### УДК 519.6

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЛИТЬЯ ДЕТАЛЕЙ ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

© 2012 А.С. Дубровская<sup>1</sup>, К.А. Донгаузер<sup>2</sup> Н.А. Труфанов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Пермский национальный исследовательский политехнический университет <sup>2</sup> ОАО «Авиадвигатель», г. Пермь

#### Поступила в редакцию 29.11.2012

Рассматривается применение компьютерного моделирования к процессу изготовления отливок деталей машин методом литья по выплавляемым моделям (ЛВМ). Построена математическая модель, описывающая процессы заливки расплава в керамическую форму с последующим его затвердеванием. При помощи термометрирования реального производственного эксперимента проведена верификация полученной модели.

Ключевые слова: математическое моделирование, компьютерная имитация, литье по выплавляемым моделям, кристаллизация

Одним из способов изготовления деталей машин высокого качества является метод литья по выплавляемым моделям (ЛВМ), который позволяет производить отливки сложной конфигурации (в том числе и тонкостенных лопаток) из дорогостоящих жаропрочных сплавов, плохо поддающихся механической обработке, всего за одну операцию. Однако вследствие сложности технологии производства и большого числа факторов, влияющих на качество выходного изделия, необходим особый контроль процесса кристаллизации. Применение метода математического моделирования процессов, сопровождающих изготовление деталей методом ЛВМ, позволяет снизить затраты, поскольку отработка конструкции литниковой системы и температурно-временных параметров технологического процесса ведется не на реальных дорогостоящих плавках, а в виртуальном пространстве математической модели. Низкая стоимость и короткие сроки выполнения компьютерного эксперимента, а также большой объем и наглядность полученной информации о ходе технологического процесса и качестве будущей отливки, делают компьютерное моделирование важнейшим инструментом исследования [1].

В данной работе рассмотрено изготовление деталий турбин методом ЛВМ. Сущность этого процесса заключается в использовании точной неразъемной разовой модели, по которой из жидких формовочных смесей изготовливается неразъемная керамическая оболочковая форма. Перед заливкой расплава модель удаляется из формы выплавлением, выжиганием, растворением или испарением, для удаления остатков модели и упрочнения форма может быть нагрета до высоких температур, что улучшает ее заполняемость расплавом [2]. Для формирования внутренней полости изделия используется керамический стержень.



## **Рис. 1**. Схематическое изображение процесса изготовления отливки изделия методом ЛВМ:

 $V_1$  – область тела отливки,  $V_2$  – стержень,  $V_3$  – форма,  $\Gamma_1$  – граница для заливки металла,  $\Gamma_2$  – граница контакта стержня и металла,  $\Gamma_3$  – граница контакта металла и формы,  $\Gamma_4$  – свободная поверхность металла,  $\Gamma_5$  – свободная поверхность стержня,  $\Gamma_6$  –свободная поверхность формы,  $\Gamma_7$  – плоскость симметрии

Дубровская Александра Сергеевна, аспирантка. Email: mail.yamiko@gmail.com

Донгаузер Константин Александрович, начальник бюро компьютерного анализа. E-mail: dongauser@avid.ru.

Труфанов Николай Александрович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой. E-mail: vmm@cpl.pstu.ac.ru

После заливки расплава в керамическую форму происходит охлаждение системы, в процессе которого расплав кристаллизуется, принимая все конфигурации керамической формы. Затем форму разрушают, керамический стержень вытравливают, отливку очищают, обдувая ее воздухом под давлением. Удаляют лишний металл (прибыли).

Составим математическую модель для описания производства отливки детали методом точного литья. На рис. 1 изображена схема изготовления полой отливки, включающая керамическую форму, стержень и область формирования отливки.

Исследование нестационарных температурных полей в расчетной области при заливке металла и кристаллизации отливки ведется с помощью дифференциального уравнение теплопроводности

$$\rho_1 \frac{\partial H}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_1 \overline{U} \cdot gradT = \nabla(\lambda_1 \nabla T) \quad \overline{x} \in V_1$$

где энтальпия материала отливки

$$H_{1}(T) = \int_{0}^{T} c_{p_{1}}(T) dT + L[1 - g_{s}(T)]$$

для материала формы и керамического стержня дифференциальное уравнение теплопроводности имеет вид

$$\rho_i \frac{\partial H_i}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla (\lambda_i \nabla T) \quad \bar{x} \in V_i$$
$$H_i(T) = \int_0^T c_{pi}(T) dT$$

где индексы: 1, 2 и 3 относятся к областям  $V_1$ ,  $V_2$ и  $V_3$  соответственно, T – температура; t – время;  $\rho$  – плотность материала;  $c_p$  – удельная теплоемкость; L – удельная теплота фазового перехода;  $\lambda = \lambda(T)$  – коэффициент теплопроводности;  $U = (u_1, u_2, u_3)$  – вектор эффективной скорости расплава, рассчитываемый через истинную скорость жидкой фазы  $U_1$  следующим образом:  $U = g_l \cdot U_1$ ;  $g_l$  – доля жидкой фазы;  $g_s$  – доля твердой фазы  $g_s = 1 - g_l$ ;  $x = (x_1, x_2, x_3)$  – радиусвектор в декартовой системе координат.

Уравнение теплопроводности дополняется граничными условиями на поверхности контакта форма – отливка и отливка – стержень.

$$-\lambda_i \frac{\partial T}{\partial n} = -\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha_{1i}(T_1 - T_i)$$

$$\overline{x} \in \Gamma_i, i = 1,2$$

На границах теплообмена с окружающей средой условия имеют вид

$$\lambda_{i} \frac{\partial T}{\partial n} = -\alpha_{ic} (T_{i} - T_{c}) - \varepsilon \sigma \left(T_{i}^{4} - T_{c}^{4}\right),$$
$$i = \begin{cases} 1, & x \in \Gamma_{4} \\ 2, & \overline{x} \in \Gamma_{5}, \\ 3, & \overline{x} \in \Gamma_{6} \end{cases},$$

где  $\alpha(t)$  – коэффициент теплоотдачи, определяемый в соответствие с [3], индекс *c* соответствует параметрам окружающей среды,  $\varepsilon$  – степень черноты, а  $\sigma$  – постоянная Стефана-Больцана. Начальные условия накладываются на температуру заливаемого металла и формы с керамическим стержнем  $T_i(\bar{x},0) = T_{0i}(\bar{x}), i = 1,2,3; \ \bar{x} \in V_i$ .

Для моделирования заливки расплава в керамическую форму и расчета тепломассопереноса используется дифференциальное уравнение движения. В расчетной области рассматривается неизотермическое ламинарное течение несжимаемой ньютоновской вязкой жидкости. Граница раздела фаз явным образом не выделяется.

$$\rho_{1} \frac{\partial \overline{U}}{\partial \tau} + \frac{\rho_{1}}{2} \operatorname{grad}(\overline{U}^{2}) + 2\rho_{1} \left( \operatorname{rot}\overline{U} \times \overline{U} \right) =$$
$$= -\rho_{1}g + \operatorname{grad}(p) + \operatorname{grad}\left[ \mu \operatorname{div}(\overline{U}) + \frac{\mu}{K}\overline{U} \right],$$

 $x \in V_1$ , g – ускорение свободного падения; p – давление;  $\mu$  – коэффициент вязкости; K – проницаемость дендритного каркаса, рассчитываемая

по формуле Кармана-Козени:  $K = \frac{g_l^3}{kS_v^2}$ , здесь

 $S_V = \frac{6(1-g_I)}{D}$  – удельная поверхность твердожид-

кой фазы, *D* – характерный размер дендрита, *k* – постоянная Кармана, *k*=5.

Уравнение движения дополняется эволюционным уравнением неразрывности сжимаемой среды в области жидкой фазы, для соблюдения закона сохранения массы:

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} + div \left( \rho_0 \overline{U} \right) = 0, \quad x \in V_1$$

Уравнение движения дополняется следующими граничными условиями: U = 0 при  $x \in \Gamma_2 \cup \Gamma_3$ - условие полного прилипания вязкой среды к твердой поверхности;  $\hat{\sigma} \cdot \bar{n} = \bar{p}$  при  $x \in \Gamma_4$ - условие отсутствия касательных ( $\bar{p}_r = 0$ ) и равенство нормальных напряжений давлению газа над свободной поверхностью ( $\bar{p}_n = -p^c \bar{n}$ ), *n* – единичная нормаль к свободной поверхности отливки.

Форма свободной поверхности  $\Gamma_4$  определяется во времени через зависимость нормальных напряжений и поверхностного натяжения в металле при  $x \in \Gamma_4$ , по механизму, предложенному в [4]. На границе  $\Gamma_2 \cup \Gamma_3$  для кристаллизовавшегося металла скорость U автоматически становится равной 0, поскольку  $U = g_1 \cdot U_1$ , а  $g_1 = 0$ . Предполагается, что в начальный момент времени на поверхности  $x \in \Gamma_1$  существует источник расплава, для которого известно начальное распределение скоростей:  $U_0 = (0,0,u_0)$ .

Для верификации предложенной математической модели на опытном заводе ОАО

«Авиадвигатель» был проведен эксперимент по изготовлению монокристаллических образцов из никелевого суперсплава. В ходе работы использовалась специальная вакуумная печь подогрева форм. Заливка двух блоков с образцами производилась в предварительно нагретую керамическую форму. После выдержки образцы постепенно выдвигались из печи, чтобы обеспечить плоский температурный градиент, противоположный направлению роста кристаллов. Задание начальных и граничных условий при математическом моделировании соответствовало технологическому режиму производства образцов. На рис. 2 изображен процесс заливки образцов во времени. Полученная картина соответствует инженерным представлениям о заполнении керамической формы расплавом.



**Рис. 2.** Результаты компьютерного моделирования процесса заливки образцов из жаропрочного никелевого суперсплава

При проведении натурного эксперимента в керамическую форму и полость отливки были установлены специальные температурные датчики под номерами №7-№12 (схема установки термопар показана на рис. За). Термопары с четными номерами передавали данные о температуре в керамической форме, а с нечетными – в отливке. Полученные данные были интерполированы в кривые, показывающие температурновременную зависимость в форме (рис. 3б) и отливке (рис. 3в). Данные кривые были сопоставлены с результатами компьютерного расчета в узлах, соответствующих схеме расположения датчиков. На рис. 3б и 3в приведено сравнение с расчетными данными показаний термопар №11 и №12 соответственно. Абсолютная погрешность для математической модели не превысила 10°С, что в интервалах температур кристаллизации составляет менее 1%.

**Выводы:** подтверждено соответствие результатов численного моделирования экспериментально полученным данным, что свидетельствует о возможности широкого применения математического моделирования для имитации процессов ЛВМ.





Рис. 3: а) схема установки термопар в керамическую форму, б) сравнение показателей термопары №11 с соответствующим узлом при компьютерном моделировании, в) сравнение показателей термопары №12 с соответствующим узлом при компьютерном моделировании. Результаты расчета изображены серым цветом, а показания термопар черным

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

- Монастырский, А.В. Разработка технологии литья крупногабаритных лопаток ГТД для энергетических установок с применением систем Полигон и ProCAST / А.В. Монастырский, В.П. Монастырский, Е.М. Левитан // Литейное производство. 2007. № 9. С. 29-34.
- Степанов, Ю.А. Технология литейного производства / Ю.А. Степанов, Г.Ф. Баландин, В.А. Рыбкин. – М.: Машиностроение, 1983. 287 с.
- Дубровская, А.С. Численное исследование влияния технологических и конструкционных параметров на процесс изготовления монокристаллических отливок деталей газотурбинных двигателей / А.С. Дубровская, К.А. Донгаузер // Вестник ПГТУ Прикладная математика и механика. 2011. №9. С. 81-102.
- Brackbill, J.U. A continuum method for modeling surface tension / J.U. Brackbill, D.B. Kothe, C. Zemach // Journal of Computational Physics. 1992. №100. P. 335-354.

### MATHEMATICAL MODELING THE PROCESS OF GAS-TURBINE ENGINES DETAILS MOULDING

© 2012 A.S. Dubrovskaya<sup>1</sup>, K.A. Dongauzer<sup>2</sup>, N.A. Trufanov<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Perm National Research Polytechnical University <sup>2</sup> JSC "Aviadvigatel", Perm

Application the computer modeling to process of production the castings of machine details by molding on melted models (MMM) method is considered. The mathematical model describing processes of filling the melt in a ceramic form with its next hardening is constructed. By means of termometry the real production experiment verification of the received model is carried out.

Key words: mathematical modeling, computer imitation, molding on melted models, crystallization

Alexandra Dubrovskaya, Post-graduate Student. E-mail: mail.yamiko@gmail.com Konstantin Dongauzer, Chief of the Computer Analysis Bureau. E-mail: dongauser@avid.ru Nikolay Trufanov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department. E-mail: vmm@cpl.pstu.ac.ru