

УДК 629.78

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ МЕЖПЛАНЕТНЫХ ПЕРЕЛЕТОВ С ЭЛЕКТРОРЕАКТИВНОЙ ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКОЙ

© 2012 Д.В. Курочкин, О.Л. Старинова

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева
(национальный исследовательский университет)

Поступила в редакцию 14.06.2012

В статье приводится постановка задачи проектно-баллистической оптимизации межпланетных перелетов для космического аппарата с электрореактивной двигательной установкой. Описывается метод оптимизации участков гелиоцентрического движения космического аппарата. С использованием формализма принципа максимума Понтрягина, получены решения краевой задачи об оптимальности управления для перелета с минимальными затратами рабочего тела при фиксированной длительности. Рассматриваются перелеты между круговыми компланарными орбитами. Проводится анализ полученных данных, приводятся соответствующие графические зависимости.

Ключевые слова: межпланетный перелет, принцип максимума Понтрягина, электрореактивный двигатель.

При сложной баллистической схеме достижения целевого космического тела появляются возможности включить в программу исследований дополнительные эксперименты при сближении с планетами во время гравитационных маневров. Эффективность проекта при этом может существенно возрасти особенно при перелетах с электрореактивной двигательной установкой (ЭРДУ). Вместе с тем, усложнится и выбор оптимальных траекторий. Для решения этой сложной многокритериальной задачи требуется провести анализ параметров отдельных перелетов и сравнение возможных схем при известных целях и возможностях миссии. Необходимо сформировать базу результатов моделирования и оптимизации баллистических схем. Такое исследование предполагает сбор статистики – результатов решения краевой задачи для наиболее характерных межпланетных перелетов (Земля-Марс, Земля-Венера и др.), анализ результатов, построение графических зависимостей, поиск областей гарантированной сходимости задачи. В дальнейшем это позволит проводить моделирование и оптимизацию сложных межпланетных миссий с ЭРДУ и гравитационными маневрами.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ПРОЕКТНО-БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ.

В работе рассматривались перелеты с критерием оптимальности: $T \rightarrow \min$ или $M_{PT} \rightarrow \min$

Курочкин Дмитрий Владимирович, аспирант кафедры летательных аппаратов. E-mail: dmitry-q86@yandex.ru
Старинова Ольга Леонардовна, доктор технических наук, профессор кафедры летательных аппаратов. E-mail: solleo@mail.ru

Оптимизация по первому критерию ориентирована на поиск траектории перелета, позволяющей, при минимальном времени осуществления миссии, доставить к заданной планете космический аппарат (КА) при фиксированной массе на начальной орбите. Оптимизация по второму критерию позволяет найти оптимальную траекторию при тех же исходных данных, но с минимальным расходом рабочего тела. Для повышения эффективности миссии, производится последовательная оптимизация по двум обозначенным критериям. Найденные оптимальные параметры миссии с минимальным временем перелета становятся исходными данными для оптимизации по расходу рабочего тела. В результате получаем параметры миссии, для которой время перелета несколько больше минимального, однако расход рабочего тела существенно меньше, что позволяет доставить к цели больший полезный груз.

Решение задачи проектно-баллистической оптимизации требует формального описания проектного облика и движения аппарата.

Проектный облик космического аппарата определяется уравнением баланса масс, которое представляет стартовую массу космического аппарата как сумму масс отдельных частей, определяемых по функциональным признакам:

$$M_0 = M_{ПГ} + M_{Э} + M_{Д} + M_{РТ} + M_{СИХ} + M_{КОН}, (1)$$

где M_0 – масса КА на начальной орбите; $M_{ПГ}$ – масса полезного груза; $M_{Э}$ – масса энергетической установки; $M_{Д}$ – масса двигательной установки, включая маршевые и управляющие двигатели вместе с исполнительными органами; $M_{РТ}$ – масса рабочего тела; $M_{СИХ}$ – масса системы подачи и хранения рабочего тела (баки,

трубопроводы и пр.); $M_{кон}$ – масса конструкции.

Для КА с солнечной энергоустановкой мощность реактивной струи, тяга двигателей и расход рабочего тела зависят от текущего гелиоцентрического расстояния, т.е. от выбранной траектории движения, что существенно усложняет задачу оптимизации. В общем случае можно говорить о том, что секундный расход рабочего тела является функцией фазовых координат системы $\beta(\bar{x})$, и в этом случае выражение для массы израсходованного рабочего тела имеет вид:

$$M_{PT}(T) = \int_{t_0}^T \beta(\bar{x}) \delta dt = \beta_0 \int_{t_0}^T \frac{\beta(\bar{x})}{\beta_0} \delta dt = \frac{P_0}{c_0} \int_{t_0}^T \chi(\bar{x}) \delta dt. \quad (2)$$

где $\chi(\bar{x}) = \frac{\beta(\bar{x})}{\beta_0}$ – функция, определяющая зависи-

мость расхода рабочего тела от фазовых координат космического аппарата \bar{x} . Вид и параметры этой функции $\chi(\bar{x})$ различается для различных типов преобразователей энергии и используемой математической модели солнечного излучения. Для аппаратов с солнечной энергоустановкой наиболее часто используется

зависимость $\chi(\bar{x}) = \frac{1}{r^k}$, описывающая тот факт,

что при удалении от Солнца мощность излучения падает. Показатель степени k может принимать значения 1,7 - 2, так как при удалении от Солнца, с одной стороны, снижается интенсивность излучения, а, с другой стороны, снижается температура панелей солнечных батарей, что приводит к повышению эффективности их работы.

С учетом обозначения $T_\mu^*(T) = \int_{t_0}^T \chi(\bar{x}) \delta dt = \int_{t_0}^T \frac{\delta}{r^k} dt$ – приведенное время работы двигателей, масса потребного рабочего тела вычисляется по формуле

$$M_{PT}(T) = \frac{P_0}{c_0} \cdot T_\mu^*(T). \quad (3)$$

Приведенное моторное время зависит от траектории движения КА, а, следовательно, и от проектных параметров аппарата. Поэтому разделение задачи на проектную и баллистическую части носит условный характер и требует итерационного процесса проектно-баллистической оптимизации для уточнения динамических характеристик миссии и проектных параметров КА. С учетом (3) уравнение баланса масс КА (1) имеет вид

$$M_0 = M_{III} + M_\varepsilon + M_\delta + \frac{P_0}{c_0} \cdot T_\mu^*(T)(1 + k_{СПХ}) + M_{кон}. \quad (4)$$

Для фиксированного вектора проектных параметров $\bar{p} = (P_0, c_0)^T$ минимум стартовой мас-

сы соответствует минимуму приведенного моторного времени $T_\mu^*(T)$, и баллистическая часть задачи оптимизации сводится к определению оптимальных законов управления $\bar{u}_{opt}(t)$, соответствующих им траекторий движения $\bar{x}_{opt}(t)$, доставляющих минимум суммарному приведенному рабочему времени перелета и построению зависимости этих величин от проектных параметров аппарата

$$T_\mu^*(T, \bar{p}) = \min_{\bar{u}(t) \in U} T_\mu^*(T = fixe, \bar{x}(t, \bar{u}) \in X, \bar{u}(t), \bar{p}),$$

$$\bar{u}_{opt}(t, \bar{p}) = \operatorname{argmin}_{\bar{u}(t) \in U} T_\mu^*(T = fixe, \bar{x}(t, \bar{u}) \in X, \bar{u}(t), \bar{p}). \quad (5)$$

где $\bar{x}(t) \in X$ – вектор фазовых координат аппарата, $\bar{u}(t) \in U$ – вектор функций управления, $\bar{p} \in P$ – вектор основных оптимизируемых проектных параметров КА.

Проектная часть задачи оптимизации сводится к определению оптимального вектора проектных параметров \bar{p}_{opt} , обеспечивающего минимум стартовой массы КА:

$$M_0 = \min_{\bar{p} \in P} M_0(M_{III}, T_\mu(t_k) = fixe, \bar{x}(t, \bar{u}_{opt}) \in X, \bar{u}_{opt}(t), \bar{p}). \quad (6)$$

ОПТИМИЗАЦИЯ УЧАСТКОВ ГЕЛИОЦЕНТРИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ КА

Для расчета межпланетного перелета с гравитационными маневрами используется методика разбиения траектории на гелиоцентрические и планетоцентрические участки. Первые соответствуют траектории движения КА под действием только притяжения Солнца. Вторые – траектории движения в сфере действия планеты.

Оптимизация гелиоцентрических участков перелета проводилась в соответствии с формализмом принципа максимума Понтрягина. Межпланетные перелеты КА обычно проходят вблизи плоскости эклиптики, поэтому могут описываться в плоской полярной системе координат дифференциальными уравнениями:

$$\frac{dr}{dt} = V_r; \quad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{V_\varphi}{r}; \quad \frac{dm}{dt} = \frac{a_0 \delta}{cr^2}; \quad (7)$$

$$\frac{dV_r}{dt} = \frac{V_\varphi^2}{r} - \frac{1}{r^2} \pm \cos \lambda \cdot a;$$

$$\frac{dV_\varphi}{dt} = -\frac{V_r V_\varphi}{r} \pm \sin \lambda \cdot a; \quad a = \frac{a_0 \delta}{(1-m)r^2}.$$

Оптимальные направление вектора ускорения $\lambda_{opt}(t)$ и функция включения-выключения двигательной установки определялись из максимума Гамильтониана:

$$\sin \lambda_{opt} = \frac{P_{V_\phi}}{\sqrt{P_{V_r}^2 + P_{V_\phi}^2}};$$

$$\cos \lambda_{opt} = \frac{P_{V_r}}{\sqrt{P_{V_r}^2 + P_{V_\phi}^2}};$$

$$\delta = \begin{cases} 0, & \Delta < 0 \\ 1, & \Delta > 0 \end{cases}, \quad (8)$$

где

$$\Delta = \frac{P_m}{c} + \frac{\sqrt{P_{V_r}^2 + P_{V_\phi}^2}}{1-m}; \quad P_r, P_\phi, P_{V_r}, P_{V_\phi}, P_m - \text{со-}$$

пряжённые переменные.

Требуется найти такие начальные значения сопряженных множителей

$$P_r(t_0), P_{V_r}(t_0), P_{V_\phi}(t_0), P_m(t_0),$$

чтобы выполнялись граничные условия.

В данной работе рассматривались два варианта постановки задачи межпланетного перелета:

1) Задача перелета с орбиты Земли на орбиту целевого космического тела: конечная скорость КА не фиксирована. Такая постановка задачи характерна для случая пролета КА вблизи планеты для совершения гравитационного маневра. Граничные условия:

$$\bar{X}(t_0) = (r_0, \phi_0, V_{r0}, V_{\phi0}, m_0 = 0)^T,$$

$$\bar{X}(T) = (r_k, \phi_k - unfixe, V_{rk} - unfixe, V_{\phi k} - unfixe, m_k - min)^T. \quad (9)$$

2) Задача перелета с орбиты Земли на орбиту целевого космического тела: конечная скорость КА фиксирована. Задача в такой постановке решается, когда КА направляется к планете с целью формирования орбиты, т.е. необходимо, чтобы конечная скорость КА была равна скорости планеты назначения. Другой вариант – сложный межпланетный перелет, когда для совершения у планеты заданного гравитационного маневра КА требуется иметь конкретные значение и направление скорости. Граничные условия:

$$\bar{X}(t_0) = (r_0, \phi_0, V_{r0}, V_{\phi0}, m_0 = 0)^T,$$

$$\bar{X}(T) = (r_k, \phi_k - unfixe, V_{rk} = 0, V_{\phi k} = V_{kp}, m_k - min)^T. \quad (10)$$

Граничные условия указаны при следующих параметрах и ограничениях:

- Рассматривается участок гелиоцентрического перелета КА. В начальный момент времени КА находится на границе сферы действия Земли и имеет скорость равную скорости Земли;
- Используется электрореактивная двигательная установка, представляющая собой пакет

двигателей, обеспечивающих заданный уровень начального ускорения;

- Используется солнечная энергетическая установка;
- Начальная и конечная орбиты приняты компланарными и круговыми.

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для решения поставленных задач был создан программный комплекс. В основе алгоритма решения краевой задачи - принцип максимума Понтрягина. Для моделирования непосредственно перелета используется метод Рунге-Кутты-4. Для оптимизации параметров используется метод Нелдера-Мида.

Поскольку решение краевой задачи в зависимости от параметров может требовать значительных вычислительных и временных затрат, в программном комплексе предусмотрен модуль автономных исследований, выполняющий запрошенную последовательность задач без участия пользователя. По завершению доступен массив данных – результатов моделирования и оптимизации.

Моделирование и оптимизация проводились при следующих условиях для указанных диапазонов данных:

- Рассчитывался перелет заданной длительности $T = 270$ суток. Минимизировался относительный расход рабочего тела;
- Значения конечного радиуса брались из диапазона 1,381 – 1,666 а.е. с шагом 0,003 а.е., т.е. рассчитывались перелеты на круговые орбиты, которые пересекает Марс, двигаясь по своей истинной орбите. В дальнейшем можно будет скорректировать полученные зависимости при переходе к модели с учетом эллиптичности орбит;
- Значения ускорения ЭРДУ брались из диапазона 0,55 – 0,90 мм/с²;
- Значения скорости истечения рабочего тела брались из диапазона 22 – 30 км/с;
- Для ускорения сбора статистических данных при моделировании перелета параметры траектории рассчитываются с шагом в одни сутки. При использовании меньшего шага не происходит существенного уточнения получаемых данных, но вычислительные затраты возрастают в разы.

Результаты решения задачи пролета возле целевой планеты (без выравнивания скорости КА и планеты) представлены на рис. 1 и рис. 2.

Для уровней начального ускорения больше 0,5 мм/с² зависимость расхода от конечного радиуса почти линейна. Это наблюдается и при других скоростях истечения из диапазона 22 - 30 км/с, и при других уровнях ускорения из ди-

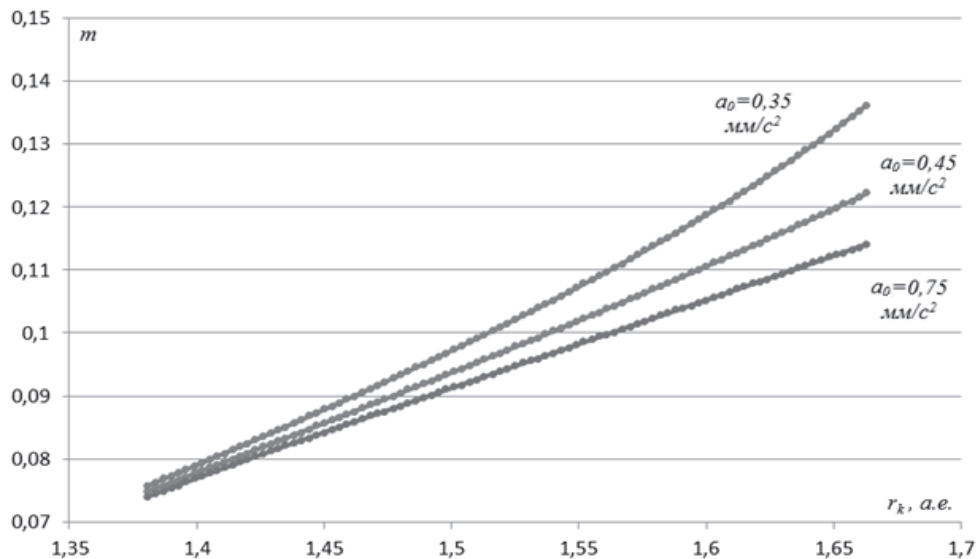


Рис. 1. Зависимости расхода рабочего тела от радиуса конечной орбиты и начального уровня ускорения при скорости истечения 30 км/с. Пролетная траектория

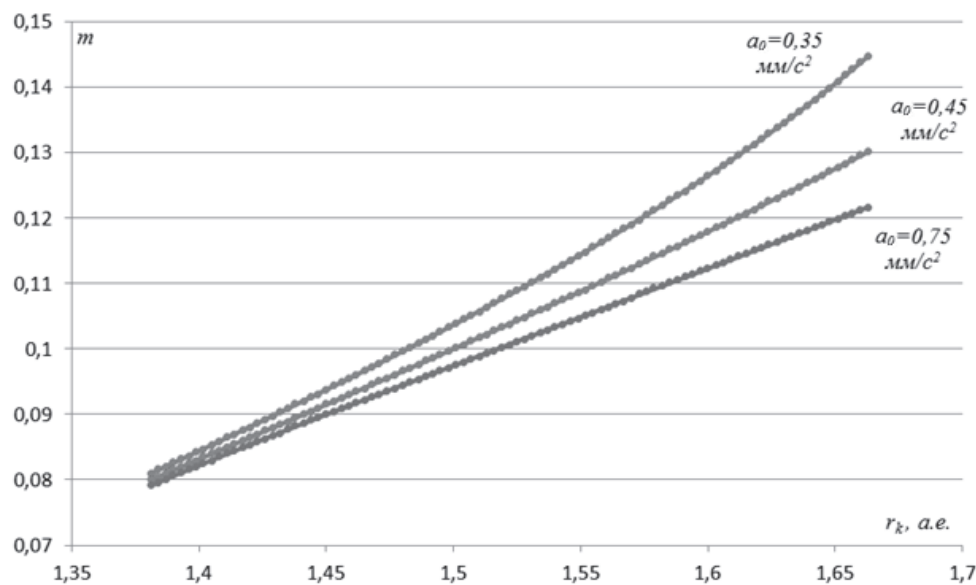


Рис. 2. Зависимости расхода рабочего тела от радиуса конечной орбиты и начального уровня ускорения при скорости истечения 28 км/с. Пролетная траектория

апазона 0,5 – 1,15 мм/с². В целом можно говорить о том, что пролетные траектории Земля-Мартс требуют запасов рабочего тела порядка 7 – 12 % от массы КА при продолжительности 270 суток. При планировании таких перелетов следует уделить внимание поиску оптимальной даты старта, поскольку расход рабочего тела зависит в большей степени от конечного радиуса, а не от выбранного уровня начального ускорения и скорости истечения.

Результаты анализа решений задачи достижения целевой планеты с целью формирования орбиты (необходимо выравнивание скорости КА и планеты) представлены на рис. 3 и рис. 4

Полученные зависимости носят традиционный характер: при увеличении конечного радиуса происходит нелинейное увеличение относительного расхода. В отличие от задачи пролета Марса,

в данной задаче необходимо обеспечить выравнивание скоростей, что существенно сказывается на запасах рабочего тела. Поэтому при планировании подобных миссий требуется уделить внимание не только выбору оптимальной даты старта, но и поиску приемлемых значений начального ускорения и скорости истечения.

При начальных ускорениях менее 0,7 мм/с² и скоростях истечения менее 28 км/с краевая задача может не иметь решения. Это обусловлено тем, что при заданной длительности перелета, КА не хватает энергии для достижения указанной орбиты и выравнивания скорости. Вопрос определения областей сходимости краевой задачи представляет отдельный интерес и будет рассмотрен на следующих этапах исследований.

Далее рассмотрим подробнее вид полученных траекторий и законов управления для зада-

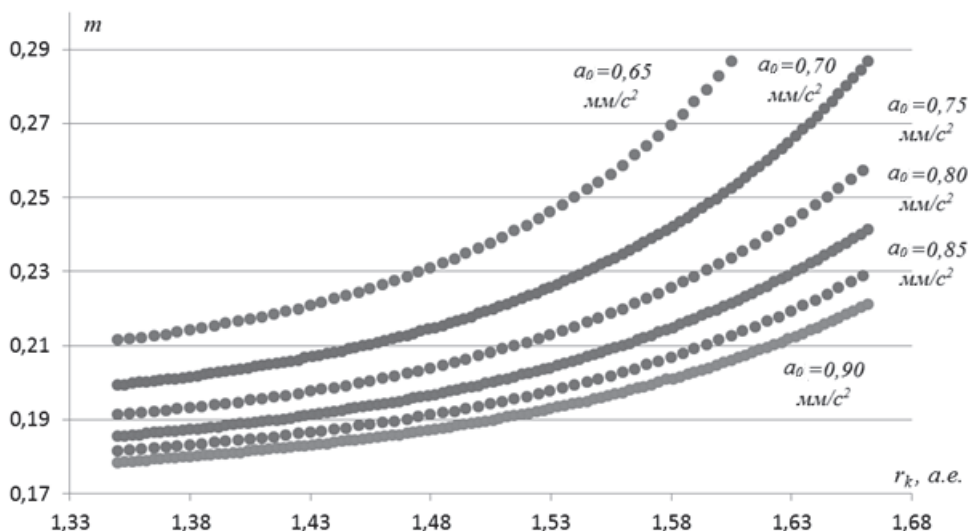


Рис. 3. Зависимости расхода рабочего тела от радиуса конечной орбиты и начального уровня ускорения при скорости истечения 30 км/с. Предполагается формирование орбиты возле целевой планеты

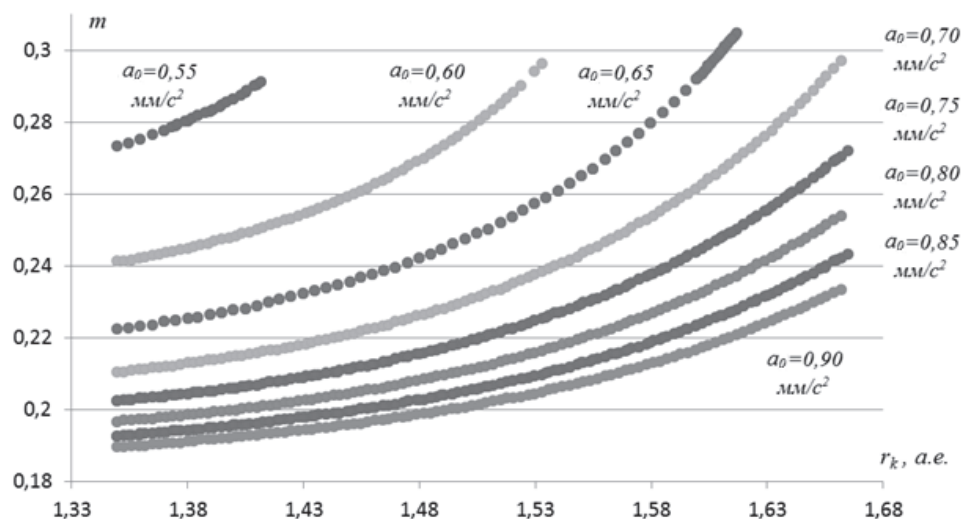


Рис. 4. Зависимости расхода рабочего тела от радиуса конечной орбиты и начального уровня ускорения при скорости истечения 28 км/с. Предполагается формирование орбиты возле целевой планеты

чи во второй постановке. На рис.5 представлены типичные оптимальные траектории, получаемые при решении задачи перелета на орбиту Марса с выравниванием конечной скорости КА. На рис. 6. отображена зависимость направления вектора тяги КА от времени.

Из графиков видно, что при увеличении конечного радиуса уменьшается длина пассивного участка траектории. Для крайних значений диапазона $r_k = [1,381 - 1,666]$ а.е. длина пассивного участка траектории отличается примерно в три раза.

Разработанные методики позволяют на ранних этапах планирования межпланетной миссии получить данные об оптимальных баллистических схемах. Начата серия исследований, направленных на сбор статистических данных о типичных межпланетных перелетах при различных исходных параметрах миссии. Результаты анализа этих данных могут быть использованы для

оценки эффективности планируемой миссии, а так же могут служить первым приближением для более точных расчётов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Старинова О.Л.* Расчет межпланетных перелетов космических аппаратов с малой тягой. Самара: Самарский научный центр РАН, 2007. 196 с.
2. *Лебедев А.А.* Введение в анализ и синтез систем: учебное пособие. М: Изд-во МАИ, 2001. 352 с.
3. *Левантовский В.И.* Механика космического полета в элементарном изложении: 3-е изд., дополненное и переработанное. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1980. 512 с.
4. *Курочкин Д.В., Старинова О.Л.* Методика баллистического проектирования межпланетного космического аппарата с электрореактивной двигательной установкой с использованием гравитационных маневров // Сборник трудов XIV Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов, Самара, 2009, С. 136-140.

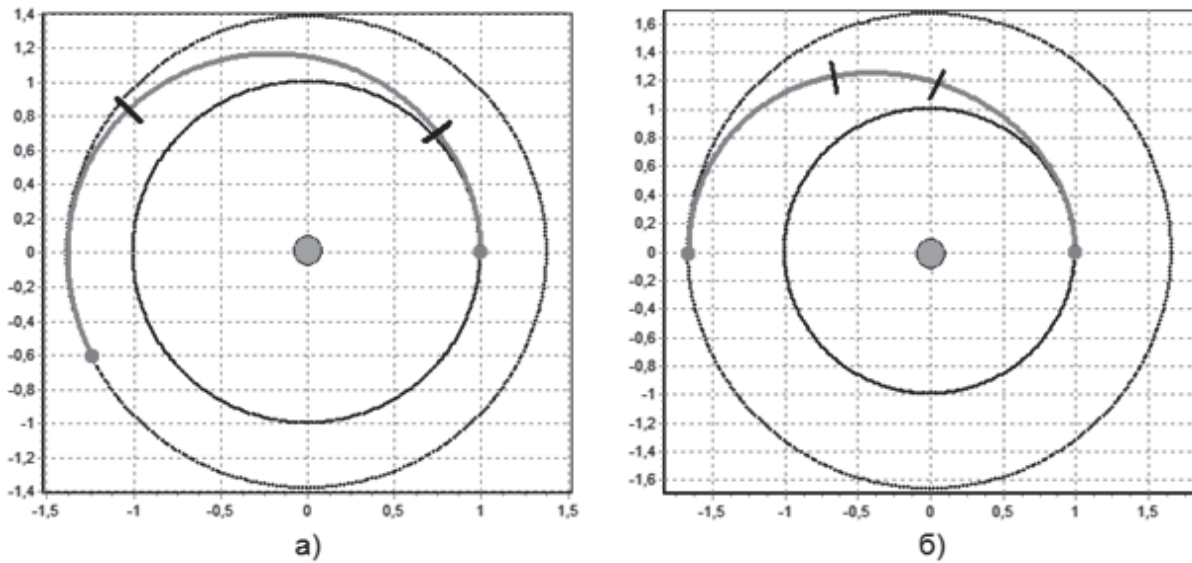


Рис. 5. Оптимальные траектории перелета Земля-Марс с минимальным расходом рабочего тела и выравниванием конечной скорости КА; $T = 270$ сут; $a_0 = 0,7$ мм/с²; $c = 28$ км/с:
 а – перелет на орбиту с радиусом $r_k = 1,381$ а.е.; б – перелет на орбиту с радиусом $r_k = 1,666$ а.е.

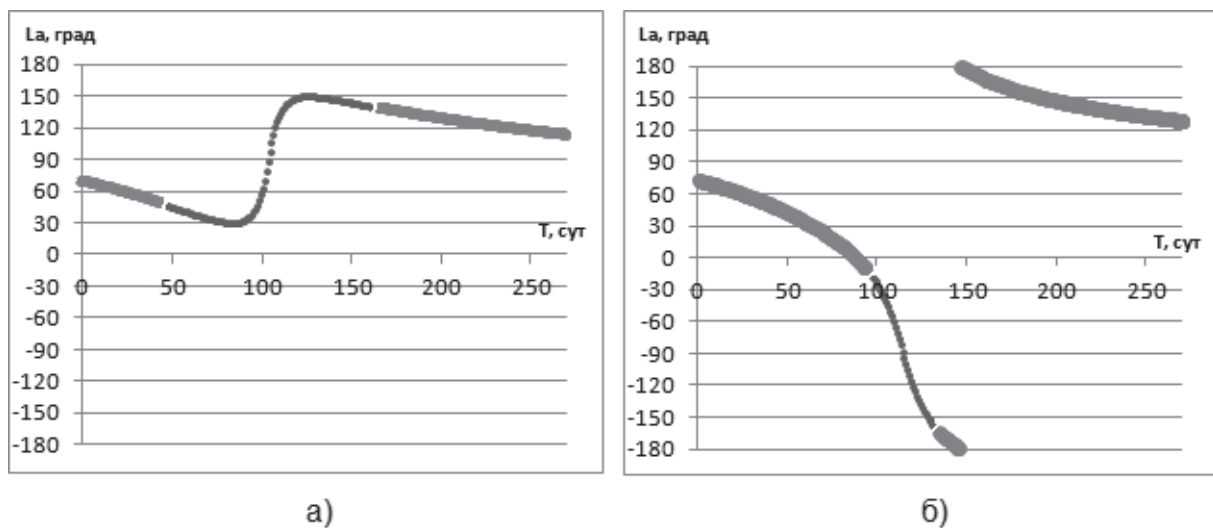


Рис. 6. Законы управления вектором тяги КА; $T = 270$ сут; $a_0 = 0,7$ мм/с²; $c = 28$ км/с:
 а – перелет на орбиту с радиусом $r_k = 1,381$ а.е.; б – перелет на орбиту с радиусом $r_k = 1,666$ а.е.

ANALYSIS OF RESULTS OF MODELLING OF INTERPLANETARY FLIGHTS WITH ELECTRIC PROPULSION ENGINES

© 2012 D.V. Kurochkin, O.L.Starinova

Samara State Aerospace University named after Academician S.P. Korolyov
 (National Research University)

Statement of a problem of design-ballistic optimization of interplanetary flights for the spacecraft with electric propulsion engines is given in article. The method of optimization of heliocentric trajectory part of the spacecraft is described. With use of a formalism of Pontryagin's maximum principle, solutions of a boundary-value problem on a self-optimizing control for flight with the minimum expenses of a working body are received at the fixed duration. Flights between circular coplanar orbits are considered. The analysis of the received data is carried out, the corresponding graphic dependences are given.

Key words: interplanetary flight, Pontryagin's maximum principle, electric propulsion engine.

Dmitry Kurochkin, Graduate Student at the Aircraft Department. E-mail: dmitry-q86@yandex.ru
Olga Starinova, Doctor of Technics, Professor at the Aircraft Department. E-mail: solleo@mail.ru