УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАЧАЛЬНОГО РЕЖИМА РАБОТЫ КОЛЬЦА ИЗ ТЕРМОРАСШИРЕННОГО ГРАФИТА В КРАНАХ С УПЛОТНЕНИЕМ ПО ШТОКУ

© 2012 А.В. Зайцев, Д.С. Рогов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

Поступила в редакцию 05.12.2012

Исследован начальный режим работы изготавливаемых крупносерийными партиями колец из терморасширенного графита (ТРГ), которые используются в кранах с уплотнениями по штоку. Предполагалось, что кольцо является толстостенным, ограниченным по высоте упругим однородным толстостенным трансверсально-изотропным цилиндром, зафиксированным в сальниковой камере нажимной втулкой. На одной из торцевых поверхностей было задано давление герметизации со стороны нажимной втулки. На внутренней боковой поверхности были заданы перемещения в осевом направлении, что моделировало возвратно-поступательное движение штока в условиях «приработки» в направлении нажимной втулки и в противоположную сторону. Квазистационарный режим работы уплотнения предполагал отсутствие уноса ТРГ, моделировался заданием на поверхности контакта со штоком закона трения в виде условия пропорциональности радиальных и касательных напряжений. Для описанных выше режимов были получены аналитические решения краевых задач и установлены закономерности распределения напряжений и перемещений в поперечных сечениях уплотнительного кольца.

Ключевые слова: терморасширенный графит, уплотнительное кольцо, цилиндрическая анизотропия, запорная арматура, режим работы

Терморасширенный графит (ТРГ) – уникальный материал, который вне зависимости от условий эксплуатации (повышенные температуры, термоциклирование, время контакта с агрессивными средами) обладает высокой термохимической стойкостью, низким коэффициентом трения, высокими упругими свойствами. Уплотнительные кольца из ТРГ (УК) надежны, не требуют дополнительной герметизации при эксплуатации, не теряют эластичность, хорошо прирабатываются [1], практически не оказывают эрозионного воздействия на соприкасающиеся металлические поверхности [2], работают при криогенных (среда жидкого кислорода) и повешенных (до 560°С) температурах и давлениях до 40,0 МПа в кранах с уплотнениями по штоку [3]. В настоящее время происходит интенсивное внедрение УК на предприятиях и промышленных объектах аэрокосмического, металлургического и химического комплексов, энергетики и ЖКХ.

Существующие методики прочностного анализа, которые используются отечественными и зарубежными инженерами-конструкторами,

занимающимися проектированием УК, работающих при повышенных и криогенных температурах, в контакте с агрессивными средами в конструкциях ответственного назначения, не учитывают существенную анизотропию деформациионных и прочностных свойств ТРГ, а также влияние торцевых усилий, необходимых для герметизации соединений, условий на поверхностях, контактирующих с подвижными элементами и ограниченность по высоте самих уплотнительных элементов. Именно это предопределяет необходимость получения новых аналитических решений.

Задачу об определении напряженного состояния УК, являющегося толстостенным, ограниченным по высоте линейно упругим однородным толстостенным ограниченным по высоте Н трансверсально-изотропным [4, 5] цилиндром, зафиксированным в сальниковой камере нажимной втулкой, будем решать в цилиндрической ортогональной системе координат r, θ и z. Будем считать, что поперечные сечения цилиндра ограничены двумя концентрическими окружностями с радиусами a и b (a < b), а ось симметрии бесконечного порядка z (0≤z≤H) совпадает с образующей. Будем предполагать, что шток (ось симметрии которого совпадает с осью симметрии УК) совершает возвратно-поступательное движение в направлении образующей. Будем

Зайцев Алексей Вячеславович, кандидат физикоматематических наук, доцент кафедры «Механика композиционных материалов и конструкций» Рогов Дмитрий Сергеевич, магистрант

пренебрегать окружными перемещениями, а отсутствие вращения штока будет предопределять независимость радиальных и осевых перемещений (u_r и u_z), радиальных (σ_{rr} и ε_{rr}), окружных ($\sigma_{\theta\theta}$ и $\varepsilon_{\theta\theta}$), осевых (σ_{zz} и ε_{zz}) нормальных напряжений и деформаций, касательных напряжений и сдвиговых деформаций (σ_{rz} и ε_{rz}) от окружной координаты θ . Поэтому геометрические и определяющие соотношения запишутся следующим образом:

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \ \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r}, \ \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z},$$

$$\varepsilon_{rz} = \frac{1}{2} \left\lfloor \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right\rfloor,$$

$$\sigma_{rr} = A_{11}\varepsilon_{rr} + A_{12}\varepsilon_{\theta\theta} + A_{13}\varepsilon_{zz},$$

$$\sigma_{\theta\theta} = A_{12}\varepsilon_{rr} + A_{11}\varepsilon_{\theta\theta} + A_{13}\varepsilon_{zz},$$

$$\sigma_{zz} = A_{13}(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta}) + A_{33}\varepsilon_{zz}, \ \sigma_{zr} = \tilde{G}\varepsilon_{zr},$$

$$A_{11} = \frac{E}{L}(1 - \tilde{v}^2), \ A_{12} = \frac{E}{L}(v - \tilde{v}^2),$$

$$A_{13} = \tilde{v}(1 + v)A_{12}, \ A_{33} = \frac{\tilde{E}}{L}(1 - v^2).$$
(1)

Здесь $L = (1+\nu)(1-\nu-2\tilde{\nu}^2)$, E и \tilde{E} - модули Юнга в плоскости изотропии $r\theta$ и в направлении образующей *z* УК соответственно, \tilde{G} - продольный модуль сдвига, а ν и $\tilde{\nu}$ - коэффициенты Пуассона.

Будем рассматривать режим «приработки» сальникового уплотнения, когда арматура собрана и герметизирована. Нажимная втулка создает равномерное торцевое посадочное давление, заданное на торцевой поверхности кольца

$$\sigma_{zz}(z)\big|_{z=H} = -P, \qquad (3)$$

фиксирует УК в сальниковой камере ограничивая перемещения точек, принадлежащих внешней боковой поверхности, в осевом и радиальном направлениях:

$$u_{z}(r)|_{r=b} = u_{r}(r)|_{r=b} = 0$$
. (4)

Шток совершает первые циклы возвратнопоступательного движения, поэтому на внутренней поверхности УК необходимо задать условие

$$u_z(r)\big|_{r=a} = \pm u_z^{\text{int}}, \tag{5}$$

обеспечивающее равенство осевых перемещений в точках внешней поверхности штока и внутренней уплотнительного элемента. Заданное положительное значение u_z^{int} в формуле (5) со-

ответствует движению в сторону нажимной втулки, отрицательное значение – движению в противоположном направлении.

Пусть в режиме «приработки» осевое перемещение однородно распределено вдоль координаты *z*. Тогда $u_z = u_z(r)$, а уравнения равновесия примут вид:

$$A_{11}\frac{\partial^{2}u_{r}}{\partial r^{2}} + \tilde{G}\frac{\partial^{2}u_{r}}{\partial z^{2}} + A_{12}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{u_{r}}{r}\right) + \frac{1}{r}\left(A_{11} - A_{12}\right)\left(\frac{\partial u_{r}}{\partial r} - \frac{u_{r}}{r}\right) = 0, \qquad (6)$$

$$\tilde{G}\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial u_{r}}{\partial z} + \frac{\partial u_{z}}{\partial r}\right) + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial u_{r}}{\partial z} + \frac{\partial u_{z}}{\partial r}\right)\right] + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial u_{r}}{\partial z} + \frac{u_{r}}{\partial r}\right) = 0. \qquad (7)$$

Решение уравнения (6) будем искать методом разделения переменных, предполагая

$$u_r(r,z) = Z(z)R(r)$$
(8)

Подставив геометрические соотношения (1) в определяющие (2) и, учитывая разложение (8), запишем условие на верхней границе УК в перемещениях (3):

$$Z(H)\frac{\partial R(r)}{\partial r} + Z(H)\frac{R(r)}{r} = -\frac{P}{A_{13}}$$

из которого найдем общий вид одной из неизвестных функции (8)

$$R(r) = c_1 \frac{r}{2} + c_2 \frac{1}{r}.$$

Уравнение (7) должно быть проинтегрировано по радиальной координате, т.к. $u_z = u_z(r)$. Поэтому смешанная и первая производная радиальных перемещений по осевой координате не должны зависеть от *z*. Это накладывает ограничение на вид второй неизвестной функции в представлении (8)

$$Z(z) = c_3 z - c_4$$

Тогда радиальные перемещения (8) могут быть записаны в виде:

$$u_r(r,z) = (c_3 z - c_4) \left(c_1 \frac{r}{2} + c_2 \frac{1}{r} \right).$$
(9)

Подстановка (9) в уравнение (6) приводит к выражению

$$c_3 \left(c_1 \frac{r}{2} + c_2 \frac{1}{r} \right) = 0 \tag{10}$$

Равенство нулю множителя, стоящего в круглых скобках формулы (10), автоматически приводит к тривиальному (соответствует естественному ненапряженному стоянию УК до помещения его в сальниковую камеру и до герметизации) решению $u_r(r,z)=0$. Поэтому для исключения этого частного случая полагаем с₃=0 и, как следствие

$$u_r = u_r(r) = c_1 \frac{r}{2} + c_2 \frac{1}{r}.$$
 (11)

Подстановка (11) в уравнение (7) преобразует последнее к форме

$$\frac{\partial^2 u_z(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z(r)}{\partial r} = 0$$

доступной для интегрирования. Константы интегрирования частного решения

$$u_z(r) = c_5 + c_6 \ln r$$

находим из условий (3)-(5) на внутренней, внешней и торцевой поверхности, контактирующей с нажимной втулкой. Тогда распределение осевых и радиальных перемещений будет описываться соотношениями:

$$u_{z}(r) = \pm u_{z}^{\text{int}} \frac{\ln r - \ln b}{\ln a - \ln b},$$
$$u_{r}(r) = \frac{1 - \nu - 2\tilde{\nu}^{2}}{2E\tilde{\nu}\left(\nu - \tilde{\nu}^{2}\right)} \left\lfloor \frac{b^{2}}{r} - r \right\rfloor P,$$
(12)

а касательное, осевое, радиальное и окружное напряжения в поперечных сечениях УК определятся следующими выражениями:

$$\sigma_{rz}(r) = \pm u_{z}^{i} \frac{1}{2r} \frac{\tilde{G}}{\ln a - \ln b}, \ \sigma_{zz} = -P,$$
(13)
$$\sigma_{rr}(r) = \frac{P\left[(\nu - 1)\frac{b^{2}}{r^{2}} + 2\tilde{\nu}^{2} - 1 - \nu\right]}{2\tilde{\nu}(1 + \nu)(\nu - \tilde{\nu}^{2})},$$
(13)
$$\sigma_{\theta\theta}(r) = \frac{P\left[(1 - \nu)\frac{b^{2}}{r^{2}} + 2\hat{\nu}^{2} - 1 - \nu\right]}{2\tilde{\nu}(1 + \nu)(\nu - \tilde{\nu}^{2})}$$

Рассмотрим «рабочий» режим сальникового уплотнения, когда шток совершает возвратнопоступательные движения с трением на внутренней боковой поверхности УК, находящегося в составе собранной и герметизированной запорной арматуре. Предполагая соосность штока и УК, будем пренебрегать радиальными перемещениями в поперечных сечениях (u_r =0). Как и в режиме «приработки» условия на торцевой (3) и внешней боковой поверхности УК (4) останутся справедливыми, а на внутренней боковой поверхности зададим условия контакта с кулоновским трением в виде пропорциональности касательных и радиальных напряжений:

$$\sigma_{rz}|_{r=a} = \pm f \sigma_{rr}|_{r=a} . \tag{14}$$

Как и в условиях (5) знак правой части (14) определяется направлением движения штока: положительное значение при движении в сторону нажимной втулки и отрицательное – в противоположном направлении. Запишем для рассматриваемого «рабочего» режима работы сальникового уплотнения уравнения равновесия в перемещениях

$$\left(\frac{1}{2}\tilde{G} + A_{13}\right)\frac{\partial^2 u_z}{\partial z \partial r} = 0,$$

$$A_{33}\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \frac{\tilde{G}}{2}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2}\right) = 0.$$
(15)

Первое равенство (15) позволяет определить общий вид функции осевых перемещений

$$u_{z}(r,z) = R(r) + Z(z) + c$$
, (16)

а подстановка этого выражения во второе уравнение (15) позволяет записать дифференциальное уравнение

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial R(r)}{\partial r}\right] = -B\frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2},$$
$$B = \frac{2\tilde{E}(1-v^2)}{L\tilde{G}}.$$

из решения которого могут быть получены неизвестные функции, входящие в (16), и конкретизирован закон изменения осевых перемещений u_z в направлении координат *r* и *z*:

$$u_{z} = c_{1} \ln r + c + \frac{c_{2}}{2} \left(\frac{r^{2}}{2} - \frac{z^{2}}{B} \right) + c_{3} z$$
(17)

Граничные условия (3) и (14) на боковых и (4) на торцевой поверхности позволяют определить константы интегрирования формулы (17), а также записать выражения для осевых перемещений

$$u_{z} = \frac{\tilde{B}}{2} \left[r^{2} - b^{2} + \frac{2z(H-z)}{B} + 2a^{2} \left(\ln b - \ln r \right) \right],$$
$$\tilde{B} = \frac{BP}{H\tilde{E}} \frac{\left(2\tilde{v}^{2} + v - 1 \right)}{v - 1}, \qquad (18)$$

касательных, окружных, радиальных и осевых напряжения

$$\begin{split} \sigma_{rz} &= \pm f \frac{EP\tilde{\mathbf{v}}(1+\mathbf{v})\left(\tilde{\mathbf{v}}^2-\mathbf{v}\right)}{\tilde{E}\left(\tilde{\mathbf{v}}^2-1\right)} \left(1-2\frac{z}{H}\right) + \frac{\tilde{G}\tilde{B}}{r} \left(r^2-a^2\right), \\ (19) \\ \sigma_{rr} &= \sigma_{\theta\theta} = \pm \frac{EP\tilde{\mathbf{v}}(1+\mathbf{v})\left(\tilde{\mathbf{v}}^2-\mathbf{v}\right)}{\tilde{E}\left(\tilde{\mathbf{v}}^2-1\right)} \left(1-2\frac{z}{H}\right), \\ \sigma_{zz} &= \pm P\left(1-2\frac{z}{H}\right), \end{split}$$

в точках поперечных сечений УК.

Как видим, даже в рассмотренных простейших случаях, моделирующих начальный режим работы УК в кранах с уплотнением по штоку, допускающих аналитические решения, выражения для осевых и радиальных перемещений (12) и (18), радиальных, осевых и окружных напряжений (13) и (19) содержат слагаемые, знак которых определяется направлением движения штока. Полученные зависимости позволяют объяснить наблюдаемое при эксплуатации запорной арматуры различие в характере разрушения УК.

Выводы: получены аналитические решения задач для анизотропных толстостенных ограниченных по высоте цилиндрических тел. Эти решения позволяют объяснить различие в распределении перемещений и напряжений в УК, находящихся в сальниковой камере, при возвратно-поступательном движении штока на на-

чальном этапе работы запорной арматуры и в установившемся квазистационарном режиме.

Авторы выражают признательность д.т.н., профессору А.М. Ханову, О.Ю. Исаеву и Д.В. Смирнову за постоянное внимание к работе и обсуждение полученных результатов. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант РФФИ-Урал № 10-01-96033).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

- 1. Белова, М.Ю. Модифицированные уплотнения из терморасширенного графита / М.Ю. Белова, И.А. Малкова, Т.М. Кузинова и др. // Арматуростроение. 2006. № 3. С. 67-71.
- 2. Белова, М.Ю. Коррозионная активность фольги из терморасширенного графита в условиях атмосферной коррозии / М.Ю. Белова, О.Ю. Исаев, Т.М. Кузинова // Коррозия: материалы, защита. 2006. № 7. С. 38-42.
- 3. Белова, М.Ю. Уплотнения из терморасширенного графита: условия безопасного применения в среде жидкого и газообразного кислорода / М.Ю. Белова, О.Ю. Исаев, А.С. Розовский, Д.В. Смирнов // Арматуростроение. 2006. № 2. С. 70-75.
- 4. *Караваев, Д.М.* Механические свойства композиционного материала на основе терморасширенного графита // Д.М. Караваев, А.М. Ханов, А.И. Дегтярев и др. // Известия Самарского научного центра РАН. 2012. Т. 14, № 1(2). С. 562-564.
- Караваев, Д.М. Анизотропия механических свойств композиционного материала на основе терморасширенного графита / Д.М. Караваев, А.М. Ханов, А.И. Дегтярев и др. // Известия Самарского научного центра РАН. 2012. В печати.

MODELING THE INITIAL OPERATING MODE OF THE RING FROM THERMOEXPANDED GRAPHITE IN CRANES WITH CONSOLIDATION ON THE STOCK

© 2012 A.V. Zaitsev, D.S. Rogov

Perm National Research Polytechnical University

The initial operating mode of rings made by lot parties from thermoexpanded graphite (TEG) which are used in cranes with consolidations on a stock is investigated. It was supposed that the ring is the thick-walled, elastic uniform thick-walled transversal and isotropic cylinder limited on height fixed in the omental camera by the press plug. On one of face surfaces sealing pressure was set from the press plug. On the internal lateral surface movements in the axial direction that modeled stock back and forth motion in conditions "extra earnings" in the direction of the press plug and to the opposite side were set. The quasistationary operating mode of consolidation assumed lack of ablation of TEG, was modeled by a task for surfaces of contact with a stock of friction law in the form of condition of proportionality of radial and tangent tension. For described above modes analytical solutions of regional tasks were received and consistent patterns of distribution the tension and movements in cross sections of sealing ring are determined.

Key words: thermoexpanded graphite, sealing ring, cylindrical anisotropy, shutoff valves, operating mode

Aleksey Zaitsev, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor at the Department "Mechanics of Composite Materials and Constructions". E-mail: zav@pstu.ru Dmitriy Rogov, Master