

УДК 539.376

ЭВОЛЮЦИЯ НАПРЯЖЁННОГО СОСТОЯНИЯ И ОЦЕНКА РАБОТОСПОСОБНОСТИ УЗЛА БОЛТОВОГО СОЕДИНЕНИЯ ВЯЗКОУПРУГИХ КОМПОЗИЦИОННЫХ ПЛАСТИН

© 2012 А.Ю. Горохов, Н.А. Труфанов, Л.В. Чеклецова

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

Поступила в редакцию 29.11.2012

Исследуется соединение ортотропных вязкоупругих пластинок болтом, поставленным с зазором. Концы пластин нагружены постоянными равномерно распределёнными растягивающими усилиями. Задача решена в трёхмерной постановке в рамках линейной теории вязкоупругости. Решение произведено методом квазиконстантных операторов с конечно-элементной реализацией. Получена картина эволюции напряжённого состояния соединения даже при постоянной внешней нагрузке. Произведена оценка длительной прочности соединения в рамках теории длительной прочности А.А. Ильюшина. Установлена возможность нарушения условия неподвижности стыка с течением времени. Определены опасные напряжения, а также значения постоянного внешнего воздействия и характерные времена, при которых происходит нарушение прочности.

Ключевые слова: вязкоупругость, композиты, анизотропия, длительная прочность

Многие полимерные композиционные материалы обладают рядом с ярко выраженной анизотропией свойств свойствами вязкоупругости. Благодаря этому в них даже при постоянном внешнем нагружении может наблюдаться заметная эволюция напряжённого состояния. Подобные эффекты отмечены в ряде работ отечественных [1-5] и зарубежных [6-9] авторов. Для оценки работоспособности таких конструкций необходимо использовать критерии длительной прочности. В работах [4-6] рассматривается анизотропная вязкоупругая композиционная пластинка с отверстием под действием растягивающих усилий. Показано весьма существенное перераспределение напряжений во времени около кромки отверстия, поэтому расчёт конструкций из композиционных элементов с отверстиями представляет высокий практический интерес.

Рассмотрим соединение двух ортотропных вязкоупругих пластинок из одинакового композиционного материала стальным болтом, поставленным с зазором. Концы пластин нагружены равномерно распределёнными растягивающими усилиями. Между гайкой и композиционным материалом расположена шайба. Болт затянут, а величина силы затяжки назначается из условия неподвижности стыка за счёт возникновения сил трения:

$$F_{\text{тр}} = \mu F_n \geq nQ,$$

где $F_{\text{тр}}$ – сила трения в стыке между пластинами; F_n – нормальная реакция в стыке, Н; μ – коэффициент трения; Q – растягивающее усилие, Н; n – коэффициент запаса.

При такой постановке болт в соединении не работает на срез и смятие. Задача рассматривается в трёхмерной постановке. Схема нагружения представлена на рис. 1.

Пластинки из композиционного материала занимают область V . Поверхность нагруженных концов пластинок $S_1 = S_{11} \cup S_{12}$. Поверхность стыковки пластинок с элементами крепления и приложения перемещений от действия сил затяжки болта $S_2 = S_{21} \cup S_{22}$. Все ненагруженные поверхности обозначим как S_4 . Рассматриваются только композитные пластинки. Запишем постановку задачи в рамках линейной теории вязкоупругости ортотропных материалов:

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x})) &= 0, \quad \mathbf{x} \in V, \\ \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}) &= \frac{1}{2} \left(\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x}) + (\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x}))^T \right), \quad \mathbf{x} \in V, \\ \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) &= {}^4 \mathbf{R}^* \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}, t) = \\ &= \int_0^t {}^4 \mathbf{R}(t - \tau) \cdot d\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}, \tau), \quad \mathbf{x} \in V. \end{aligned}$$

где $\mathbf{x}$ – вектор координат точек пластинок; $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений; $\boldsymbol{\varepsilon}$ – тензор деформаций; $\mathbf{u}$ –

Горохов Александр Юрьевич, старший преподаватель кафедры вычислительной математики и механики. Email: littlealex99@mail.ru

Труфанов Николай Александрович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой вычислительной математики и механики. Email: nat@pstu.ru.

Чеклецова Любовь Валерьевна, студентка

вектор перемещений; t – время; ${}^4\mathbf{R}^*$ – тензор интегральных вязкоупругих операторов; ${}^4\mathbf{R}(t)$ – тензор функций релаксации материала пластинок.

Граничные условия:

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \mathbf{x} \in S_4,$$

$$\sigma_{xx}(\mathbf{x}) = p, \tau_{yx}(\mathbf{x}) = 0,$$

$$\tau_{xz}(\mathbf{x}) = 0, \mathbf{x} \in S_1,$$

$$u_z(\mathbf{x}) = U_2, \mathbf{x} \in S_{21}, u_z(\mathbf{x}) = -U_1, \mathbf{x} \in S_{22}.$$

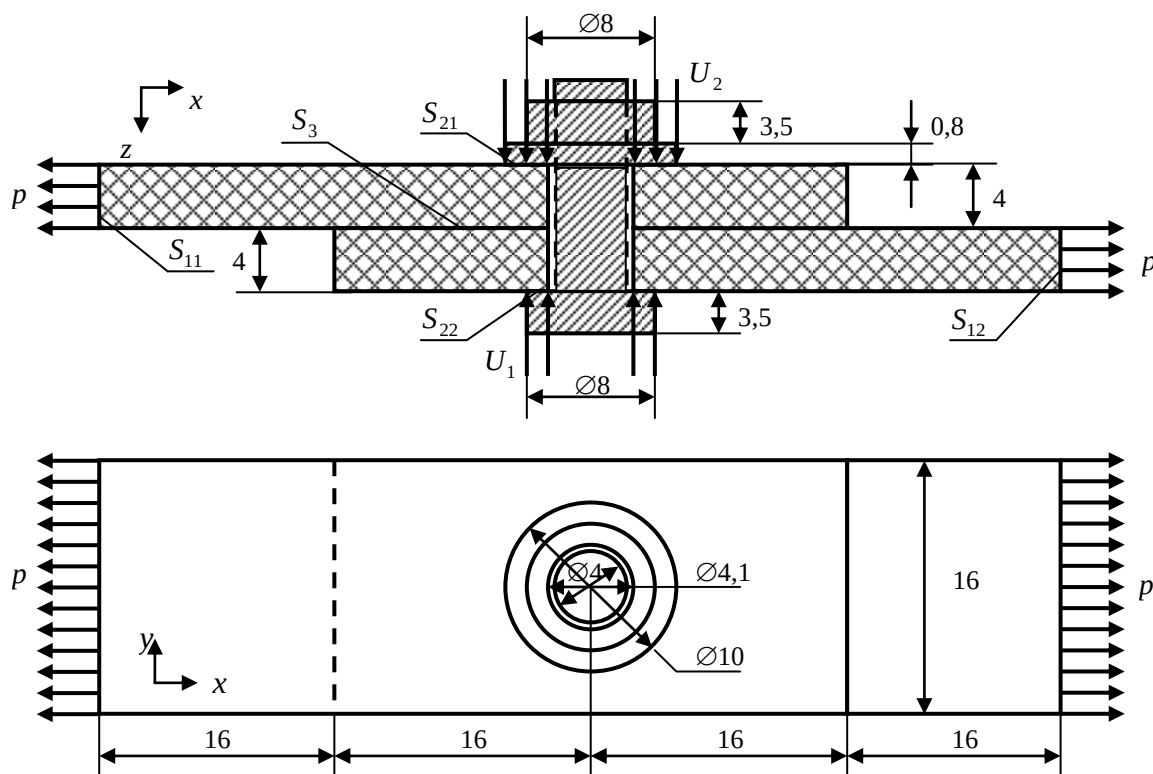


Рис. 1. Схема нагружения болтового соединения:

▨ – композиционный материал V;
▨ – материал креплений

Так как площадь поверхности приложения усилий затяжки болта S_2 много меньше площади стыковки пластин, то на этой поверхности можно пренебречь касательными напряжениями τ_{xz} и τ_{yz} :

$$\tau_{xz}(\mathbf{x}) = 0, \tau_{yz}(\mathbf{x}) = 0, \mathbf{x} \in S_2.$$

Материал композиционных пластинок представляет собой стеклопластик на основе

эпоксидного связующего ЭДТ-10. Для описания компонент тензора функций релаксации ${}^4\mathbf{R}(t)$ данного материала выберем выражение:

$$R_{ijkl}(t) = C_{ijkl}^{(0)} + \sum_{r=1}^5 C_{ijkl}^{(r)} \cdot e^{-\gamma^{(r)} t}.$$

Коэффициенты $C_{ijkl}^{(r)}$ в МПа и $\gamma^{(r)}$ в s^{-1} приведены в табл. 1.

Таблица 1. Значения коэффициентов функций релаксации

r	$\gamma^{(r)}$	$C_{1111}^{(r)}$	$C_{1122}^{(r)} = C_{1133}^{(r)}$	$C_{2222}^{(r)} = C_{3333}^{(r)}$	$C_{2233}^{(r)}$	$C_{2323}^{(r)}$	$C_{1313}^{(r)} = C_{1212}^{(r)}$
0	–	6254	3166	20000	15700	14900	1721
1	$0,2085 \cdot 10^{-1}$	130,2	-34,48	304,3	-239,9	49,17	140,5
2	$0,4555 \cdot 10^{-1}$	101,8	-26,58	239,7	-188,6	38,14	110,3
3	$0,8757 \cdot 10^{-1}$	284,2	-74,67	645,1	-505,4	105,6	303,7
4	$0,5205 \cdot 10^{-1}$	697,1	-172,5	1625	-1271	251,2	755,0
5	$0,6303 \cdot 10^{-1}$	910,5	-217,1	1645	-1175	294,7	916,4

Поставленная задача вязкоупругости содержит несколько независимых интегральных операторов R_{ijkl}^* , для ее решения используем приближенный метод квазиконстантных операторов [10]. Для оценки погрешности решения задачи определены показатели квазиконстантности [10] всех входящих в неё операторов R_{ijkl}^* и установлено, что $\lambda_{1313}=\lambda_{1212}=0,116$, а значения остальных не превышают 0,057. Следуя [10], верхнюю оценку относительной погрешности решения можно определить как 6%. Метод квазиконстантных операторов позволяет перейти от вязкоупругой задачи к последовательности упругих задач с переменными по времени упругими константами. Решение упругой задачи для каждого момента времени производилось методом конечных элементов при помощи пакета ANSYS. Использованы трёхмерные 8-узловые конечные элементы. Воздействие усилий затяжки болта на стеклопластик учитывается путем задания на соответствующих контактных поверхностях перемещений, имитирующих сближение контактных поверхностей при затяжке. Во времени данные перемещения не изменяются (предполагается, что жесткость пластика в поперечном направлении на много ниже жесткости болта).

Основной интерес в данной задаче представляет напряжённое состояние возле отверстия под болт, так как оно является концентратором напряжений, а также плоскость стыка композиционных пластинок. Результаты расчёта соединения показали, что при достаточном удалении от отверстия почти все напряжения имеют слабоизменяющийся во времени характер, касательные напряжения малы по сравнению с нормальными. Наибольшими по величине являются напряжения σ_{zz} и $\sigma_{\theta\theta}$. На рис. 2, 3 приведены графики изменения во времени напряжений σ_{zz} и $\sigma_{\theta\theta}$ на кромке отверстия для точек, соответствующих углам 0° и 90° в сечении по плоскости стыка в полярной системе координат с центром, совпадающим с центром отверстия.

Как видно из этих графиков нормальные напряжения σ_{zz} и $\sigma_{\theta\theta}$ по абсолютной величине уменьшаются с течением времени. Особенно важно, что уменьшаются по абсолютной величине напряжения σ_{zz} , а, следовательно, уменьшается и интегральная сила трения на поверхности соединения (рис. 4). Относительное изменение силы трения в стыке (рис. 4) составляет 55%. Значение силы к концу рассматриваемого периода времени становится меньше приложенной растягивающей нагрузки $F_{tr} < Q$, что может привести к смещению стыка, при этом болт начнёт работать на срез и смятие композиционного материала. Так как изначально болтовое соединение проектировалось с зазором, то можно считать,

что вязкоупругие эффекты могут привести к нарушению работоспособности соединения.

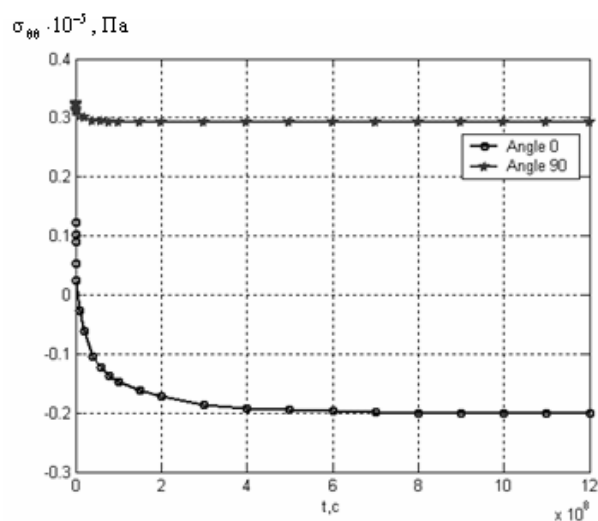


Рис. 2. Графики изменения во времени напряжений $\sigma_{\theta\theta}$ на кромке отверстия

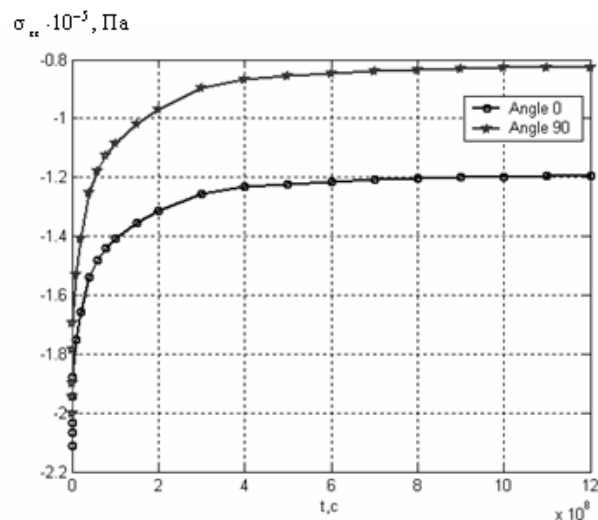


Рис. 3. Графики изменения во времени напряжений σ_{zz} на кромке отверстия

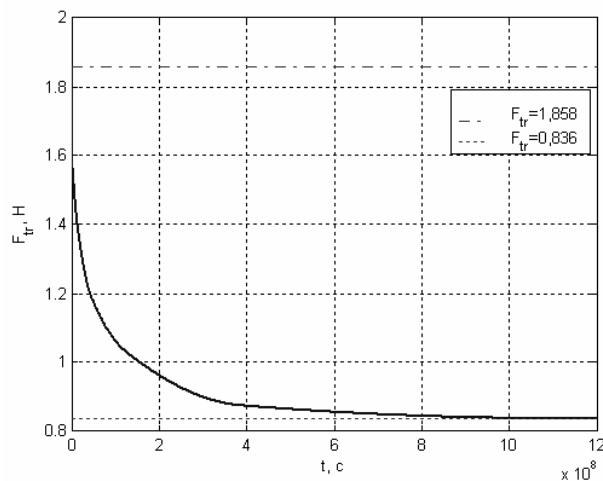


Рис. 4. График изменения во времени силы трения в стыке, Н

Произведем анализ длительной прочности конструкции. В полимерных композитах задолго до разрушения начинают накапливаться микроповреждения, которые могут привести к разрушению конструкции с течением времени даже при относительно низких уровнях напряжений. Подобные явления объясняются теориями длительной прочности, которые служат основой для предсказания долговечности конструкции. Будем считать, что прочность материала пластинок в направлении поперек слоев определяется поведением связующего, а в продольном направлении учет длительной прочности несущественен в силу малости вязкоупругих свойств армирующих стекловолокон.

Следуя теории длительной прочности А.А. Ильюшина [11] при одноосном нагружении величина накопленных повреждений $p(t)$ определяется из соотношения

$$p(t) = \int_0^t s_{11}^{-1}(t_p - \tau) d(\sigma_{11}(\tau)) \quad (1)$$

где $S_{11}(t)$ – функция зависимости заданного напряжения от времени до разрушения t_p ; $\sigma_{11} = s_{11}(t_p)$ при одноосном растяжении вдоль оси 1, которая находится из аппроксимации кривых длительной прочности в виде

$$\int_0^{t_p} s_{11}^{-1}(t_p - \tau) d(\sigma_{11}(\tau)) = 1$$

Для связующего ЭДТ-10 аппроксимация данных из работы [12] степенным соотношением дает

$$\sigma_{11} = s_{11}^n(t_p^n) = \left(\frac{B}{t_p^n} \right)^{1/n} \quad (2)$$

где $B = 2,1185 \cdot 10^{38}$ МПа; $n = 19,354$; t_p^n – время до разрушения связующего в поперечном направлении, с.

Так как в поперечном направлении (направлении 2) работает только связующее, то функция повреждаемости в данном направлении с учетом (1) и (2) будет иметь вид

$$p_{22}(t) = \int_0^t \left(\frac{t - \tau}{B} \right)^{1/n} d(\sigma_{22}(\tau))$$

Будем считать, что при чисто объемном деформировании повреждаемость связующего не накапливается, тогда функция повреждаемости от действия сдвиговых напряжений будет следующей

$$p_{12}(t) = \frac{2}{3} \int_0^t \left(\frac{t - \tau}{B} \right)^{1/n} d(\sigma_{12}(\tau))$$

Для рассматриваемой конструкции накопление повреждений в поперечном направлении происходит за счет напряжений обжатия материала пластинок σ_{zz} (данное напряжение непосредственно связано с силой затяжки болта), а сдвиговые повреждения накапливаются за счет касательных напряжений τ_{xz} и τ_{yz} . Рассмотрим функции повреждаемости в некоторой критической точке конструкции. Под критическими подразумеваются точки, в которых функция повреждаемости имеет наибольшее значение при одинаковом внешнем воздействии. На рис. 5 приведены графики изменения с течением времени функции повреждаемости в поперечном направлении при различных значениях внешней растягивающей нагрузки. Из рис. 5 видно, что при внешней растягивающей силе $Q = 350$ Н значение функции повреждаемости уже при малых временах превышает единичное значение, что означает быстрое разрушение конструкции. При нагрузках меньше 210 Н значение функции повреждаемости не превышает единицу, что означает надежность конструкции на протяжении рассматриваемого периода времени. Приложение растягивающего усилия в диапазоне от 210 до 350 Н дает потерю прочности в различные моменты времени, что подтверждает возможность потери прочности конструкции с течением времени.

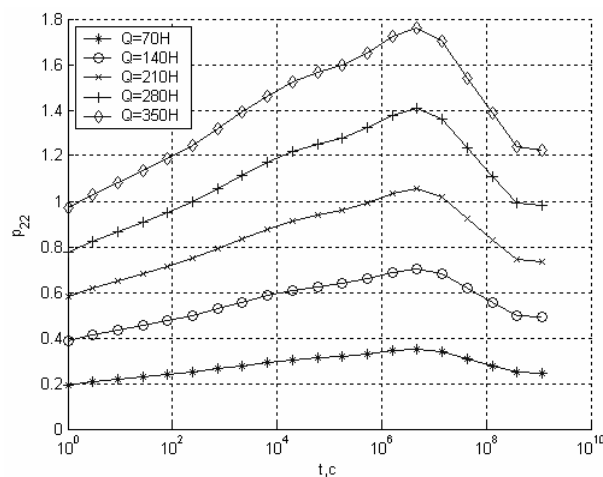


Рис. 5. Изменение функции повреждаемости в поперечном направлении от времени при различных величинах внешней растягивающей силы

Функции сдвиговой повреждаемости от воздействия напряжений τ_{xz} и τ_{yz} даже при нагрузке равной $Q = 350$ Н на протяжении рассматриваемого периода времени остаются много меньше единицы. Следовательно, касательные

напряжения создают лишь незначительные повреждения в материале конструкции и поэтому не являются опасными.

Выводы:

1. Установлен и численно исследован эффект эволюции напряженного состояния болтового соединения композитных пластин при постоянном внешнем воздействии. Показана возможность потери работоспособности соединения вследствие релаксации усилия затяжки болта.

2. Оценка длительной прочности позволила определить диапазон значений внешней нагрузки, при которых существует возможность потери прочности соединения.

3. Установлено, что потеря прочности конструкции зависит от напряжений обжатия стеклопластиковых пластин. Накопление сдвиговой повреждаемости незначительно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Матвеевко, В.П. Построение решений задач теории упругости в виде рядов по степеням упругих постоянных и их приложения к вязкоупругости / В.П. Матвеевко, И.Е. Трояновский, Г.С. Цапина // Прикладная математика и механика. 1996. Т.60, вып. 4. С. 651-659.
2. Труфанов, Н.А. Ползучесть композиционных накопителей энергии / Н.А. Труфанов, О.Ю. Сметанников // Проблемы прочности. 1991. № 6. С. 59-62.
3. Труфанов, Н.А. Напряжённо-деформированное состояние вязкоупругой системы оболочка-оправка при силовой намотке / Н.А. Труфанов, А.А. Суходоева // Механика композиционных материалов и конструкций. 2000. Т.6, №4. С. 495-503.
4. Подильчук, И.Ю. Исследование концентрации напряжений в вязкоупругой ортотропной пластине с эллиптическим отверстием // Прикладная механика. 1997. Т. 33, № 9. С. 64-73.
5. Каминский, А.О. О влиянии вязкоупругих свойств компонент композита на концентрацию напряжений около эллиптического отверстия в пластине из композитного материала / А.О. Каминский, М.Ф. Селиванов // Доп. Нац. АН України. 2010. № 1. С. 47-53.
6. Grüber, B. Stress concentration analysis of fibre-reinforced multilayered composites with pin-loaded holes / B. Grüber, W. Hufenbach, C. Kroll et al. // Compos. Sci. and Technol. 2007. 67, №7-8. С. 1439-1450.
7. Kennedy, T.C. Three-dimensional, nonlinear viscoelastic analysis of laminated composites / T.C. Kennedy, M. Wang // J. Compos. Mater. 1994. 28, № 10. С. 902-925.
8. Colaš, J. Buckling of composite cylindrical shells under axial compression taking into account creep and shear deformation // Arch. Civ. Eng. 1995. 41, № 2. С. 177-194.
9. Seung-Jo, K. Finite element analysis of laminated composites using an unmixing-mixing viscoplastic model / K. Seung-Jo, Sh. Eui-Sup // AIAA Journal. 1996. 34, № 3. С. 634-637.
10. Малый, В.И. Метод квазиконстантных операторов в теории вязкоупругости анизотропных нестареющих материалов / В.И. Малый, Н.А. Труфанов // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1987. №6. С. 148-154.
11. Адамов, А.А. Методы прикладной вязкоупругости / А.А. Адамов и др. – Екатеринбург: УрО РАН, 2003. С. 116-162.
12. Ильюшин, А.А. Основы математической теории термовязкоупругости / А.А. Ильюшин, Б.Е. Победря. – М.: Наука, 1970. 280 с.
13. Адамович, А.Г. Температурно-временная зависимость прочности эпоксидной смолы ЭДТ-10 // Механика полимеров. 1978. №5. С. 920-922.

EVOLUTION OF THE TENSION AND ESTIMATION THE WORKING CAPACITY OF BOLTED JOINT OF VISCOELASTIC COMPOSITE PLATES

© 2012 A.Yu. Gorokhov, N.A. Trufanov, L.V. Chekletsova

Perm National Research Polytechnical University

Bolt joint of ortotropic viscoelastic plates, put with a gap, is investigated. The ends of plates are loaded with the constant evenly distributed stretching efforts. The task is solved in three-dimensional statement within the linear theory of viscoelasticity. The decision is made by a method of quasi-constant operators with final elements realization. The picture of evolution the tension joint even at constant external loading is received. The estimation of joint long-term durability within A. Ilyushin's theory of long-term durability is made. Possibility of violation the immovability condition of a joint in a course of time is established. The dangerous tension, and also values of continuous external influence and characteristic times at which there is durability violation are determined.

Key words: viscoelasticity, composites, anisotropy, long-term durability

Alexander Gorokhov, Senior Teacher at the Department of Computational Mathematics and Mechanics. Email: littlealex99@mail.ru; Nikolay Trufanov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Computational Mathematics and Mechanics Email: nat@pstu.ru; Lyubov Chekletsova, Student