

УДК 621.391

**ФУНКЦИОНИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОШИБОК  
БЕСПЛАТФОРМЕННОЙ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ  
СИСТЕМЫ ПРИ ОДНОВРЕМЕННОЙ НАВИГАЦИИ,  
ДИНАМИЧЕСКОМ ПОСТРОЕНИИ И ОБРАБОТКИ ДАННЫХ  
МНОГОСТРУКТУРНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ В РАМКАХ  
РАЗРАБОТКИ АЛГОРИТМОВ ИНТЕГРИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ  
НАВИГАЦИИ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА С  
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ GPS/ГЛОНАСС ТЕХНОЛОГИЙ**

© 2012 Д.В. Доронин, А.А. Донченко, С.Н. Шевцов

Военная академия РВСН имени Петра Великого, г. Москва

Поступила в редакцию 09.10.2012

Статья посвящена вопросам функционирования математической модели ошибок бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) при одновременной навигации, динамическом построении и обработке данных многоструктурных систем управления в рамках разработки алгоритмов интегрированной системы навигации летательного аппарата с использованием GPS/ГЛОНАСС технологий. В условиях развития современных инновационных технологий предполагается анализировать ошибки БИНС в процессе построения электронных карт с одновременным учетом параметров движения при решении актуальных задач управления и наведения для подвижных объектов различной природы.

Ключевые слова: *методы управления и наведения, навигационная система, беспилотный летательный аппарат, многоструктурная система управления, геоинформационная аналитическая система, Simultaneous Location and Mapping (SLAM)*

Интенсивное развитие методов и моделей одновременной навигации и построения электронных карт при решении актуальных задач управления и наведения для подвижных объектов различной природы приводит к необходимости выработки и обоснования путей разрешения новых проблем построения информационно-аналитических систем управления как в условиях мониторинга значительных масштабов, обновления больших массивов геопространственных данных, так и преодоления запретных зон и других [1]. Синтез и обработка проблемно-ориентированных структур пространственных данных, к примеру, при динамическом построении маршрутов движения беспилотных летательных аппаратов (БПЛА), успешно осуществляется с применением технологий SLAM – оригинальной концепции, которая связывает два независимых процесса в непрерывный цикл последовательных вычислений, при этом результаты одного процесса участвуют в вычислениях другого процесса. Подход SLAM подразумевает также ряд новых методов, используемых роботами и БПЛА для построения карты в неизвестном пространстве или для обновления карты в заранее известном

пространстве с одновременным контролем текущего местоположения, состояния объекта и пройденного пути. Однако построение электронных карт маршрутов движения подвижных объектов не является достаточным для эффективного выполнения целевого предназначения сложного динамического объекта, в связи с чем выделяется актуальная фундаментальная проблема согласования данных методов управления движением и концепции SLAM для реализации мониторинга значительных масштабов при существенном ограничении возможностей обеспечения информационно-аналитическими, коммуникационными и вычислительными ресурсами в современных условиях. Существенной проблемой в задаче построения электронных карт маршрутов движения подвижных объектов является учет ошибок БИНС.

Для вывода модели ошибок БИНС воспользуемся следующими векторными соотношениями.

1. Уравнение ошибок построения вертикали и ориентации в азимуте:

$$\dot{\vec{e}}_r = \vec{e}_r \times \vec{\omega}_M - \vec{\varepsilon}_M + \Delta \vec{\omega}_M, \quad (1)$$

где  $\vec{e}_r = \chi \cdot \vec{i} + \alpha \cdot \vec{j} + \beta \cdot \vec{k}$  – вектор конечного поворота, представляющего собой совокупность трех элементарных поворотов на углы  $\alpha$  (характеризует азимутальную ошибку БИНС),  $\beta$  и  $\chi$  (ошибки построения вертикали);  $\vec{\omega}_M$  – вектор угловой скорости

Доронин Дмитрий Вячеславович, доктор технических наук. E-mail: oberst505@mail.ru

Донченко Анатолий Анатольевич, доктор технических наук, профессор. E-mail: anatoli@donchenko.su

Шевцов Сергей Николаевич, кандидат технических наук, старший научный сотрудник. E-mail: SSHvc@yandex.ru

географического трехгранника;  
 $\vec{\varepsilon}_M = [\varepsilon_{xM}, \varepsilon_{yM}, \varepsilon_{zM}]^T$  - вектор дрейфов гироскопов;  
 $\Delta\vec{\omega}_M$  - вектор ошибок вычисления угловой скорости географического трехгранника.

2. Уравнение ошибок выработки скорости:

$$\Delta\dot{\vec{V}}_M = -\vec{e}_r \times \vec{n}_M + \delta\vec{a}_M + \Delta\vec{a}^k, \quad (2)$$

где  $\vec{n}_M$  - вектор перегрузок, записанный в проекциях на оси местной географической системы координат;  $\delta\vec{a}_M = [\delta a_x, \delta a_y, \delta a_z]^T$  - вектор смещения

нулей акселерометров;  $\Delta\vec{a}^k$  - вектор ошибок компенсации «вредных» ускорений.

Найдем компоненты вектора ошибок угловой скорости географического трехгранника  $\Delta\vec{\omega}_M$  как разность между «расчетными» и истинными значениями. Представим в этих соотношениях «вычисленные» параметры движения в виде суммы «истинного» значения и малой ошибки. Пренебрегая величинами второго и более высокого порядка малости и вычисляя векторные произведения  $\vec{e}_r \times \vec{\omega}_M$  и  $\vec{e}_r \times \vec{n}_M$ , получаем следующую систему уравнений ошибок БИНС:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \omega_{xM} \cdot \beta - \omega_{zM} \cdot \chi + \frac{tg \varphi}{r} \cdot \Delta V_{zM} + \left( \frac{V_{zM}}{r \cos^2 \varphi} + \Omega_3 \cos \varphi \right) \cdot \Delta \varphi - \frac{V_{zM}}{r^2} tg \varphi \cdot \Delta r - \varepsilon_{yM}; \\ \dot{\beta} = -\omega_{xM} \alpha + \omega_{yM} \chi - \frac{\Delta V_{xM}}{r} + \frac{V_{xM}}{r^2} \Delta r - \varepsilon_{zM}; \\ \dot{\chi} = \omega_{zM} \alpha - \omega_{yM} \beta + \frac{\Delta V_{zM}}{r} - \Omega_3 \sin \varphi \cdot \Delta \varphi - \frac{V_{zM}}{r^2} \Delta r - \varepsilon_{xM}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta\dot{V}_{xM} = g_0 \beta \cdot n_{yM} - g_0 \alpha \cdot n_{zM} + \delta a_{xM} - \Delta a_{xM}^k; \\ \Delta\dot{V}_{yM} = g_0 \chi \cdot n_{zM} - g_0 \beta \cdot n_{xM} + \delta a_{yM} - \Delta a_{yM}^k; \\ \Delta\dot{V}_{zM} = g_0 \alpha \cdot n_{xM} - g_0 \chi \cdot n_{yM} + \delta a_{zM} - \Delta a_{zM}^k. \end{cases}$$

Определим ошибки определения координат  $\varphi, \lambda, h$  аналогичным образом. Получим для этих ошибок следующие уравнения:

$$\Delta\dot{\varphi} = \dot{\tilde{\varphi}} - \dot{\varphi} = \frac{\tilde{V}_{xM}}{\tilde{r}} - \frac{V_{xM}}{r} = \frac{\Delta V_{xM}}{r} - \frac{V_{xM}}{r^2} \Delta r; \quad \Delta\dot{h} = \dot{\tilde{h}} - \dot{h} = \tilde{V}_{yM} - V_{yM} = \Delta V_{yM}$$

$$\Delta\dot{\lambda} = \dot{\tilde{\lambda}} - \dot{\lambda} = \frac{\tilde{V}_{zM}}{\tilde{r} \cos \tilde{\varphi}} - \frac{V_{zM}}{r \cos \varphi} = \frac{\Delta V_{zM}}{r \cos \varphi} + \frac{V_{zM}}{r \cos^2 \varphi} \Delta \varphi - \frac{V_{zM}}{r^2 \cos \varphi} \Delta r$$

Представим погрешности гироскопов и акселерометров БИНС следующим образом:

$$\begin{aligned} -\varepsilon_{xM} &= -\omega_{zM} \delta_{Tx} + \omega_{zM} \cdot \delta A - \delta\tilde{\omega}_{\tau k} - \omega_{xM} \cdot \delta K_k + \frac{f_{zM}}{g_0} \delta\omega_{\rho k} + \frac{f_{xM}}{g_0} \delta\omega_{rk} + \delta\omega_{\tau k} + \frac{2f_{xM}f_{zM}}{g_0^2} \delta\omega_{nk}; \\ -\varepsilon_{yM} &= \omega_{zM} \cdot \delta_{Ty} - \delta\tilde{\omega}_{\tau p} - \omega_{xM} \cdot \delta_{ky} - \omega_{yM} \cdot \delta K_p + \frac{f_{zM}}{g_0} \cdot \delta\omega_{\rho p} + \left( \frac{f_{yM}}{g_0} - 1 \right) \cdot \delta\omega_{rp} + \delta\omega_{\tau p} + \frac{2f_{yM}f_{zM}}{g_0^2} \delta\omega_{np}; \\ -\varepsilon_{zM} &= \omega_{xM} \cdot \delta_{kz} - \omega_{xM} \delta A - \delta\tilde{\omega}_{\tau T} - \omega_{zM} \delta K_T + \frac{f_{xM}}{g_0} \delta\omega_{\rho T} + \frac{f_{zM}}{g_0} \delta\omega_{rT} + \delta\omega_{\tau T} + \frac{2f_{xM}f_{zM}}{g_0^2} \delta\omega_{nT}; \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \delta f_{xM} = \Delta\tau_x + \delta\tau_x + \delta Q_x \cdot f_{xM}; \\ \delta f_{yM} = \Delta\tau_y + \delta\tau_y + \delta Q_y \cdot f_{yM} - \delta_{yx} \cdot f_{xM} + \delta_{yz} \cdot f_{zM}; \\ \delta f_{zM} = \Delta\tau_z + \delta\tau_z + \delta Q_z \cdot f_{zM} + \delta_{zx} \cdot f_{xM}, \end{cases}$$

где  $\delta f_{xM}, \delta f_{yM}, \delta f_{zM}$  - ошибка определения кажущегося ускорения;  $\delta\omega_{\rho k}, \delta\omega_{\rho p}, \delta\omega_{\rho T}, \delta\omega_{rk}, \delta\omega_{rp}, \delta\omega_{rT}$  - отклонения скоростей ухода гироскопов (ГБ) из-за осевой и радиальной разбалансировки;  $\delta\omega_{\tau k}, \delta\omega_{\tau p}, \delta\omega_{\tau T}$  - случайные угловые скорости ухода ГБ из-за тяжения и осевой разбалансировки;  $\delta\omega_{nk}, \delta\omega_{np}, \delta\omega_{nT}$  - составляющие случайной угловой скорости ухода из-за неравномерности ГБ;  $\delta K_k, \delta K_p, \delta K_T$  - отклонение масштабного коэффициента по осям МГСК;  $\Delta\tau_x, \Delta\tau_y, \Delta\tau_z$  - отклонение среднего значения акселерометров;  $\delta\tau_x, \delta\tau_y, \delta\tau_z$  - случайные

отклонения акселерометров;  $\delta Q_x, \delta Q_y, \delta Q_z$  - отклонения масштабных коэффициентов акселерометров;  $\delta_{yx}, \delta_{yz}, \delta_{zx}$  - ошибки взаимной выставки акселерометров;  $\delta_{Tx}, \delta_{kz}, \delta_{Ty}$  - ошибки выставки кинематического момента ГБ;  $\delta\Phi_{x0}, \delta\Phi_{z0}$  - ошибки начальной выставки ГБ в горизонт;  $\delta\tilde{\omega}_{\tau k}, \delta\tilde{\omega}_{\tau T}, \delta\tilde{\omega}_{\tau p}$  - погрешности калибровки ухода ГБ вокруг осей МГСК;  $f_{xM}, f_{yM}, f_{zM}$  - измеренные значения кажущегося ускорения;  $\delta A(0)$  - начальная погрешность определения азимута.

Приведенная модель ошибок БИНС использовалась в алгоритмах интегрированной комплексной навигационной системы летательного аппарата. Комплексирование осуществлялось с применением фильтра Калмана 25-го порядка по слабосвязанной схеме. Примерный вид ошибок определения координат и скорости как функции времени движения приведен на рис. 1. Видно, что сходимость фильтра Калмана обеспечивается с первых секунд движения. При этом точность навигации интегрированной системы определяется точностью спутниковой составляющей.

Имеющийся обширный научно-технический задел по разработке и реализации методов управления движением и наведением сложных динамических объектов не позволяет осуществлять мониторинг и анализ динамики их движения и поведения при одновременной навигации и существенных ограничениях информационно-аналитических, коммуникационных и вычислительных ресурсов. В условиях интенсивного развития многоструктурных систем управления БПЛА возникает проблема в совмещении методов управления движением и наведением летательного аппарата с имеющимися наработками в области геоинформационных аналитических систем с целью совершенствования данных методов и анализа поведения летательного аппарата, включая различного рода ситуации в условиях преодоления запретных зон [2].

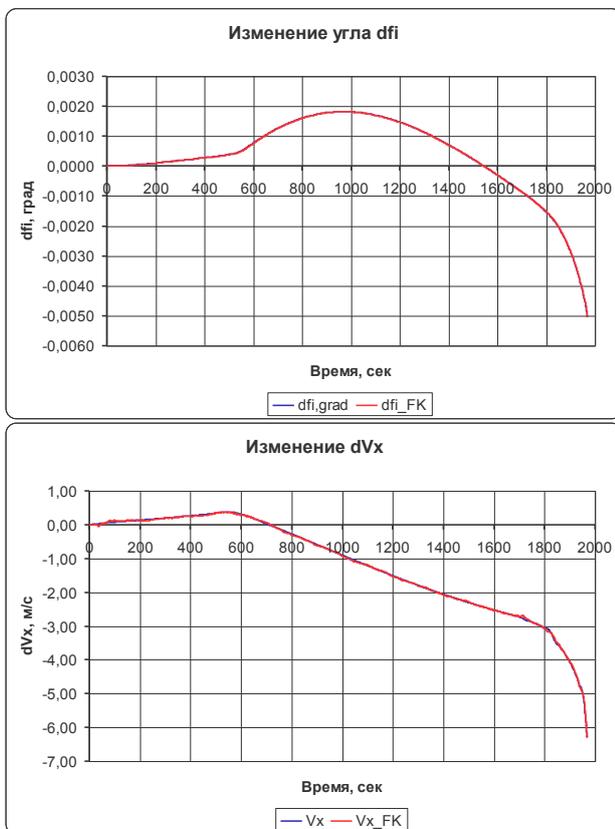


Рис. 1. Погрешности определения широты  $\Delta\varphi$  и составляющей скорости  $\Delta V_x$

В интересах обоснования путей разрешения проблем построения информационно-аналитических систем управления в условиях мониторинга значительных масштабов, обновления больших массивов геопространственных данных и эффективного выполнения целевого предназначения сложного динамического объекта с использованием методов и алгоритмов языка схем радикалов необходимо решить задачу синтеза методов управления и наведения при одновременной навигации, динамическом построении и обработки проблемно-ориентированных структур пространственных данных движения БПЛА посредством информационно-аналитических систем управления методов и моделей одновременной навигации и построения электронных карт при решении задач управления и наведения для подвижных объектов различной природы в сложных условиях мониторинга и преодоления запретных зон. В результате сравнительного анализа выделен ряд теоретических и экспериментальных методов и средств одновременной навигации, динамического построения карт и коррекции маршрутов движения для разработки комплексных навигационных систем в составе проблемно-ориентированной системы управления с целью мониторинга и анализа ситуаций с высокой степенью неопределённости в рамках концепции SLAM. Предложены комбинированные методы и алгоритмы управления и наведения БПЛА на всех участках полета, использующие сочетание энергетического подхода, свойства инвариантности динамических систем, программно-терминального принципа управления и модифицированного метода требуемых ускорений. Разработаны способы интеграции и комплексирования методов и алгоритмов управления и наведения с использованием оригинальной структуры данных на основе концепции SLAM для геоинформационных аналитических систем и усовершенствована математическая модель ошибок инерциальной навигационной системы в рамках разработки алгоритмов интегрированной системы навигации летательного аппарата. Таким образом, методы и алгоритмы наведения БПЛА на основе сочетания энергетического подхода, свойств инвариантности динамических систем, адаптивных манёвров, программно-терминального принципа управления и метода требуемых ускорений, методы идентификации, адаптации, когнитивных и нейросетевых технологий в приложении к новым возможностям технологий SLAM могут быть использованы автономными транспортными средствами для создания карты в незнакомой обстановке (без априорного знания), или обновления карты в известной среде (с априорного знания из данной карте), и одновременного отслеживания своего текущего местоположения [3].

Стремительное развитие авиационных и ракетно-космических технологий влечет за собой появление новых типов летательных аппаратов и систем, открывает новые возможности при решении ими функциональных задач. В результате такого развития ощущается потребность в создании

надежных, компактных и интеллектуальных навигационных комплексов, имеющих относительно низкую стоимость по сравнению с традиционными платформенными инерциальными системами (ИНС) [4, 5]. В настоящее время основным путем создания таких систем является использование глобальных навигационных спутниковых систем GPS/ГЛОНАСС в сочетании с БИНС. Опыт разработчиков показывает, что наиболее приемлемыми для таких объектов управления являются слабо-, жестко- и глубоко интегрированные навигационные системы. Так, переход от «чисто инерциальной» к слабо связанной схеме позволяет существенно повысить точность за счет постоянной коррекции БИНС по данным спутниковой навигационной системы (СНС). Использование жестко связанной схемы дополнительно позволяет улучшить качество слежения за спутниковыми сигналами и снизить время восстановления после срыва слежения. Организация системы по глубоко интегрированной схеме позволяет реализовать преимущества, описанные ранее, при меньших массогабаритных характеристиках и меньшем энергопотреблении, что важно для летательных аппаратов (ЛА) с дефицитом энергетических ресурсов. Необходимо отметить, что жестко- и глубоко связанные схемы не всегда оказываются функционально надежными и могут не обеспечить требуемое качество навигации при длительных перерывах в получении информации от СНС (например, при постановке помех), поэтому в настоящей работе рассматривалась слабосвязанная интегрированная инерциально-спутниковая система как обеспечивающая (по совокупности показателей) более высокую точность, устойчивость слежения и надежность информационного обеспечения по сравнению с другими схемами комплексирования.

В ходе исследований предполагалось, что точность СНС является достаточной для решения ЛА его функциональных задач, поэтому модель погрешностей СНС рассматривалась в самом общем виде – на уровне задания ошибок определения координат и скорости без детализации причин их возникновения. Основное внимание уделялось определению ошибок БИНС и алгоритмам оптимальной фильтрации, обеспечивающим работу интегрированной навигационной системы. В числе погрешностей ИНС рассматривались инструментальные ошибки гироскопов и акселерометров, а также ошибки выставки и ввода начальных условий работы системы. Другие составляющие погрешностей считались пренебрежимо малыми. Инструментальные погрешности ИНС моделировались постоянными составляющими, компонентами, зависящими от перегрузок, а также случайными величинами ошибок акселерометров и параметров, описывающих уходы гироскопов. Ошибки выставки и ввода начальных условий задавались случайными переменными.

В системе реализовывался расширенный фильтр Калмана для 25-мерного вектора состояния. Вектор возмущений системы имел размерность, равную 21. Спутниковая информация

включала шесть параметров: координаты и компоненты скорости ЛА, пересчитанные в географическую систему. Для фильтра Калмана при плохой сходимости оценок предусмотрена работа в так называемом режиме  $\varepsilon$ -механизации. Такой режим в ряде случаев обеспечивает лучшие характеристики сходимости оценок. В результате работы фильтра вычислялась оценка текущих ошибок БИНС в определении координат, скоростей, а также оценки составляющих погрешностей ее акселерометров и гироскопов. На основе полученных оценок корректировались показания БИНС и ее измерительных элементов.

Чтобы сформировать требуемую траекторию полета, обладающую заданными свойствами, системе управления ЛА должны быть заданы законы измерения координат и компонент скорости в какой-либо системе координат. Конкретный вид связи, накладываемой на движение центра масс, и определяющей траекторию движения, определяет метод наведения. Для достижения требуемой эффективности применения ЛА в терминальной точке требовалось обеспечить заданное значение угла наклона траектории, а также величину скорости, лежащей в приемлемом диапазоне. Траектория полета, обладающая указанными свойствами, была получена при использовании модифицированного метода наведения по требуемым ускорениям.

Результаты моделирования работы интегрированной системы навигации показали, что точность определения координат и составляющих вектора скорости определяется точностью спутниковой подсистемы. Сходимость фильтра Калмана при получении оптимальных оценок указанных параметров обеспечивается в течение нескольких секунд. Несколько хуже оказались характеристики сходимости фильтра при расчете систематических составляющих погрешностей БИНС (процесс получения оценок некоторых параметров затягивался до 100-140 с).

**Выводы:** сопряжение БИНС с СНС позволяет уменьшить систематические погрешности ИНС приблизительно на порядок, если удастся обеспечить продолжительность непрерывного сеанса получения измерительной информации по спутниковому каналу в течение 150 и более секунд.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Шевцов, С.Н.* Обзор современных систем навигации и перспектив их развития, XI Всероссийская научно-техническая конференция и школа молодых ученых, аспирантов и студентов «Научные исследования и разработка в области авиационных, космических и транспортных систем» (АКТ 2010). – Воронеж, 2010. 32 с.
2. *Шевцов, С.Н.* Разработка алгоритмов интегрированной системы навигации летательного аппарата с использованием GPS/ГЛОНАСС технологий / *С.Н. Шевцов, Д.В. Доронин* // Материалы I Международной научно-практической конференции «Теория и практика в физико-математических науках». – М., 2011. 27 с.
3. *Рожнов, А.В.* Язык схем радикалов в проблемных вопросах предпроектных исследований, оснащения, сопровождения систем и в экспериментальных задачах внедрения критических наукоемких технологий /

- А.В. Рожнов, А.В. Чечкин, М.В. Пирогов и др. // под ред. А.В. Чечкина и А.В. Рожнова. Коллективная монография. Ч. 2. Изд-во Радиотехника. Тематический выпуск научного журнала Информационно-измерительные и управляющие системы. – М., 2009. 86 с.
4. Матвеев, В.В. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем / В.В. Матвеев, В.Я. Распопов. – СПб., «ЦНИИ «Электроприбор», 2009. 98 с.
5. Управление и наведение беспилотных маневренных ЛА на основе современных информационных технологий / Под ред. М.Н. Красильщикова и Г.Г. Себрякова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. 135 с.
6. Разоренов, Г.Н. Системы управления летательными аппаратами / Г.Н. Разоренов, Э.А. Бахрамов, Ю.Ф. Титов. – М.: Машиностроение, 2003. 584 с.

**MISTAKES MATHEMATICAL MODEL FUNCTIONING OF  
PLATFORMLESS INERTIAL NAVIGATION SYSTEM AT  
SIMULTANEOUS NAVIGATION, DYNAMIC CREATION AND DATA  
PROCESSING OF MULTISTRUCTURAL CONTROL SYSTEMS WITHIN  
THE DEVELOPMENT OF AIRCRAFT INTEGRATED NAVIGATION  
SYSTEM ALGORITHMS WITH USE THE GPS/GLONASS  
TECHNOLOGIES**

© 2012 D.V. Doronin, A.A. Donchenko, S.N. Shevtsov

Military Academy of Rocket Strategic Forces named after Peter the Great, Moscow

Article is devoted to the questions of mistakes mathematical model functioning of platformless inertial navigation system (PINS) at simultaneous navigation, dynamic creation and data processing of multistructural control systems within the development of aircraft integrated navigation system algorithms with use of GPS/GLONASS technologies. In the conditions of development the modern innovative technologies it is supposed to analyze errors of PINS in the course of creation the electronic cards with the simultaneous accounting the parameters of movement at the solution of actual problems of management and prompting for mobile objects of the various nature.

Key words: *methods of management and promptings, navigation system, pilotless aircraft, multistructural control system, geoinformation analytical system, Simultaneous Location and Mapping (SLAM)*

---

*Dmitriy Doronin, Doctor of Technical Sciences. E-mail: oberst505@mail.ru*

*Anatoliy Donchenko, Doctor of Technical Sciences, Professor. E-mail: anatoli@donchenko.su*

*Sergey Shevtsov, Candidate of Technical Sciences, Senior Research Fellow. E-mail: SShvc@yandex.ru*