ansys CFX*.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Девисилов В.А. Мягков И.А.* Гидродинамическое вибрационное фильтрование и конструкции фильтров // Безопасность жизнедеятельности. 2004. № 7. С. 37-47.
2. *Девисилов В.А. Мягков И.А.* Мобильная установка для восстановления отработанных масел // Безопасность в техносфере. 2007. № 5. С. 36.
3. *Девисилов В.А. Мягков И.А.* Гидродинамические вибрационные фильтры для регенерации отработанных масел и нефтепродуктов // Экология и промышленность России. 2005. Июль. С. 4-7.

THEORETICAL APPROACHES TO CALCULATION OF HYDRODYNAMIC VIBRATIONAL FILTER

© 2012 V. A. Devisilov, I. A. Myagkov

Moscow State Technical University named after N.E. Bauman

The essence of theoretical approach to development of analytical model of new device of purification of liquids from suspended particles of solid fraction is described. The analytical model is the basis of creation of engineering methods of calculation and of optimization of regime and construction parameters of new filter.

Key words: filtering, separation of solid phase, hydrodynamics, vibration filter, theoretical model