

ДИНАМИКА АТОМНОГО ПЕРЕПУТЫВАНИЯ В МОДЕЛЯХ С ДВУХФОТОННЫМИ ПЕРЕХОДАМИ

© 2012 Е.К.Башкиров, Д.В. Литвинова

Самарский государственный университет

Поступила в редакцию 25.01.2012

Исследовано влияние диполь-дипольного взаимодействия на перепутывание двух атомов, приготовленных в различных начальных белловских состояниях, в рамках модели Тависа-Каммингса с невырожденными двухфотонными рамановскими переходами. Показано, что диполь-дипольное взаимодействие между атомами приводит к стабилизации перепутывания.

Ключевые слова: двухфотонные рамановские переходы, белловские перепутанные состояния, согласованность, атом-атомное перепутывание.

Современная квантовая информатика и физика квантовых вычислений базируются на перепутанных состояниях. Поэтому в настоящее время большое внимание уделяется исследованию различных схем генерации и механизмов сохранения перепутанных состояний [1]. Для практических целей квантовых вычислений пригодны лишь долгоживущие атомные перепутанные состояния. Такие перепутанные состояния наблюдались в последнее время в ряде экспериментов с ионами и атомами в магнитных и оптических ловушках [2]. Однако во многих случаях возникающие атомные перепутанные состояния оказываются нестабильными. В частности, в случае атомов, взаимодействующих с электромагнитным полем в высокочастотных резонаторах и ловушках, нестабильность атомных перепутанных состояний обусловлена осцилляциями Раби. Исчезновение квантовых корреляций между атомами за счет взаимодействия с окружением получило название мгновенной смерти перепутывания. В ряде недавних работ было показана возможность частичной стабилизации перепутывания за счет включения диполь-дипольного взаимодействия между атомами [3,4]. При этом в работе [3] исследована модель двух двухуровневых атомов с невырожденными двухфотонными переходами, взаимодействующими с двухмодовым полем в идеальном резонаторе, а в работе [4] – двухатомная модель с однофотонными переходами. Физически диполь-дипольное взаимодействие можно увеличить, уменьшая относительное расстояние между атомами в резонаторе или ионами в магнитной ловушке Пауля. Преимущество такой схемы заключается в том, что относи-

тельное расстояние между атомами или ионами можно легко контролировать. В настоящее время в современных магнитных ловушках Пауля, охлажденные атомы могут быть заперты на расстояниях порядка длины волны излучения. В этом случае параметр диполь-дипольного взаимодействия становится сравнимым с константой диполь-фотонного взаимодействия. В связи с вышесказанным, представляет интерес продолжить исследования возможности стабилизации перепутывания в системах дипольно связанных атомов. В настоящей работе нами рассмотрено влияние диполь-дипольного взаимодействия на перепутывание атомных состояний в двухатомной модели с невырожденными двухфотонными переходами рамановского типа [5].

Рассмотрим два идентичных двухуровневых атома, резонансно взаимодействующих с двухмодовым квантовым электромагнитным полем в идеальном резонаторе посредством рамановских двухфотонных переходов, при наличии прямого диполь-дипольного взаимодействия между атомами. В представлении взаимодействия и приближении вращающейся волны гамильтониан такой модели можно представить в виде:

$$H_I = \hbar g \sum_{i=1}^2 (a_1^+ a_2 R_i^- + R_i^+ a_1 a_2^+) + \hbar \Omega (R_1^+ R_2^- + R_2^+ R_1^-), \quad (1)$$

где a_j^+ и a_j – операторы рождения и уничтожения фотонов j -ой резонаторной моды ($j = 1, 2$), R_i^+ и R_i^- – повышающий и понижающий операторы в i -ом атоме ($i = 1, 2$), g – константа взаимодействия атомов с полем и Ω – константа прямого диполь-дипольного взаимодействия атомов.

Обозначим через $|+\rangle$ и $|-\rangle$ – возбужденное и основное состояние двухуровневого атома. Тогда двухатомная волновая функция может быть представлена в виде комбинации волновых векторов вида $|\alpha, \beta\rangle = |\alpha\rangle |\beta\rangle$, где $\alpha, \beta = +, -$.

Башкиров Евгений Константинович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры общей и теоретической физики. E-mail: bash@ssu.samara.ru
Литвинова Дарья Вадимовна, магистр физического факультета. E-mail: malek-90@mail.ru

Рассматриваемая нами система обладает унитарной динамикой. В представлении взаимодействия такая динамика описывается оператором эволюции вида $U_I(t) = \exp(-iH_I t/\hbar)$. Если система, включающая атомы и поле, находится в начальный момент времени в чистом состоянии, то ее вектор состояния в любой момент времени в представлении взаимодействия может быть представлен в виде

$$|\Psi(t)\rangle = U_I(t) |\Psi(0)\rangle. \quad (2)$$

В двухатомном базисе $|+,+\rangle, |+,\rightarrow\rangle, |-,+\rangle, |-, \rightarrow\rangle$ оператор эволюции $U_I(t)$ для может быть записан как

$$U(t) = \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} & U_{14} \\ U_{21} & U_{22} & U_{23} & U_{24} \\ U_{31} & U_{32} & U_{33} & U_{34} \\ U_{41} & U_{42} & U_{43} & U_{44} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Матричные элементы оператора эволюции в двухатомном базисе для рассматриваемой модели могут быть представлены в виде:

$$U_{11} = 1 + 2a_1 a_2^+ \frac{A}{\lambda} a_1^+ a_2, U_{14} = 2a_1 a_2^+ \frac{A}{\lambda} a_1 a_2^+,$$

$$U_{44} = 1 + 2a_1^+ a_2 \frac{A}{\lambda} a_1 a_2^+, U_{41} = 2a_1^+ a_2 \frac{A}{\lambda} a_1^+ a_2,$$

$$U_{12} = U_{13} = a_1 a_2^+ \frac{B}{\Theta}, U_{21} = U_{31} = \frac{1}{\Theta} B a_1^+ a_2,$$

$$U_{24} = U_{34} = \frac{1}{\Theta} B a_1 a_2^+, U_{42} = U_{43} = a_1^+ a_2 \frac{B}{\Theta},$$

$$U_{22} = U_{33} = \alpha \frac{\exp[-i\frac{\gamma}{2}(\alpha + \Theta)t]}{4\Theta} \{ [1 - e^{i\gamma\Theta t}] +$$

$$+ 2\Theta e^{i\frac{\gamma}{2}(3\alpha + \Theta)t} + \Theta [1 + e^{i\gamma\Theta t}] \},$$

$$U_{23} = U_{32} = \alpha \frac{\exp[-i\frac{\gamma}{2}(\alpha + \Theta)t]}{4\Theta} \{ [1 - e^{i\gamma\Theta t}] -$$

$$- 2\Theta e^{i\frac{\gamma}{2}(3\alpha + \Theta)t} + \Theta [1 + e^{i\gamma\Theta t}] \},$$

где

$$\alpha = \Omega / \gamma, \lambda = 2(a_1^+ a_2 a_1 a_2^+ + a_1 a_2^+ a_1^+ a_2),$$

$$\Theta = \sqrt{8(a_1^+ a_2 a_1 a_2^+ + a_1 a_2^+ a_1^+ a_2) + \alpha^2}$$

$$A = e^{-i\frac{\gamma\alpha}{2}t} \left\{ \cos\left(\frac{\gamma\Theta}{2}t\right) + i\frac{\alpha}{\Theta} \sin\left(\frac{\gamma\Theta}{2}t\right) \right\},$$

$$B = e^{-i\frac{\gamma}{2}(\alpha + \Theta)t} \left\{ 1 - e^{i\gamma\Theta t} \right\}.$$

Предположим, что система “атомы+поле” приготовлена в начальный момент времени в перепутанном состоянии белловского типа

$$|\Psi(0)\rangle = [\sin\varphi |+, -\rangle + \cos\varphi |-, +\rangle] |1, 0\rangle, \quad (4)$$

где $|1, 0\rangle$ – двухфотонное фоковское состояние резонаторного поля

Используя соотношения (1) – (4), можно представить временную волновую функцию системы в виде

$$|\Psi(t)\rangle = X_1(t) |+, -, 1, 0\rangle +$$

$$+ X_2(t) |-, +, 1, 0\rangle + X_3(t) |+, +, 0, 1\rangle, \quad (5)$$

где

$$X_1(t) = \cos\varphi (U_{22})_{1,0} + \sin\varphi (U_{23})_{1,0},$$

$$X_2(t) = \cos\varphi (U_{32})_{1,0} + \sin\varphi (U_{33})_{1,0},$$

$$X_3(t) = (\cos\varphi + \sin\varphi) \frac{B_{1,0}}{\theta_{1,0}}.$$

Здесь мы ввели обозначение $O_{n_1, n_2} = \langle n_1, n_2 | O | n_1, n_2 \rangle$, где O – произвольный оператор, зависящий от переменных поля и $|n_1, n_2\rangle$ – полевое состояние с определенным числом фотонов.

Информация относительно перепутывания атомов содержится в редуцированной атомной матрице плотности $\rho_A(t)$, которая может быть получена при усреднении полной матрицы системы “атомы+поле” $\rho_{AF}(t) = |\Psi(t)\rangle\langle\Psi(t)|$ по переменным резонаторного поля

$$\rho_A(t) = Tr_F \rho_{AF}(t). \quad (6)$$

В двухатомном базисе $|+,+\rangle, |+,\rightarrow\rangle, |-,+\rangle, |-, \rightarrow\rangle$ редуцированная атомная матрица плотности (6) может быть записана в виде

$$\rho_A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & |X_1|^2 & X_1 X_2^* & 0 \\ 0 & X_2 X_1^* & |X_2|^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & |X_3|^2 \end{pmatrix}.$$

Для количественной оценки степени перепутывания двух двухуровневых атомов воспользуемся критерием перепутанности двух кубитов согласованностью [6]. Для редуцированной атомной матрицы плотности (6) соответствующий параметр перепутывания дается выражением

$$C(\rho_A) = 2 \max\{0, |X_1 X_2|\}. \quad (7)$$

Рассмотрим также другое начальное перепутанное белловское состояние вида

$$|\Psi(0)\rangle = [\sin \varphi |+, +\rangle + \cos \varphi |-, -\rangle] |1, 0\rangle. \quad (8)$$

В рассматриваемом случае временная волновая функция принимает вид

$$|\Psi(t)\rangle = X_1(t) |+, +; 1, 0\rangle + X_2(t) |+, -; 0, 1\rangle + X_3(t) |-, +; 0, 1\rangle + X_4(t) |-, -; 1, 0\rangle,$$

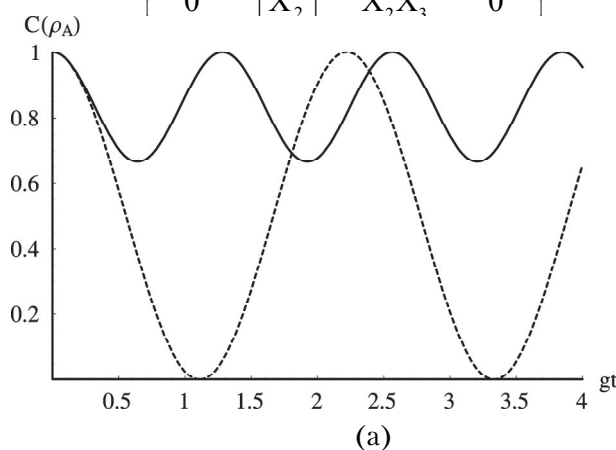
где

$$X_1(t) = \sin \varphi, \quad X_2(t) = X_3(t) = \cos \varphi \frac{B_{0,1}}{\theta_{0,1}},$$

$$X_4(t) = \cos \varphi \left(1 + 2 \frac{A_{0,1}}{\lambda_{0,1}} \right).$$

Тогда редуцированная матрица плотности может быть записана в виде

$$\begin{pmatrix} |X_1|^2 & 0 & 0 & X_1 X_4^* \\ 0 & |X_2|^2 & X_2 X_3^* & 0 \end{pmatrix}$$



и, соответственно, согласованность дается выражением

$$C(\rho_A) = 2 \max\{0, \|X_1 X_4\| - \|X_2 X_3\|\}. \quad (9)$$

Результаты численного моделирования параметра перепутывания (7) и (9) для начальных состояний двухатомной системы вида (4) и (8) представлены на рис. 1-2. Из рисунков хорошо видно, что для рассматриваемой модели эффект мгновенной смерти перепутывания атомов отсутствует, в отличие от модели Тависа-Каммингса с невырожденными двухфотонными переходами [3]. Влияние поля на атомы проявляется в нашем случае в виде осцилляций параметра перепутывания. При этом диполь-дипольное взаимодействие приводит для всех начальных состояний и параметров модели к значительной стабилизации атомного перепутывания. Другие механизмы стабилизации перепутывания, связанные с наличием особых типов внешнего окружения, будут рассмотрены в наших следующих работах.

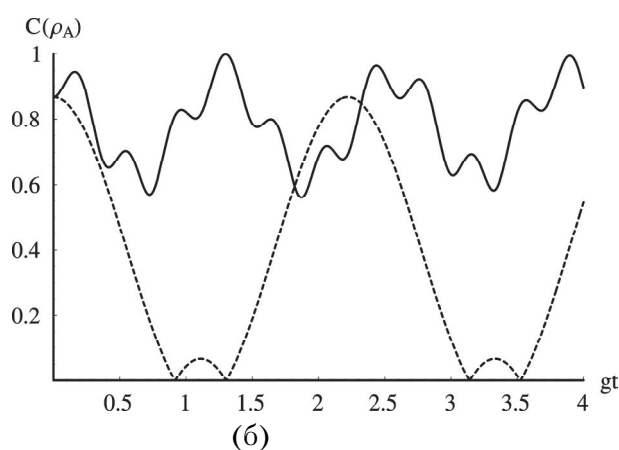


Рис. 1. Временная зависимость параметра перепутывания $C(\rho_A)$ для начального состояния (4) и значений параметра $\varphi = \pi/4$ (а) и $\varphi = \pi/6$ (б). Параметр диполь-дипольного взаимодействия $\Omega = 4g$ (сплошная линия) и $\Omega = 0$ (штриховая линии)

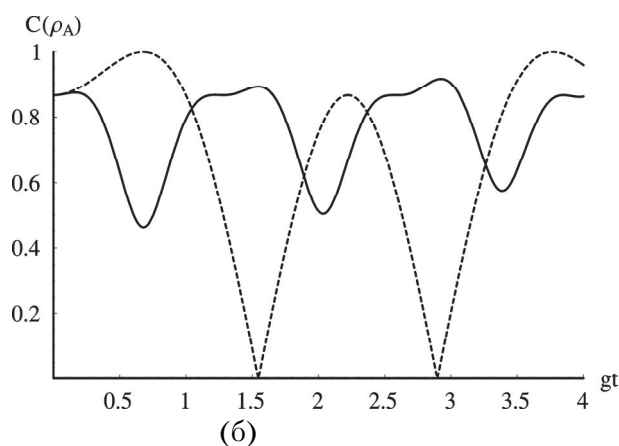
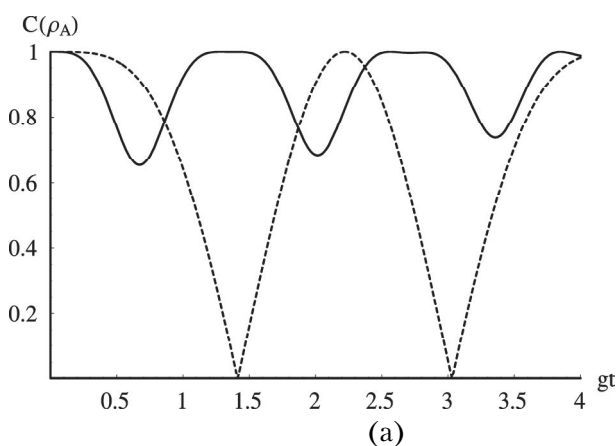


Рис. 2. Временная зависимость параметра перепутывания $C(\rho_A)$ для начального состояния (9) и значений параметра $\varphi = \pi/4$ (а) и $\varphi = \pi/6$ (б). Параметр диполь-дипольного взаимодействия $\Omega = 4g$ (сплошная линия) и $\Omega = 0$ (штриховая линии)

Работа выполнена в рамках Федеральной целевой программы “Научные и научно–педагогические кадры инновационной России” на 2009–2013 годы по лоту “Проведение научных исследований коллективами научно-образовательных центров в области оптики, лазерной физики и лазерных технологий”, шифр “2010–1.1–122–084” (номер государственного контракта 14.740.11.0063).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Quantum Computation and Quantum Information / M.A. Nielsen, I.L. Chuang. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. 823 p.
2. Schumacker D., Westmoreland M.D. Quantum Processes, Systems, and Information, New York: Oxford University Press, 2010. 469 p
3. Zhang G., Chen Z. The entanglement character between atoms in the non-degenerate two photons Tavis–Cummings model // Optics Communications. 2007. V.275. P. 274–277.
4. Li C., Shao X., Zhang S. The influence of dipole-dipole interaction and detuning on the sudden death of entanglement between two atoms in the Tavis-Cummings model // Chinese Physics. 2009. V.B18. P. 888–893.
5. Bashkirov E.K. Entanglement induced by the two-mode thermal noise // Laser Physics Letters. 2006. V.3. P. 145–150.
6. Wootters W.K. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 80. №10. P. 2245–2248.

DYNAMICS OF ATOMIC ENTANGLEMENT IN THE MODELS WITH TWO-PHOTON TRANSITIONS

© 2012 E.K. Bashkirov, D.V. Litvinova

Samara State University

The influence of dipole-dipole interaction on two-atom entanglement prepared in different initial Bell states in the framework of Tavis-Cummings model with non-degenerate raman transitions has been investigated. The results show that the dipole-dipole interaction leads to stabilization of atomic entanglement.
Keywords: two-photon raman transitions, Bell entangled states, concurrence, atom-atom entanglement.

Eugene Bashkirov, Doctor of Physics and Mathematics,
Professor at the General and Theoretical Physics Department.
E-mail: bash@ssu.samara.ru.
Darya Litvinova, 5-th Year Student of Physical Department.
E-mail: malek_90@mail.ru