*УДК 530.145 + 535.215.1*

# ОПИСАНИЕ ДИНАМИКИ МНОГОУРОВНЕВЫХ КВАНТОВЫХ СИСТЕМ В СИЛЬНЫХ ЛАЗЕРНЫХ ПОЛЯХ МЕТОДОМ ФУНКЦИОНАЛА ВЛИЯНИЯ

 А.А. Бирюков, М.А. Шлеенков

Самарский государственный университет

Поступила в редакцию 25.01.2012

В рамках формализма функционального интегрирования и метода функционала влияния рассмотрено описание квантовой системы, взаимодействующей с электромагнитным полем. Получены выражения для статистической матрицы плотности системы и вероятности её переходов под действием электромагнитного поля. Найден явный вид функционала влияния квантованного электромагнитного поля. Описаны спонтанные переходы квантовой системы, осцилляции Раби и их флуктуации. В рамках предложенного формализма объясняется двухфотонный фотоэффект.

Ключевые слова: формализм функционального интегрирования, метод функционала влияния, двухфотонный фотоэффект.

## 1.ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время ведется активные экспериментальные исследования взаимодействия квантовых систем с интенсивным лазерным излучением. Изучаются процессы возбуждения квантовых систем вплоть до их разрушения (диссоциации) под действием лазерного излучения с учетом многофотонных процессов. Например, в работах [1,2] наблюдалось явление изотопически-селективной диссоциации различных многоатомных молекул ($SiF_4$, $SF_6$) при различных характеристиках лазерного поля $CO_2$-лазера. В работах [3,4] исследовалась инфракрасная многофотонная диссоциация молекул трихлорсилана ($SiHCl_2$) и метилтрифторсилана ($SiF_3CH_3$). Использование лазерного излучения для разделения изотопов обсуждалось в работах [5-8]. В работах [9,10] исследуется многофотонная ионизация атомов различных веществ под действием интенсивного лазерного излучения. Наблюдение двухфотонного фотоэффекта под действием лазерного излучения, частота которого ниже красной границы, обсуждается в работах [11-14].

Описание данных явлений в рамках теории возмущений является ограниченым, неполным. В связи с этим возникает задача описания динамики поведения многоуровневых квантовых систем, взаимодействующих с интенсивным электромагнитным полем вне рамок теории возмущений.

В данной работе предлагается непертурбативный подход к квантовому описанию эволюции квантовой системы, взаимодействующей с интенсивным лазерным излучением. Поведение квантовой системы определяется статистической матрицей плотности, явный вид которой определяется в формализме функционального интегрирования, используя метод функционала влияния.

## 2. ЭВОЛЮЦИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ КВАНТОВОЙ СИСТЕМЫ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ПРЕДСТАВЛЕНИИ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ

Рассмотрим многоуровневую квантовую систему, взаимодействующую с электромагнитным полем. Полный гамильтониан такой системы имеет вид [15]:

$$\hat{H}_{full} = \hat{H}_{syst} + \hat{H}_{field} + \hat{H}_{\text{int}},$$

где $\hat{H}_{syst}$ - оператор Гамильтона квантовой системы (атом, молекула и др.);

$\hat{H}_{field} = \hbar\Omega_k(\hat{a}_k^*\hat{a}_k + 1/2)$ – гамильтониан электромагнитного поля, $\hat{a}_k^*$ и $\hat{a}_k$ – операторы рождения и уничтожения фотонов моды $k$ электромагнитного поля с частотой $\Omega_k$;

$\hat{H}_{\text{int}} = \hbar g_k \hat{x}(\hat{a}_k^* + \hat{a}_k)$ – гамильтониан взаимодействия электрического заряда исследуемой квантовой системы и электромагнитного поля в дипольном приближении, где электромагнитное поле поляризовано вдоль оси $x$, $\hat{x}$ - оператор координаты частицы квантовой системы, константа взаимодействия $g_k$ определяется выражением:

$$g_k = \frac{q}{\hbar}\sqrt{\frac{\hbar\Omega_k}{2\varepsilon_0 V}},$$

*Бирюков Александр Александрович, кандидат физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой общей и теоретической физики. E-mail: biryukov@ssu.samara.ru*
*Шлеенков Марк Александрович, аспирант кафедры общей и теоретической физики. E-mail: shleenkov@list.ru*

где $q$ – заряд частицы квантовой системы, $\varepsilon_0$ – диэлектрическая проницаемость вакуума, $V$ – объем, занимаемый квантованным электромагнитным полем.

Будем описывать динамику системы «вещество+излучение» с помощью статистического оператора $\hat{\rho}_{full}(t)$, эволюция которого во времени определяется уравнением:

$$\hat{\rho}_{full}(t) = \hat{U}(t)\hat{\rho}_{full}(0)\hat{U}^{+}(t), \qquad (1)$$

где $\hat{\rho}_{full}(0)$ – статистический оператор системы «вещество+излучение» в начальный момент времени, а оператор эволюции $\hat{U}(t)$ имеет вид:

$$\hat{U}(t) = \hat{T}\exp[-\frac{i}{\hbar}\int_0^t \hat{H}_{full}(\tau)d\tau]. \qquad (2)$$

Уравнение для статистической матрицы плотности (1) запишем в формализме функционального интегрирования, описывая квантовую систему в координатном представлении, а электромагнитное поле – в голоморфном. Ядро оператора эволюции (2) принимает вид [16]:

$$U(x_f,\alpha_f,t\,|\,x_{in},\alpha_{in}) = \int \mathcal{D}(\alpha(t'))\mathcal{D}(\alpha^*(t'))Dp(t')Dx(t')\times$$
$$\times\exp\{\frac{1}{2}(\alpha^*(t)\alpha(t)+\alpha^*(0)\alpha(0))\}\exp\{\frac{i}{\hbar}\int_0^t[p(t')\dot{x}(t')-\frac{\hbar}{2i}(\alpha^*(t')\dot{\alpha}(t')-\dot{\alpha}^*(t')\alpha(t'))-$$
$$-H_{syst}(p(t'),x(t'))-\mathcal{H}_{field}(\alpha^*(t'),\alpha(t'))-\mathcal{H}_{int}(x(t'),\alpha^*(t'),\alpha(t'))]dt'\}. \qquad (3)$$

Статистический оператор $\hat{\rho}_{full}(t)$ представляется статистической матрицей плотности: $\rho_{full}(x_f,\alpha_f,x'_f,\alpha'_f;t)$

$$\rho_{full}(x_f,\alpha_f,x'_f,\alpha'_f;t) = < x_f,\alpha_f\,|\,\hat{\rho}_{full}(t)\,|\,x'_f,\alpha'_f >. \qquad (4)$$

Используя (3), (4), уравнение для матрицы плотности системы «поле+излучение» (1) представляется в виде:

$$\rho_{full}(x_f,\alpha_f,x'_f,\alpha'_f;t)=\int\mathcal{D}(\alpha(t'))\mathcal{D}(\alpha^*(t'))Dp(t')Dx(t')\frac{d\alpha_{in}d\alpha^*_{in}}{\pi}dx_{in}\times$$
$$\times\mathcal{D}(\alpha'(t'))\mathcal{D}(\alpha'^*(t'))Dp'(t')Dx'(t')\frac{d\alpha'_{in}d\alpha'^*_{in}}{\pi}dx'_{in}\times$$
$$\times\exp\{\frac{1}{2}(\alpha^*(t)\alpha(t)+\alpha^*(0)\alpha(0))\}\exp\{\frac{i}{\hbar}\int_0^t[p(t')\dot{x}(t')-\frac{\hbar}{2i}(\alpha^*(t')\dot{\alpha}(t')-\dot{\alpha}^*(t')\alpha(t'))-$$
$$-\mathcal{H}_{syst}(p(t'),x(t'))-\mathcal{H}_{field}(\alpha^*(t'),\alpha(t'))-\mathcal{H}_{int}(x(t'),\alpha^*(t'),\alpha(t'))]dt'\}\,\rho(x_{in},\alpha_{in},x'_{in},\alpha'_{in},t=0)\times$$
$$\times\exp\{\frac{1}{2}(\alpha'^*(t)\alpha'(t)+\alpha'^*(0)\alpha'(0))\}\exp\{\frac{i}{\hbar}\int_0^t[p'(t')\dot{x}'(t')-\frac{\hbar}{2i}(\alpha'^*(t')\dot{\alpha}'(t')-\dot{\alpha}'^*(t')\alpha'(t'))-$$
$$-\mathcal{H}_{syst}(p'(t'),x'(t'))-\mathcal{H}_{field}(\alpha'^*(t'),\alpha'(t'))-\mathcal{H}_{int}(x'(t'),\alpha'^*(t'),\alpha'(t'))]dt'\}. \qquad (5)$$

Выражение, описывающее эволюции системы «вещество+излучение», представляет собой функциональный интеграл, вычисление которого требует специальных математических средств.

## 3. ОПИСАНИЕ ДИНАМИКИ КВАНТОВОЙ СИСТЕМЫ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕЙ С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ МЕТОДОМ ФУНКЦИОНАЛА ВЛИЯНИЯ

В ряде задач нас интересует динамика лишь квантовой системы (атома, молекулы или др.) в электромагнитном поле. Рассмотрим модель, когда изменение состояния электромагнитного поля в процессе эвоюции системы можно не учитывать. Именно это условие выполняется при интенсивных электромагнитных полях. В этом случае можно провести редукцию статистической матрицы плотности полной системы (5) к статистической матрице плотности квантовой системы:

$$\rho_{syst}(x_f,x'_f;t)=\int_{\alpha_f=\alpha'_f}\rho_{full}(x_f,\alpha_f,x'_f,\alpha_{f'};t)\frac{d\alpha_f d\alpha^*_f}{\pi}. \qquad (6)$$

Пусть в начальный момент времени подсистемы «вещество» и «излучение» не взаимодействовали между собой, то есть матрица плотности в начальный момент времени факторизуется:

$$\rho_{full}(x_{in},\alpha_{in},x'_{in},\alpha'_{in},t=0)=\rho_{syst}(x_{in},x'_{in},t=0)\cdot\rho_{field}(\alpha_{in},\alpha'_{in},t=0). \qquad (7)$$

Объединяя выражения (5), (6), используя условие (7), представим статистическую матрицы плотности исследуемой квантовой подсистемы в некий момент t в виде:

$$\rho_{syst}(x_f,x'_f;t)=\int\exp\{\frac{i}{\hbar}\int_0^t[p(t')\dot{x}(t')-H_{sist}(p(t'),x(t'))-$$
$$-p'(t')\dot{x}'(t')+H_{sist}(p'(t'),x'(t'))]dt'\}\times$$
$$\times F[x(t'),x'(t')]\rho_{syst}(x_{in},x'_{in};t=0)Dp(t')Dx(t')Dp'(t')Dx'(t')dx_{in}dx'_{in}, \qquad (8)$$

где

$$F[x,x']=\int_{\alpha_f=\alpha'_f}\int\mathcal{D}(\alpha(t'))\mathcal{D}(\alpha^*(t'))\mathcal{D}(\alpha'(t'))\mathcal{D}(\alpha'^*(t'))\frac{d\alpha_{in}d\alpha^*_{in}}{\pi}\frac{d\alpha'_{in}d\alpha'^*_{in}}{\pi}\frac{d\alpha_f d\alpha^*_f}{\pi}\times$$
$$\times\rho_{field}(\alpha_{in},\alpha'_{in};t=0)\exp\{\frac{1}{2}(\alpha^*(t)\alpha(t)+\alpha^*(0)\alpha(0)+\alpha'^*(t)\alpha'(t)+\alpha'^*(0)\alpha'(0)\}\times$$
$$\times\exp\{\frac{i}{\hbar}\int_0^t[\frac{\hbar}{2i}(\alpha^*(t')\dot{\alpha}(t')-\dot{\alpha}^*(t')\alpha(t')-\alpha'^*(t')\dot{\alpha}'(t')+\dot{\alpha}'^*(t')\alpha'(t'))-\mathcal{H}_{field}(\alpha^*(t'),\alpha(t'))-$$
$$-\mathcal{H}_{int}(x(t'),\alpha^*(t'),\alpha(t')))+\mathcal{H}_{field}(\alpha'^*(t'),\alpha'(t'))+\mathcal{H}_{int}(x'(t'),\alpha'^*(t'),\alpha'(t')))]dt'\}$$

- функционал влияния электромагнитного поля на исследуемую квантовую систему.

Выражение (8) с учетом (9) описывает эволюцию статистической матрицы плотности исследуемой квантовой системы в координатном представлении.

В ряде задач удобно описывать динамику квантовой системы в энергетическом представлении. Статистическая матрица плотности квантовой системы в энергетическом представлении в момент времени t и в начальный момент t=0 соотвественно определяются формулами:

$$\rho_{syst}(m,m',t)=\int\varphi_m^*(x_f)\rho_{syst}(x_f,x_f',t)\varphi_{m'}(x_f')dx_f dx_f', \quad (10)$$

$$\rho_{syst}(n,n',t=0)=\int\varphi_n^*(x_{in})\rho_{syst}(x_{in},x_{in}',t=0)\varphi_{n'}(x_{in}')dx_{in}dx_{in}', \quad (11)$$

где $\varphi_{m'}(x_f')$ - волновая функция квантовых состояний системы.

Учитывая (8), (10) и (11), получаем уравнение эволюци для статистической матрицы плотности в энергетическом представлении:

$$\rho_{syst}(m,m',t)=\int\mathcal{D}(p(t'))\mathcal{D}(x(t'))\mathcal{D}(p'(t'))\times$$
$$\times\mathcal{D}(x'(t'))dx_f dx_f'\varphi_m^*(x_f)\varphi_{m'}(x_f')F[x(t'),x'(t')]\times$$
$$\times\exp\{\int_0^t(\frac{i}{\hbar}(p(t')\dot{x}(t')-\mathcal{H}_{syst}(p(t'),x(t'))-$$
$$-p'(t')\dot{x}'(t')+\mathcal{H}_{syst}(p'(t'),x'(t')))dt')\}\times$$
$$\times\varphi_n^*(x_{in})\varphi_n(x_{in}')dx_{in}dx_{in}'. \quad (12)$$

Диагональные элементы матрицы плотности (12) определяют вероятности квантовых переходов системы $P(m,t\,|\,n,0)$ из чистых состояний $\varphi_n(x_{in})$ в начальный момент времени t=0 в состояния $\varphi_m(x_f)$ в момент времени t:

$$P(m,t\,|\,n,0)=\int\mathcal{D}(p(t'))\mathcal{D}(x(t'))\mathcal{D}(p'(t'))\times$$
$$\times\mathcal{D}(x'(t'))\varphi_m^*(x_f)\varphi_m(x_f')F[x(t'),x'(t')]\times$$
$$\times\exp\{\int_0^t(\frac{i}{\hbar}(p(t')\dot{x}(t')-\mathcal{H}_{syst}(p(t'),x(t'))-$$
$$-p'(t')\dot{x}'(t')+\mathcal{H}_{syst}(p'(t'),x'(t')))dt')\}\times$$
$$\times\varphi_n^*(x_{in})\varphi_n(x_{in}')dx_f dx_f' dx_{in}dx_{in}'. \quad (13)$$

Уравнения (12), (13) описывают динамику квантовой системы под действием электромагнитного поля. Примечально, что они получены вне рамок пертурбативных методов Для вычисления статистической матрицы в определенный момент времени t и вероятностей переходов необходимо знать волновые функции $\varphi_n(x)$ квантовых состояний системы и явный вид функционала влияния электромагнитного поля на иследумую квантовую систему.

Символично выражение (13), удобно представить в виде:

$$P(m,t\,|\,n,0)=\int\varphi_m^*(x_f)\varphi_m(x_f')\overline{F[x(t'),x'(t')]}\varphi_n^*(x_{in})\varphi_n(x_{in}')dx_f dx_f' dx_{in}dx_{in}'. \quad (14)$$

В выражении (14) черта означает фунциональное усреднение по траекториям в соответствии с формулой (13).

Заметим, что формулы (8) (9), указывают, что процесс эволюции статистической матрицы плотности системы является процессом с памятью, то есть его принципиально нельзя представить марковским процессом.

## 4. ЯВНЫЙ ВИД ФУНКЦИОНАЛА ВЛИЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Для описания поведения статистической матрицы плотности (12) и вероятностей квантовых переходов (13) необходимо знать явный вид функционала влияния. Функционал влияния в формализме функционального интегрирования впервые ввел Фейнман и вычислил его явный вид для гармонического осциллятора в координатном и энергетическом представлении [17].

Авторами, используя метод, предложенный в [18], был проведен расчет функционала влияния электромагнитного поля частоты $\Omega$, представленным выражением (9). Вычисления привели к квадратичному функционалу влияния

$$F_{field}[x,x']=\exp[-\int_0^T\int_0^t x(t)x(t')\gamma_{field}(t,t')dtdt'-$$
$$-\int_0^T\int_0^t x'(t)x'(t')\gamma_{field}^*(t,t')dtdt'+$$
$$+\int_0^T\int_0^T x(t)x'(t')\gamma_{field}^*(t,t')dtdt'], \quad (15)$$

где $\gamma_{field}(t,t')=\gamma_{vac}(t,t')+\gamma_{rad}(t,t')$.

Функция

$$\gamma_{vac}(t,t')=\sum_k\frac{q^2\Omega_k}{2\varepsilon_0 V\hbar}e^{-i\Omega_k(t-t')} \quad (16)$$

определяется вакуумными флуктуациями электромагнитного поля, $\Omega_k$ – частоты вакуумных колебаний электромагнитного поля.

Функция

$$\gamma_{rad}(t,t')=\frac{q^2<n>\Omega}{2\varepsilon_0 V\hbar}(e^{-i\Omega(t-t')}+e^{+i\Omega(t-t')}) \quad (17)$$

определяется одномодовым полем излучения с частотой $\Omega$, <n> – среднее число фотонов в моде $\Omega$.

Как видно из полученного выражения, функционал влияния одномодового электромагнитного поля представляется произведением функционала влияния вакуумных мод и функционала влияния поля излучения.

## 5. ПРИЛОЖЕНИЯ К ОПИСАНИЮ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ

Формулы (12), (14) с учетом явного вида функционала влияния электромагнитного поля на исследуемую квантовую систему (15) позволяет описать ряд важных электромагнитных процессов, таких как спонтанное излучение, вынужденное излучение и поглощение, вероятности квантовых переходов и диссоциации квантовых систем вне рамок теории возмущений.

Рассмотрим динамику двухуровневой квантовой системы, которая может находиться в состояниях $\varphi_n(x), \varphi_m(x)$, где m=n-1, взаимодействующей с вакуумом электромагнитного поля (при отсутствии излучения). На основании формулы (14), найдем $P_{syst}(n,t) = P_{syst}(n,t \mid n,0)$ - вероятность пребывания квантовой системы, в состоянии $\varphi_n(x)$ в зависимости от времени при условии, что в начальный момент времени квантовая система находилась в этом же состоянии $\varphi_n(x)$ с вероятностью $P_{syst}(n,t=0)=1$. Функционал влияния вакуума на систему имеет вид (15) где $\gamma_{vac}(t,t')$ определяется формулой (16), а $\gamma_{rad}(t,t')=0$. Проводя функциональное интегрирование, выражение для вероятности принимает вид

$$P_{syst}(n,t) = exp[-\int_0^t\int_0^{t'}(\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\Omega_k}{2\varepsilon_0 V\hbar}\,|\,d_{nm}\,|^2\,e^{i(\omega_{nm}-\Omega_k)(t'-t'')} +$$

$$+\sum_{k'=0}^{\infty}\frac{\Omega_{k'}}{2\varepsilon_0 V\hbar}\,|\,d_{nm}\,|^2\,e^{-i(\omega_{nm}-\Omega_{k'})(t'-t'')})dt'dt''], \quad (18)$$

где

$$d_{mn} = q\int\varphi_m^*(x)x\varphi_n(x)dx, \qquad \omega_{nm} = \frac{E_n - E_m}{\hbar}$$

представляют дипольные моменты и частоты переходов.

Используя приближение Вайскопфа-Вигнера [15] (при $\omega_{nm} = \Omega > 0$), находим:

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\Omega_k}{2\varepsilon_0 V\hbar}\,|\,d_{nm}\,|^2\,e^{i(\omega_{nm}-\Omega_k)(t'-t'')} = \frac{\Gamma}{2}\delta(t'-t''), \quad (19)$$

где

$$\Gamma = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4\omega_{nm}^3\,|\,d_{mn}\,|^2}{3\hbar c^3}. \quad (20)$$

Подставляя (19), (20) в (18), получаем

$$P_{syst}(n,t) = exp[-\Gamma t], \quad (21)$$

то есть вероятность экпоненциально затухает, что совпадает с известными результатами, полученными другими авторами [15].

Для вычисления вероятностей квантовых переходов системы по формуле (14), представим экспоненту функционала влияния, как ряд

$$F[x,x'] = \sum_{l=0}^{\infty}\frac{1}{l!}[-\int_0^t\int_0^{t'}(x(t')-x'(t'))(\gamma_{rad}(t',t'')x(t'') +$$

$$+\gamma_{rad}{}^*(t',t'')x'(t''))dt'dt'']^l. \quad (22)$$

В этом случае выражение (14) принимает вид:

$$P(m,t \mid n,0) = \sum_{l=0}^{\infty}P^l(m,t \mid n,0), \quad (23)$$

где

$$P^l(m,t \mid n,0) = \int\varphi_m^*(x_f)\varphi_m(x'_f)\overline{\frac{1}{l!}[-\int_0^t\int_0^{t'}(x(t')-x'(t'))(\gamma_{rad}(t',t'')x(t'')+\gamma_{rad}{}^*(t',t'')x'(t''))dt'dt'']^l}\times$$

$$\times\varphi_n(x_{in})\varphi_n^*(x'_{in})dx_f dx'_f dx_{in} dx'_{in}. \quad (24)$$

Первые два слагаемых в (23), имеют вид:

$$P^0(m,t \mid n,0) = \delta_{mn}\delta_{nm}, \quad (25)$$

$$P^1(m,t \mid n,0) = -\delta_{mn}[\sum_p\frac{E_0^2\,|\,d_{mp}\,|^2}{4\hbar^2}(\frac{\sin^2(\frac{\Omega-\omega_{mp}}{2}T)}{(\frac{\Omega-\omega_{mp}}{2})^2}+\frac{\sin^2(\frac{\Omega+\omega_{mp}}{2}T)}{(\frac{\Omega+\omega_{mp}}{2})^2})]+$$

$$+\frac{E_0^2\,|\,d_{mn}\,|^2}{4\hbar^2}(\frac{\sin^2(\frac{\Omega-\omega_{mn}}{2}T)}{(\frac{\Omega-\omega_{mn}}{2})^2}+\frac{\sin^2(\frac{\Omega+\omega_{mn}}{2}T)}{(\frac{\Omega+\omega_{mn}}{2})^2}). \quad (26)$$

Для случая, когда частота электромагнитного поля совпадает с частотой перехода ($\Omega = \omega_{mn}$), вероятность перехода, определяемая выражением (23), с учетом только первых двух слагаемых, представляемые формулами (25), (26), совпадает с правилом Ферми [19].

Анализ полного ряда (23) показывает, что вероятность квантовых переходов в случае, когда $\Omega = \omega_{mn}$ и $m = n+1$ имеет вид:

$$P(m,t \mid n,0) = \sin^2(\frac{\Omega^{Rabi}}{2}t) + p(\Omega, \Omega^{Rabi}, \omega_{mn}, t), \quad (27)$$

а вероятность наблюдать систему в начальном состоянии $\varphi_n(x_{in})$ получается в виде выражения

$$P(n,t \mid n,0) = \cos^2(\frac{\Omega^{Rabi}}{2}t) - \frac{1}{2}\sin(2\frac{\Omega^{Rabi}}{2}t)\times$$

$$\sin(2\sum_{p,p\neq r}\frac{(\Omega^{Rabi})^2}{2}[\frac{\sin^2(\frac{\Omega+\omega_{pn}}{2}t)}{(\frac{\Omega+\omega_{pn}}{2})^2}+\frac{\sin^2(\frac{\Omega-\omega_{pn}}{2}t)}{(\frac{\Omega-\omega_{pn}}{2})^2}]) -$$

$$-\cos(2\frac{\Omega^{Rabi}}{2}t)\sin^2(\sum_{p,p\neq r}\frac{(\Omega^{Rabi})^2}{2}[\frac{\sin^2(\frac{\Omega+\omega_{pn}}{2}t)}{(\frac{\Omega+\omega_{pn}}{2})^2}+\frac{\sin^2(\frac{\Omega-\omega_{pn}}{2}t)}{(\frac{\Omega-\omega_{pn}}{2})^2}]),$$

(28)

где $\Omega^{Rabi} = \dfrac{d_{mn}E_0}{\hbar}$ – частота Раби,

$p(\Omega, \Omega^{Rabi}, \omega_{mn}, t)$ – хаотически флуктуирующая функция.

Первое слагаемое в формулах (27), (28) описывают известные осцилляции Раби [15], последующие – представляются хаотично осциллирующей функциями, которые возникают как следствие многоуровневости системы и описывают флуктуации квантовых переходов, которые естественно предсказываются в данном подходе.

Данный подход позволяет описать различные многофотонные нелинейные процессы, в частности многофотонный фотоэффект.

Эксперименты по наблюдению многофотонного фотоэффекта представлены в работах [11-14]. В этих экспериментах проводник облучался лазером, энергия фотонов которого в 2 раза меньше работы выхода электронов из данного проводника, то есть

$$\hbar\Omega_0 = \frac{W_{вых}}{2}. \qquad (29)$$

Сила тока, наблюдаемая в данных экспериментах, прямо пропорциональна квадрату интенсивности падающего лазерного излучения [14].

Будем определять в этих экспериментах вероятность перехода электрона с уровня Ферми $\varphi_n(x)$ с энергией $E_n$ на уровень $\varphi_m(x)$ с энергией $E_m$ на границе вещество-вакуум (индекс m) за время t, используя выражение (14). Функционал влияния многомодового лазерного излучения представляется выражением (22). Функция $\gamma_{rad}$ в этом выражении заменяется функцией $\gamma_{laser}$, которая на основании определения многомодового поля и свойств функционала влияния [17] определяется выражением

$$\gamma_{laser} = \sum_{\Omega} \frac{e^2\hbar <n>_{\Omega} \Omega}{4\varepsilon_0 V\hbar^2}(e^{-i\Omega(\tau-\tau')} + e^{i\Omega(\tau-\tau')}). (30)$$

Упростим выражение (30), переходя от суммирования к интегрированию, путем введения спектральной плотности фотонов $<n(\Omega)>$, так что

$$\gamma_{laser} = \frac{e^2\hbar}{4\varepsilon_0 V\hbar^2}\int_0^{\infty} <n(\Omega)> \Omega(e^{-i\Omega(\tau-\tau')} + e^{i\Omega(\tau-\tau')})d\Omega. (31)$$

Выбирая функцию спектральной плотности в виде нормального распределения [20] в виде

$$<n(\Omega)> = \frac{<n>}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\frac{(\Omega-\Omega_0)^2}{2\sigma^2}}, \qquad (32)$$

получаем:

$$\gamma_{laser}(\tau,\tau') = \frac{e^2\hbar}{4\varepsilon_0 V\hbar^2}\frac{<n>}{\sqrt{2\pi}\sigma} \times$$

$$\times \int_0^{\infty} \Omega e^{\frac{(\Omega-\Omega_0)^2}{2\sigma^2}} (e^{-i\Omega(\tau-\tau')} + e^{i\Omega(\tau-\tau')})d\Omega, \quad (33)$$

где $<n>$ – среднее число фотонов во всех модах лазерного излучения, $\Omega_0$ – частота, на которую настроен лазер, $\sigma^2$ – дисперсия спектральной плотности лазерного излучения.

Искомую вероятность (14) будем определять рядом (23).

Первое слагаемое данного ряда имеет вид (25). Второе слагаемое (26) с учетом (33) описывает однофотонные переходы:

$$P^I(m,t\,|\,n,0) = \int_0^t\int_0^{\tau} 2Re\{\frac{|d_{mn}|^2\hbar}{4\varepsilon_0 V\hbar^2}\frac{<n>}{\sqrt{2\pi}\sigma}\cdot$$

$$\cdot\int_0^{\infty} \Omega e^{\frac{(\Omega-\Omega_0)^2}{2\sigma^2}} (e^{-i(\Omega-\omega_{mn})(\tau-\tau')} + e^{i(\Omega+\omega_{mn})(\tau-\tau')})d\Omega\}d\tau d\tau'.$$

(34)

где частота перехода $\omega_{mn} = \frac{E_m - E_n}{\hbar}$.

Интегрирование по частоте лазерного излучения проводим в приближении Вигнера-Вайскопфа [15]:

$$\int_0^{\infty} \Omega e^{\frac{(\Omega-\Omega_0)^2}{2\sigma^2}} (e^{-i(\Omega-\omega_{mn})(\tau-\tau')} + e^{i(\Omega+\omega_{mn})(\tau-\tau')})d\Omega =$$

$$= \pi\delta(\tau-\tau')\omega_{mn}(e^{\frac{-(\omega_{mn}-\Omega_0)^2}{2\sigma^2}} - e^{\frac{-(-\omega_{mn}-\Omega_0)^2}{2\sigma^2}}). (35)$$

В результате вероятность однофотонного перехода $P^I(m,t\,|\,n,0)$ принимает вид:

$$P^I(m,t\,|\,n,0) = \sqrt{\pi}t\frac{|d_{mn}|^2}{2\sqrt{2}\varepsilon_0 V\hbar}\cdot$$

$$\cdot\frac{<n>}{\sigma}\omega_{mn}(e^{\frac{-(\omega_{mn}-\Omega_0)^2}{2\sigma^2}} - e^{\frac{-(-\omega_{mn}-\Omega_0)^2}{2\sigma^2}}). \quad (36)$$

Так как в экспериментах выполняется условие (29), то есть $\Omega_0 = \frac{\omega_{mn}}{2}$, а дисперсия лазерного излучения для лазеров $\sigma^2 \approx 0.1$ то вероятность однофотонного перехода с большой степенью точностью равна нулю, то есть $P^I(m,t\,|\,n,0) = 0$.

Вероятность двухфотонного фотоэффекта будет определяться слагаемым $P^{II}(m,t\,|\,n,0)$ в (23). Это выражение может быть вычислено по формуле (24), в которой положить l=2. После проведения вычислений получим:

$$P^{II}(m,t\,|\,n,0)=\pi\frac{t^2}{\sigma^2}\frac{<\varepsilon>^2}{\varepsilon_0^2\hbar^4}\frac{1}{\Omega_0^2}\sum_i|d_{mi}|^2|d_{in}|^2\,\omega_{mi}\omega_{in}\times$$

$$\times(e^{\frac{-(\omega_{mi}-\Omega_0)^2}{2\sigma^2}}-e^{\frac{-(-\omega_{mi}-\Omega_0)^2}{2\sigma^2}})\cdot(e^{\frac{-(\omega_{in}-\Omega_0)^2}{2\sigma^2}}-e^{\frac{-(-\omega_{in}-\Omega_0)^2}{2\sigma^2}}), \qquad (37)$$

где средняя плотность энергия лазерного излучения $<\varepsilon>=\dfrac{<n>\hbar\Omega_0}{V}$.

Функция под знаком суммы имеет максимум при $\omega_{mk}=\omega_{kn}=\Omega_0$. и малую дисперсии $\sigma^2\approx 0.1$ При этих условиях можно оставить одно слагаемое в сумме (37), в котором i=k, так что $P^{II}(m,t\,|\,n,0)$ можно представить в виде:

$$P^{II}(m,t\,|\,n,0)=\frac{64\pi^3}{c^2}\frac{t^2}{\hbar^4\sigma^2}|d_{mk}|^2|d_{kn}|^2\,I^2. \qquad (38)$$

В этом выражении $I=\dfrac{c<\varepsilon>}{8\pi\varepsilon_0}$ – интенсивность лазерного излучения, c – скорость света.

Вероятность (38) при t=1 определяет число электронов покидающих определенную поверхность проводника в единицу времени, то есть ток двухфотонного фотоэффекта. Таким образом, ток J пропорционален квадрату интенсивности лазерного излучения

$$J=CI^2, \qquad (39)$$

где коэффициент пропорциональности C представляется выражением:

$$C=\frac{64\pi^3}{c^2}\frac{|d_{mk}|^2|d_{kn}|^2}{\hbar^4\sigma^2}N_{e_F}, \qquad (40)$$

где $N_{e_F}$ – число электронов на уровне Ферми образца данного проводника, взаимодействующего с лазерным излучением.

Проведение численных оценок выражений (37), (38), (39) требует доопределения модели проводника (конкретизация дипольных моментов $d_{fi}$, частот переходов $\omega_{fi}$, и $N_{e_f}$), уточнения функции спектральной плотности лазерного излучения $<n(\Omega)>$.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В формализме функционального интегрирования, получены уравнения, описывающие эволюцию статистической матрицы плотности, а также вероятности переходов исследуемой квантовой системы, взаимодействующей с электромагнитным полем. Найден явный вид функционала влияния электромагнитного поля на квантовую систему.

Формула успешно описывает вероятности спонтанных переходов квантовой системы, осцилляции Раби и предсказывает их флуктуации, объясняет экспериментально наблюдаемый двухфотонный фотоэффект. Предложенные уравнения не противоречат исследованиям взаимодействия излучения с веществом другими методами, в частности методу теории возмущений.

Данные результаты представляют определенный интерес для теоретического описания поведения различных квантовых систем, взаимодействующих с сильными лазерными полями.

*Авторы выражают благодарность В. С. Казакевичу и А. Л. Петрову за полезные обсуждения и ряд ценных замечаний.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. $CO_2$ Laser-Induced Dissociation of $SiF_4$ Molecules into Electronically Excited Fragments /*N.R.Isenor, V.Merchant, R.S. Hallsworth, M.Richardson* // Can. J. Phys., 1973. Vol. 51. P. 1281-1287.
2. Исследование механизма изотопически-селективной диссоциации молекул $SF_6$ излучением $CO_2$ лазера / *Р.В. Амбарцумян, Ю. А. Горохов, В. С. Летохов, Г. Н. Макаров, А.А. Пурецкий, Н. П. Фурзиков* // ЖЭТФ, 1976. Т. 71. С. 440-453.
3. ИК многофотонная диссоциация трихлорсилана под действием импульсного излучения $CO_2$- и $NH_3$- лазеров / *В.М. Апатин, В. Б. Лаптев, Е.А. Рябов* // Квантовая электроника, 2003. Т. 33. № 10. С. 894–896.
4. Инфракрасная многофотонная диссоциация метилтрифторсилана / *П.В. Кошляков, Е.Н. Чесноков, С.Р. Горелик, В.Г. Киселев, А.К. Петров* // Химическая физика, 2006. Т. 25. № 5. С. 12-22.
5. *Letokhov V.S.* Use of Lasers to Control Selective Chemical Reactions // Science, 1973. Vol. 180. P. 451-458.
6. Isotopic enrichment of $SF_6$ in $S^{34}$ by multiple absorption of $CO_2$ laser radiation /*J.L. Lyman, R.J. Jensen, J. Rink, C.P. Robinson, S.D. Rockwood* // Appl. Phys. Lett., 1975. Vol. 27. P. 87-89.
7. Селективная фотоионизация атомов и ее применение для разделения изотопов и спектроскопии / *Н. В. Карлов, Б. Б. Крынецкий, В. А. Мишин, А. М. Прохоров* // УФН, 1979. Т. 127. С. 593–620.
8. Особенности диссоциации молекул $UF_6$ в поле излучения импульсно-периодического $CF_4$-лазера / *В.Ю. Баранов, А.П. Дядькин, Ю.А. Колесников, А.А. Котов, В.П. Новиков, С.В. Пигульский, А.С. Разумов, А.И. Стародубцев* // Квантовая Электроника, 1997. Т. 24, № 7. С. 613-616.
9. Extreme Ultraviolet Laser Excites Atomic Giant Resonance / *M. Richter, M. Ya. Amusia, S.V. Bobashev, T. Feigl, P. N.Juranic, M. Martins, A. A. Sorokin, K. Tiedtke* // Phys. Rev. Lett., 2009. Vol. 102. 163002.
10. Intensity-resolved ionization yields of aniline with femtosecond laser pulses / *J. Strohaber, T. Mohamed, N. Hart, F. Zhu, R. Nava, F. Pham, A.A. Kolomenskii, H. Schroeder, G.G. Paulus, H.A. Schuessler* // Phys. Rev. A, 2011. Vol. 84. 063414.
11. *Рэди Дж.* Действие мощного лазерного излучения:

под ред. С. И. Анисимова. М.: МИР, 1974. 468 с.
12. Анисимов С. И. Нелинейный фотоэлектрический эффект в металлах под действием лазерного излучения / С. И. Анисимов, В. А. Бендерский, Д. Фаркаш // УФН, 1977. Т. 122. Вып. 2. С. 185-222.
13. Kupersztych J. Anomalous Multiphoton Photoelectric Effect in Ultrashort Time Scales / J. Kupersztych M. Raynaud // Phys. Rev. Lett., 2005. Vol. 95. 147401.
14. Experimental observation of two-photon photoelectric effect from silver aerosol nanoparticles / *M. Sipilд, A.A. Lushnikov, L. Khriachtchev, M. Kulmala, H. Tervahattu, M Räsänen* [Электронный ресурс] // New J. Phys., 2007. Vol. 9, № 10. URL: http://iopscience.iop.org/1367-2630/9/10/368 (дата обращения 12.11.2011).
15. Квантовая оптика / *М.О. Скали, М.С. Зубайри* // Под ред. В. В. Самарцева. М.: Физматлит, 2003. 512 с.
16. Введение в квантовую теорию калибровочный полей / *А.А. Славнов, Л.Д. Фаддеев.* М.: Наука, 1978. 272 с.
17. Фейнман Р. Квантовая механика и интегралы по траекториям / Р. Фейнман, А. Хибс. М.: Мир, 1968, 382 с.
18. *Hillery M.* Paht-integral approach to problems in quantum optics / M. Hillery, M. S. Zubairy // Physical Review A, 1982. Vol.26, № 1. P. 451-460.
19. Квантовые переходы многоуровневой системы, взаимодействующей с электромагнитным полем, в представлении функционального интегрирования / *А.А. Бирюков, М.А. Шлеенков* // Сб. т. VII Всероссийский молодежный Самарский конкурс-конференция научных работ по оптике и лазерной физике. Самара, 2010.
20. *Качмарек Ф.* Введение в физику лазеров // Под ред. М. Ф. Бухенского. М.: Мир, 1980. 540 с.

## THE INFLUENCE FUNCTIONAL APPROACH FOR THE DESCRITION OF MULTILEVEL QUANTUM SYSTEMS DYNAMICS IN STRONG LASER FIELDS

© 2012 A. A. Biryukov, M. A. Shleenkov

Samara State University

We describe multilevel quantum systems dynamics in electromagnetic fields using the influence functional approach in path integration formalism. We obtain equations for the statistical density matrix and the probability of transitions of quantum systems induced by the electromagnetic field. The explicit form of the quantized electromagnetic field influence functional is concretized. Spontaneous transition of the quantum systems, the Rabi oscillations and their fluctuations are obtained. The two-photon photoelectric effect is explained.

Key words: path integration, the influence functional approach, two-photon photoeffect.

*Alexander Biryukov, Candidate of Physico-mathematical Sciences, Professor, Head at the General and Theoretical Physics Department. E-mail: biryukov@ssu.samara.ru*
*Mark Shleenkov, Postgraduate Student.*
*E-mail: shleenkov@list.ru*