

УДК 535.42

СРАВНЕНИЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИФРАКЦИИ ЛИНЕЙНО-ПОЛЯРИЗОВАННОГО ГАУССОВОГО ПУЧКА НА БИНАРНОМ АКСИКОНЕ С ВЫСОКОЙ ЧИСЛОВОЙ АПЕРТУРОЙ ИНТЕГРАЛЬНЫМ И РАЗНОСТНЫМ МЕТОДАМИ

© 2012 Д.А. Савельев

Федеральное научное бюджетное учреждение
Институт систем обработки изображений РАН, г. Самара

Поступила в редакцию 19.04.2012

Проведено сравнение двух алгоритмов моделирования дифракции электромагнитного поля на аксионе с высокой числовой апертурой при линейной поляризации освещающего пучка. Сравниваются интегральный метод, основанный на разложении по плоским волнам и метод конечных разностей во временной области - FDTD. Интегральный метод, показал пригодность для обнаружения основных тенденций, которые затем исследуются более точным методом FDTD. При использовании пакета Meer для расчета FDTD была исследована динамика изменений размера центрального пятна при высоких значениях числовой апертуры дифракционного аксиона.

Ключевые слова: дифракционный аксион, размер светового пятна по полуспаду, FDTD, метод разложения по плоским волнам.

ВВЕДЕНИЕ

Аксион формирует бесселевый пучок нулевого порядка, диаметр центрального пятна которого по полуспаду интенсивности равен [1, 2]:

$$FWHM = 0,36\lambda/NA \quad (1).$$

Это на 30% меньше, чем размер диска Эйри, формируемого линзой с той же числовой апертурой ($FWHM = 0,51\lambda/NA$). В данной работе рассматривается излучение с линейной поляризацией, т.к. оно производится большинством лазеров. Достижению сверхразрешения в суммарной интенсивности электромагнитного поля при данной поляризации препятствует вклад продольной компоненты, который усиливается при увеличении числовой апертуры и уширяет поперечный размер светового пятна вдоль оси поляризации.

В работе выполняется сравнение двух методов – интегрального метода разложения по плоским волнам компонент электрического вектора и метода конечных разностей во временной области (FDTD). Первый алгоритм достаточно хорошо описан в работе [3], где было показано, что с помощью метода разложения по плоским волнам можно достаточно корректно и быстро рассчитывать дифракцию сингулярных пучков на микроапerture, особенно при использовании модификации Мансурипера [4].

Для реализации метода FDTD используется пакет Meer, который моделирует распространение электромагнитного поля через различные структуры с использованием уравнений Максвелла [5].

Савельев Дмитрий Андреевич, аспирант.
E-mail: dmitrey.savelyev@yandex.ru

Пакет использует инвариантные к масштабу единицы, что является удобным для масштабирования. Для выполнения исследований использовался вычислительный кластер мощностью 775 GFlops.

В первой части работы проводится сравнение двух вышеназванных подходов, во второй части методом FDTD исследуется изменение размера пятна при удалении от аксиона на несколько длин волн. При этом особое внимание уделялось плоскостям, имеющим на оптической оси экстремальные значения: для максимумов ожидается наилучшая концентрация энергии в центральной части, а для минимумов – уменьшение размеров центрального пятна [6].

1. ДИФРАКЦИЯ ГАУССОВА ПУЧКА НА БИНАРНОМ ДИФРАКЦИОННОМ АКСИОНЕ

Фазовый дифракционный аксион имеет комплексную функцию пропускания следующего вида:

$$\tau(r) = \exp(i k \alpha_0 r), \quad (2)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны, α_0 – параметр аксиона, определяющий числую апертуру (numerical aperture, NA) аксиона на $\alpha_0 = NA$.

Будем рассматривать бинарные микроаксионы с различной числовой апертурой ($\alpha_0 = 0,71; \alpha_0 = 0,87; \alpha_0 = 0,95$):

$$\tau_b(r) = \begin{cases} \exp\{i \arg[\cos(k \alpha_0 r)]\}, & r \leq R, \\ 0, & r > R, \end{cases} \quad (3)$$

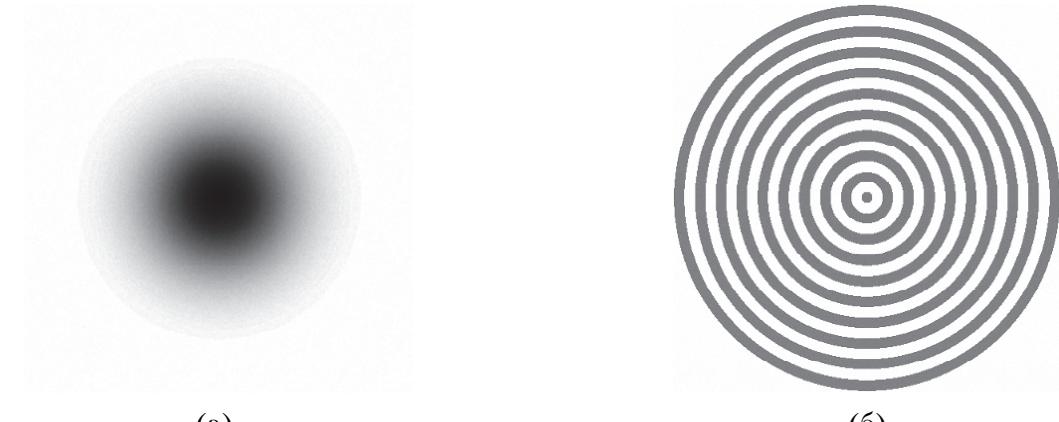


Рис. 1. Вид входного пучка (негатив) (а) и структура бинарного дифракционного аксиона (б)

с радиусом, зависящим от α_0 , освещенные гауссовым пучком с линейной x -поляризацией:

$$\mathbf{E}(x, y, 0) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \mathbf{e}_y, \quad (4)$$

где $\sigma^2 = 7$. Внешний вид аксиона представлена на рис. 1.

Длина волны λ равна 0,532 мкм. Для случая FDTD ширина подложки равна 2λ . Показатель преломления аксиона и подложки, в которой выполнен бинарный рельеф вида (3), равен $n = 1,46$. Для него и данной длины волны высота микрорельефа составляет:

$$h = \frac{\pi}{k(n-1)} = \frac{\lambda}{2(n-1)} = \frac{\lambda}{0,92}. \quad (5)$$

Т.о., рельеф аксиона заканчивается на расстоянии $L = 3\lambda + h \approx 4,087\lambda$ от начала моделирования входного пучка (L – это граница рельефа аксиона). Размер расчётной области $x \in [-13,8\lambda, 13,8\lambda]$, $y \in [-13,8\lambda, 13,8\lambda]$, $z \in [0, 9\lambda]$. Моделируемая область со всех сторон окружённая поглощающим слоем PML, толщина которого $-1,5\lambda$, шаг дискретизации по пространству $-\lambda/30$, шаг дискретизации по времени $-\lambda/(60c)$, где c – скорость света.

В случае интегрального метода оптический элемент считался тонким, и учитывались только фазовые изменения и коэффициент пропускания Френеля.

Ниже приведены результаты распространения при различной числовой апертуре для интегрального метода (табл. 1) и аналогичные исследования при той же числовой апертуре для FDTD (табл. 2). Вертикальная составляющая – первое значение размера, горизонтальная – второе.

Хорошо заметно, что с увеличением числовой апертуры происходит уменьшение длины формируемого осевого отрезка. При этом в попечных плоскостях наблюдаемое уменьшение размеров центрального светового пятна сопро-

вождается вытягиванием светового пятна вдоль оси поляризации. В случае FDTD отмечается большее число боковых лепестков по сравнению с аналогом при интегральном методе. Такое перераспределение энергии вызвано дополнительными отражениями, вносимыми оптическим элементом, например, для случая $NA = 0,71$ (табл. 2) можно заметить формирование пятна, возникшее при отражении от рельефа аксиона.

На рис. 2 демонстрируется моделирование входного пучка вдоль оси распространения для рассматриваемых методов. L – граница рельефа аксиона, в интегральном методе – совпадает с началом распространения.

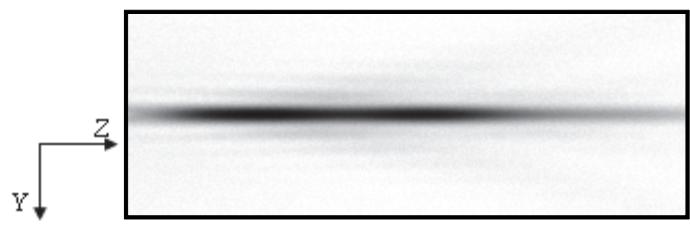
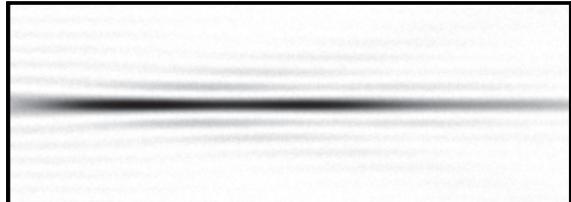
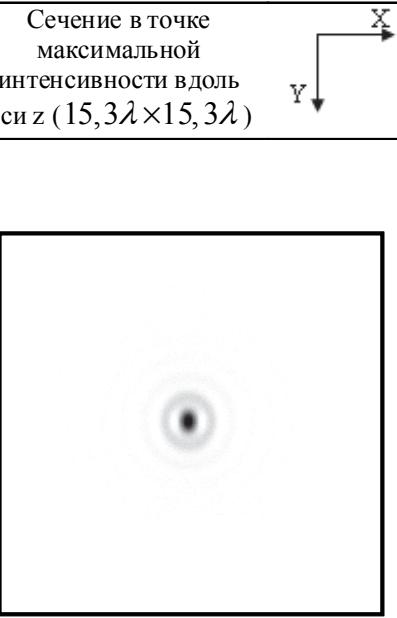
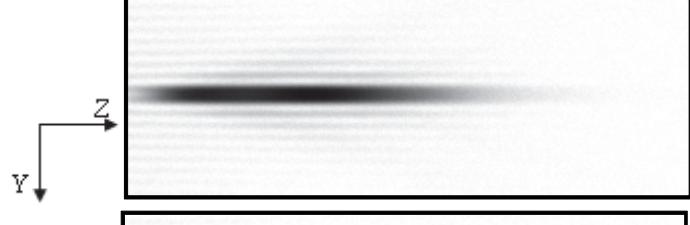
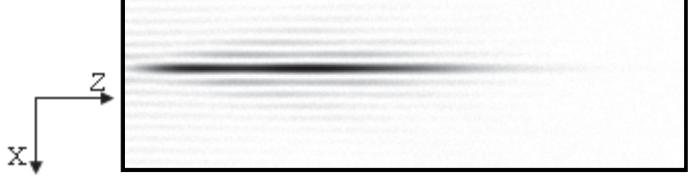
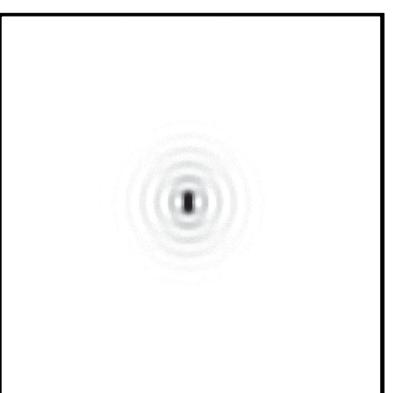
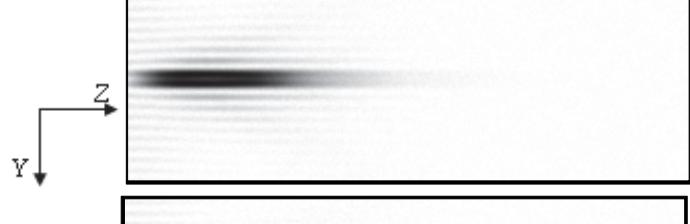
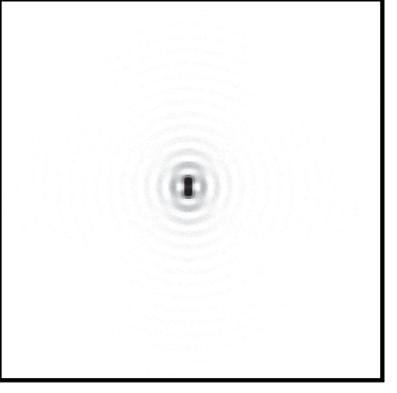
Следует отметить, что положение абсолютных максимумов общей интенсивности совпадают при увеличении числовой апертуры. При использовании метода FDTD наблюдается больше осевых осцилляций, а в случае интегрального метода – общая интенсивность имеет характер огибающей.

Покажем значения полуширины по полуспаду (FWHM) x и y компонент для обоих методов (табл. 3 и табл. 4, соответственно) и сравним со скалярным минимальным размером фокально-го пятна линзы, который далее будем называть “дифракционным пределом” для данной длины волны при соответствующей апертуре – $FWHM = 0,51\lambda/NA$. Будем следить за расстоянием от границы рельефа L до максимального значения интенсивности. Относительную степень преодоления дифракционного предела будем рассчитывать по следующей формуле:

$$p = \frac{NA \cdot FWHM}{0,51\lambda}. \quad (6)$$

Итак, каждый из методов предсказывает преодоление дифракционного предела вдоль оси, перпендикулярной оси поляризации. Нужно отметить, что наименьший размер пятна был получен в интегральном методе для $NA = 0,95$ ($FWHM_x = 0,3416\lambda$). Это несколько меньше

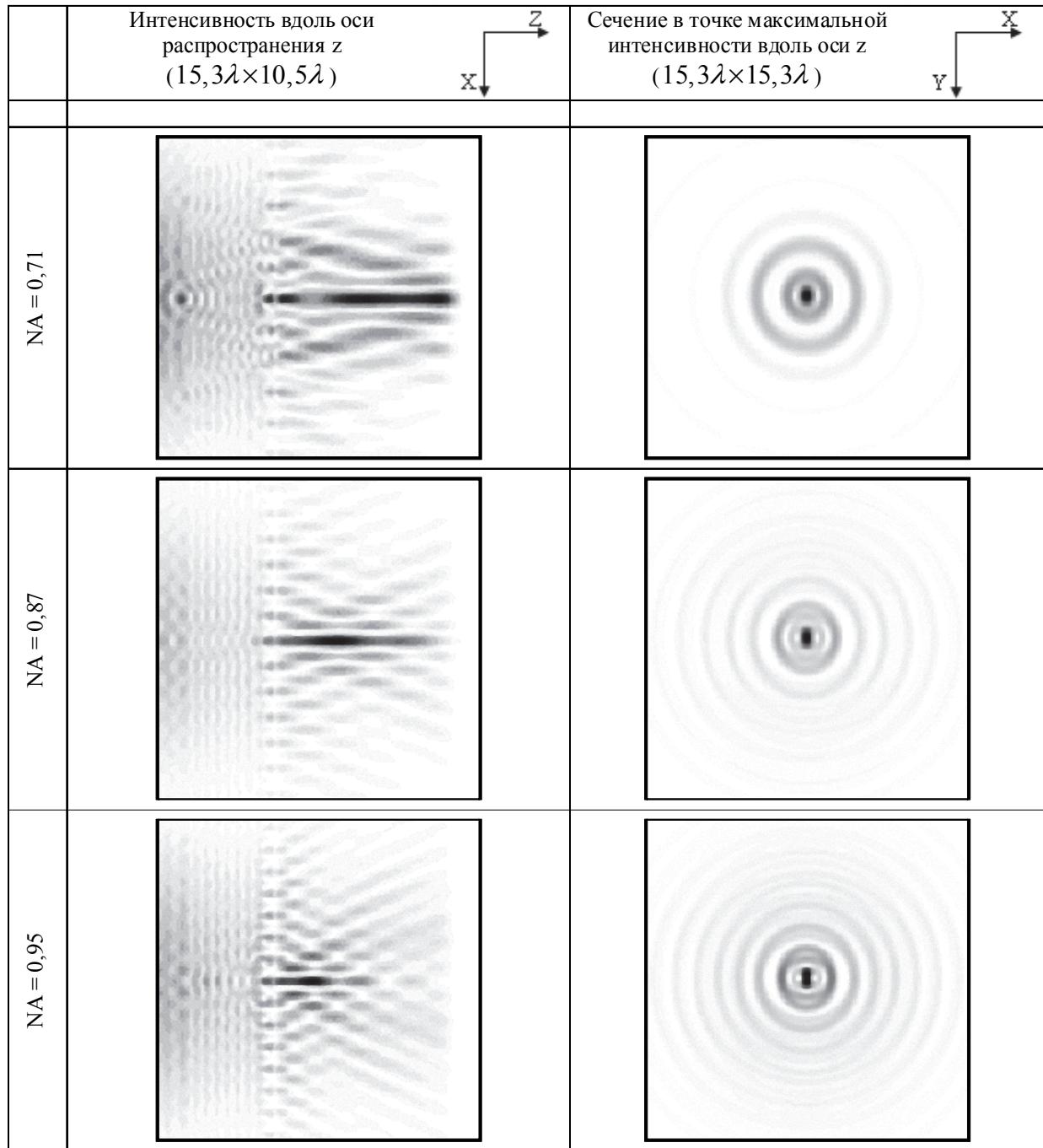
Таблица 1. Результаты расчета интегральным методом разложения по плоским волнам

	Интенсивность вдоль оси распространения z ($10\lambda \times 9,12\lambda$)	Сечение в точке максимальной интенсивности вдоль оси z ($15,3\lambda \times 15,3\lambda$)
NA = 0,71	 	
NA = 0,87	 	
NA = 0,95	 	

теоретической оценки (1), однако численные результаты согласуются с ранее полученными результатами для случая радиальной поляризации падающего на аксион пучка [6]. В этой работе демонстрируется FWHM = $0,32\lambda$. При использовании модели FDTD не достигается предсказанная скалярной теорией оценка для

аксикона (1), однако преодолевается “дифракционный предел” линзы.

FDTD показывает относительный выигрыш (p) в преодолении дифракционного предела для аксиона с NA = 0,71 – в соотношении было наилучшим среди других значений. При этом выигрыш для высокой числовой апертуры NA=0,95

Таблица 2. Результаты расчета методом конечных разностей во временной области

получается сопоставим. Заметим, что интегральный метод предсказывает монотонность “выигрыша” при увеличении числовой апертуры в отличие от метода FDTD (случай при $NA = 0,87$).

Также стоит отметить, что расстояние до максимальной интенсивности при использовании интегрального моделирования в общем случае значительно (в 2,17857 раза для $NA = 0,71$) ближе к аксиону. Исключение составляет числовая апертура $NA = 0,95$ расстояния практически одинаковы для обоих методов.

Отметим, что в приведенном выше сравнении не учитывалось, что в случае FDTD пучок света перед попаданием на рельеф аксиона свободно

распространяется на расстояние λ от источника, а также проходит через подложку (2λ) с определенным показателем преломления, что вносит изменения в начальное распределение пучка и, как следствие, на результаты дифракции.

Проведем дополнительные исследования по определению 3D размера светового пятна, т.е. объема пятна, “вокセル” (voxel = volume element, понятие часто используемое в сканирующей микроскопии [7]), который определим следующим образом:

$$V = FWHM_x \cdot FWHM_y \cdot FWHM_z. \quad (5)$$

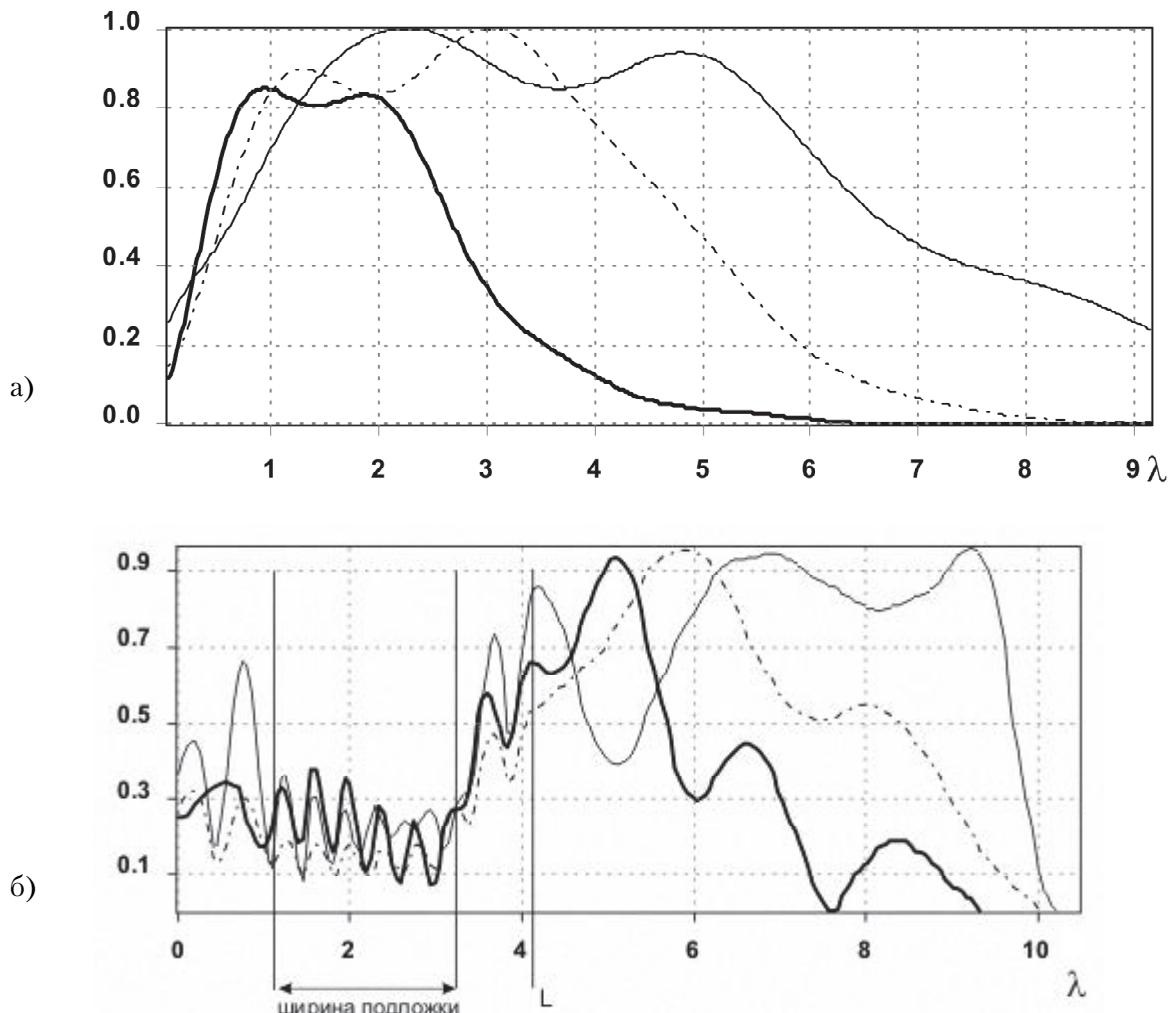


Рис. 2. Распространение волны. Показано при числовой апертуре:
 $NA = 0,71$ – тонкая линия; $NA = 0,87$ – штрих пунктир; $NA = 0,95$ – толстая линия.
 L – граница рельефа аксиона. (а) – FDTD, (б) – интегральный метод

Таблица 3. FWHM для компонент x и y интегрального метода

NA	Расстояние от L, λ	$FWHM_x, \lambda$	$FWHM_y, \lambda$	Значение предела, λ	p
0,71	2,3518	0,54279	0,73272	0,71831	0,755648
0,87	3,1081	0,39252	0,85993	0,586207	0,669593
0,95	1,049	0,3416	0,86998	0,536842	0,636314

Таблица 4. FWHM для компонент x и y метода FDTD

NA	Расстояние от L, λ	$FWHM_x, \lambda$	$FWHM_y, \lambda$	Значение предела, λ	p
0,71	5,1236	0,61692	0,91352	0,71831	0,85885
0,87	1,7401	0,52287	0,93905	0,586207	0,891953
0,95	0,9882	0,46209	0,97316	0,536842	0,860767

Приведем значения для вокселя в табл. 5-6 для интегрального метода и FDTD.

Из таблиц видно, что размер вокселя уменьшается с ростом NA, т.к. существенно уменьшается протяженность отрезка.

Если сравнивать с вокселем для линзы, стороны которого равны дифракционному пределу –

$V_{0,71} = 0,3706258$, $V_{0,87} = 0,20144338$, $V_{0,95} = 0,15471759$, то он намного меньше полученных, вследствие компактности пятна вдоль оптической оси. Хотя интегральный метод позволяет получить меньший воксель за счет меньшего размера поперечных компонент, но зато продольная компонента у него больше.

Таблица 5. Значение 3D размера (вокселя) для интегрального метода

NA	$FWHM_x, \lambda$	$FWHM_y, \lambda$	$FWHM_z, \lambda$	V
0,71	0,54279	0,73272	6,01799	2,39343339
0,87	0,39252	0,85993	4,31698	1,45715224
0,95	0,3416	0,86998	2,46723	0,73322416

Таблица 6. Значение 3D размера (вокселя) для FDTD

NA	$FWHM_x, \lambda$	$FWHM_y, \lambda$	$FWHM_z, \lambda$	V
0,71	0,61692	0,91352	4,43547	2,4997056
0,87	0,52287	0,93905	4,4799716	2,19965866
0,95	0,46209	0,97316	1,8430836	0,82882264

Таблица 7. Сравнение 2D размеров V_{xy} для FDTD и для интегрального метода

NA	V_{xy} для FDTD	V_{xy} для интегрального метода	V_{xy} для линзы
0,71	0,5635718	0,3977131	0,5159692
0,87	0,4909983	0,3375397	0,3436386
0,95	0,4496935	0,2971851	0,2881994

Часто для оценки 2D размера используют площадь по полуспаду FHA (full half area), однако мы будем рассматривать поперечный размер пятна как произведение 1D размеров вдоль осей Ох и Оу в λ^2 (обозначим как V_{xy}), что показано в табл. 7.

При использовании интегрального метода площадь фокального пятна получается заметно меньше, чем для линзы, только при $NA = 0,71$. При больших числовых апертурах V_{xy} для аксиона и линзы сопоставимы. При использовании FDTD предсказываемая площадь фокального пятна всегда получается больше, чем скалярный предел линзы.

2. ИССЛЕДОВАНИЯ ИЗМЕНЕНИЯ РАЗМЕРА ФОКАЛЬНОГО ПЯТНА В ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ТОЧКАХ ДЛЯ ВЫСОКОАПЕРТУРНОГО АКСИКОНА

Рассмотрим более детально случай использования аксиона с числовой апертурой $NA = 0,95$. Как хорошо видно на рис. 2, именно при данной

числовой апертуре, график интенсивности имеет наибольшее число экстремальных точек. Особое внимание было уделено плоскостям, имеющим на оптической оси экстремальные значения, для которых ожидается уменьшение размеров пятна (для минимумов) и наилучшая концентрация энергии в центральной части (для максимумов) [6].

На рис. 3 показана интенсивность на всем участке моделирования.

Будем обозначать точки минимумов и максимумов от Z_1 (находится внутри рельефа) до Z_8 – в порядке увеличения расстояния от рельефа аксиона (L).

Скалярный дифракционный предел для аксиона (1) с $NA = 0,95$ для рассматриваемой длины волны 532 нм равен $0,5368421 \lambda$. Приведем результат в табл. 9 (отсутствие значения означает слишком большой провал в центре).

Итак, нам удалось добиться преодоления дифракционного предела по компоненте х в ряде осевых максимумов и минимумов (для экстрем

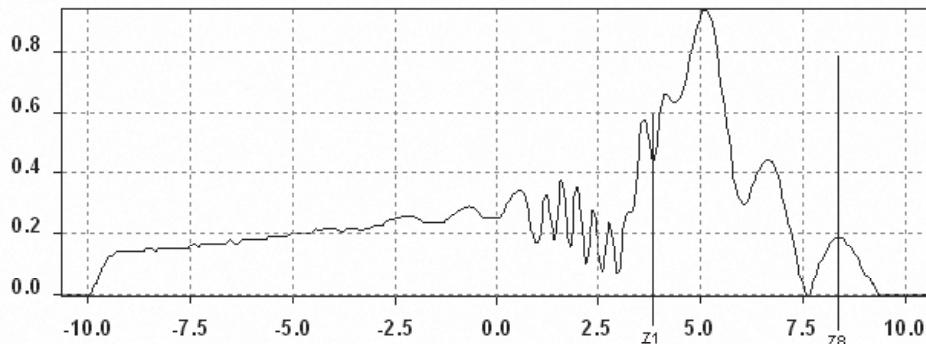
**Рис. 3.** График распространения волны при прохождении через аксион с $NA = 0,95$

Таблица 8. Интенсивность в плоскости ху в экстремальных точках

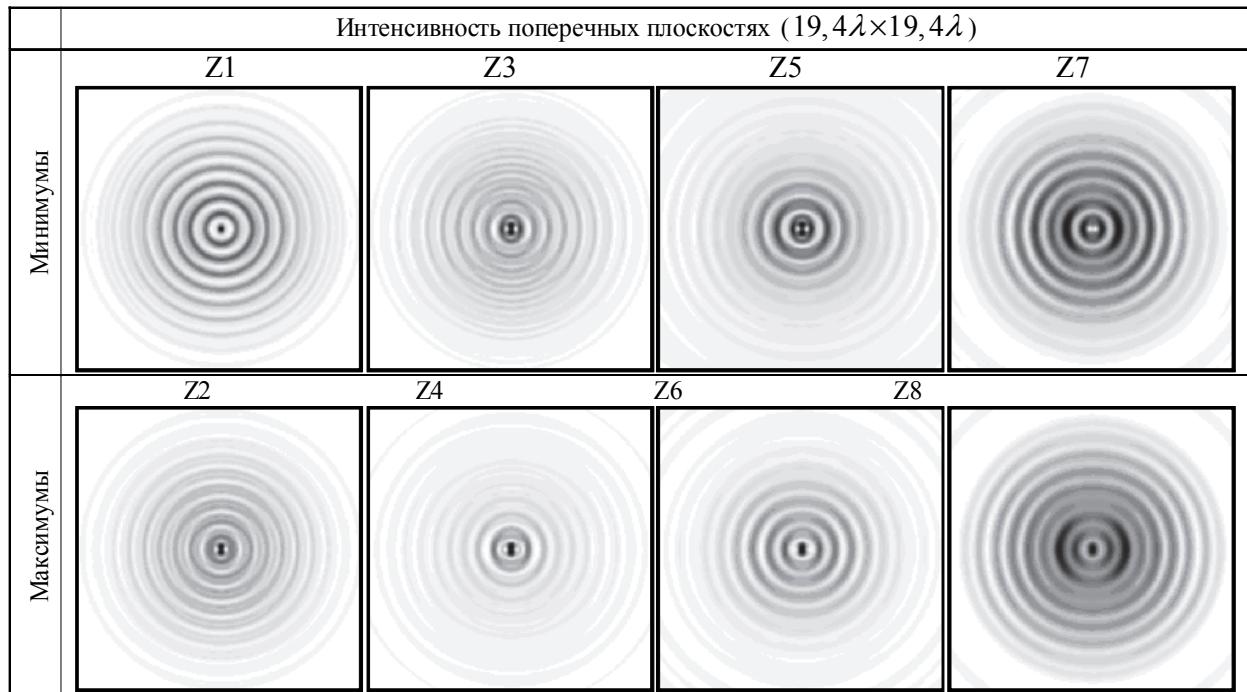


Таблица 9. FWHM в точках максимальной \ минимальной интенсивности

Название точки (max \ min)	Расстояние от L, λ	FWHM (-) (x), λ	FWHM () (y), λ
Z1 (min)	-0,252368522	0,4342888	0,5310389
Z2 (max)	0,048383478	0,4073425	-
Z3 (min)	0,236353478	0,4051555	-
Z4 (max)	0,988233478	0,46209586153	0,97316053964
Z5 (min)	1,993872978	0,4055798	-
Z6 (max)	2,567181478	0,5079685	0,9386
Z7 (min)	3,544625478	-	-
Z8 (max)	4,183723478	0,6920827	1,0320314

мумов Z2-Z6). Первый экстремум находится рядом с рельефом аксиона, на расстоянии, меньшим $0,05\lambda$ (максимум Z2). Стоит отметить, что наименьший результат был получен в минимуме Z3, который находится на расстоянии менее четверти длины волны от рельефа аксиона. В этой плоскости максимальное значение составляет $\sim 70\%$ от глобального максимума (Z4). Соответствующий результат был получен на расстоя-

нии $\sim 2\lambda$ также в минимуме Z5, находящемся сразу после глобального максимума, значение которого является наименьшим среди экстремумов Z2-Z5. На рис. 4-5 приведены графики соответствующих сечений вдоль оси Oх, т.е. перпендикулярно оси поляризации.

Как видно из рисунков, в случае Z4 наблюдается наилучшее соотношение первых боковых лепестков к центральному пику интенсивности, а

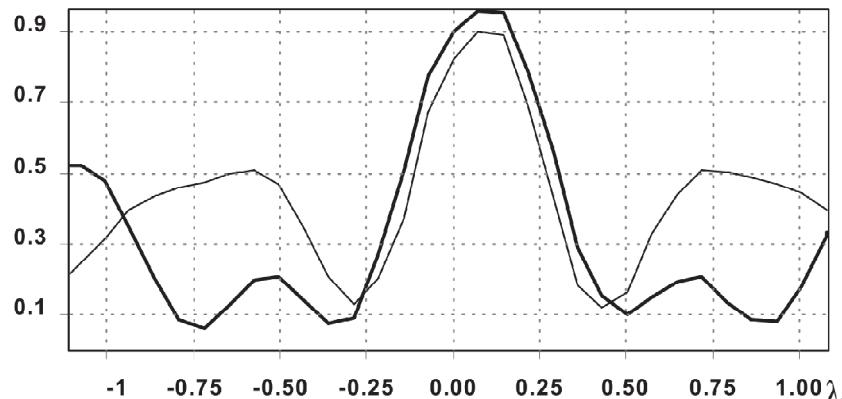


Рис. 4. График интенсивности в максимумах:

Z2 – тонкая линия ($z = 0,048383478$), Z4 – толстая линия ($z = 0,988233478 \lambda$)

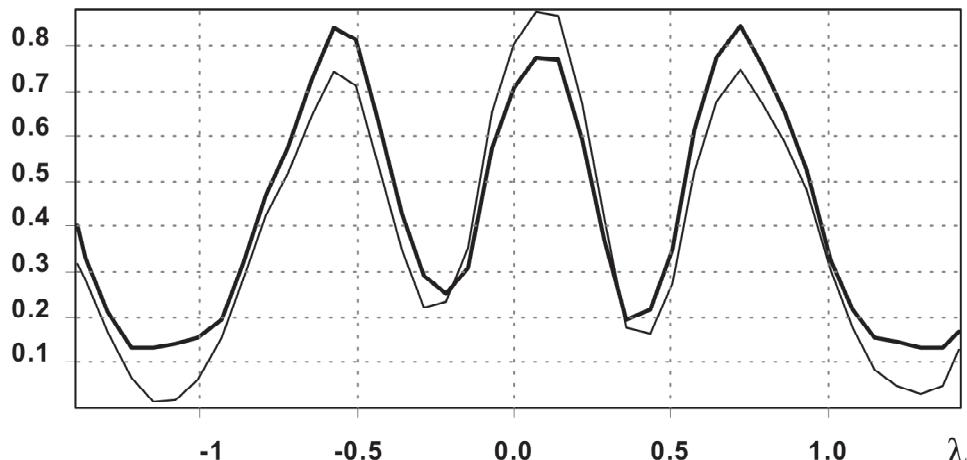


Рис. 5. График интенсивности в минимумах:
Z3 – тонкая линия ($z = 0,236353478$), Z5 – толстая линия ($z = 1,993872978$)

в случае минимумов (Z3,Z5) боковые лепестки с ним сопоставимы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе было проведено сравнение двух методов – интегрального метода на основе разложения по плоским волнам компонент электрического вектора и метода конечных разностей во временной области (FDTD). Последний метод является более точным, но и более трудоемким по количеству вычислительных операций. Тем не менее, он предпочтительнее для точного исследования дифракции на оптических элементах. Интегральный метод можно применять для исследований тонкого оптического элемента, он дает общую картину распространения пучка, однако чем больше подложка и рельеф оптического элемента, тем, соответственно, большие погрешности он будет давать.

Тем не менее, для значений числовой апертуры, близких к единице (предельной для воздуха) некоторые результаты показали достаточно высокую точность. Например, расхождение расстояния от границы рельефа аксиона до плоскости максимальной интенсивности для случая $NA = 0,95$ составило около 6%.

Наилучший результат в плане преодоления дифракционного предела был показан при $NA = 0,95$ и составил 1,57155 раза от «дифракционного предела» линзы при использовании интегрального метода. В абсолютном значении – $0,3416 \lambda$ данный результат несколько меньше теоретической оценки (1) для аксиона: $0,3789 \lambda$. Для метода FDTD наименьшим результатом в абсолютном значении для той же числовой апертуры является $FWHM = 0,4051555 \lambda$, что лучше результата линзы на 24,5%.

Сравнение объемных размеров фокального пятна аксиона и линзы показало, поперечное сужение фокального пятна для аксиона происходит в меньшей степени, чем его вытягивание вдоль оптической оси. Даже для предельных значений NA (когда существенно сокращается протяженность фокального отрезка) объемный размер светового пятна аксиона в несколько раз больше объема фокального пятна линзы.

Для числовой апертуры $NA = 0,95$ было проведено исследование экстремальных значений интенсивности, которое показало, что преодоление скалярного предела линзы (было получено $FWHM \sim 0,4 \lambda$) происходит на различных расстояниях от оптического элемента – вплоть до нескольких длин волн. Однако, как правило уменьшение размера центрального пятна сопровождается ростом боковых лепестков. В глобальном максимуме уровень боковых лепестков составил около 20% от центрального пика при этом вдоль направления, перпендикулярного оси поляризации размер центрального пятна $FWHM \sim 0,46 \lambda$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kalosha V.P., Golub I. Toward the subdiffraction focusing limit of optical superresolution // Opt. Lett. 2007. Vol. 32. P. 3540-3542.
2. Хонина С.Н., Волотовский С.Г. Фраксион – дифракционный оптический элемент с конической фокальной областью // Компьютерная оптика. 2009. Т. 33. № 4. С. 401-411.
3. Хонина С.Н. Формирование осевого отрезка с уменьшенным поперечным размером для линейной поляризации освещдающего пучка с помощью высокояпертурных бинарных аксионов, не обладающих осевой симметрией // Компьютерная оптика. 2010. Т. 34. № 4. С. 461-468.
4. Mansuripur M. Certain computational aspects of vector diffraction problems // J. Opt. Soc. Am. A. 1989. Vol. 6. № 5. P. 786-805.

5. Meep: A flexible free-software package for electromagnetic simulations by the FDTD method / *A.F. Oskooi, D. Roundy, M. Ibanescu, P. Bermel, J.D. Joannopoulos, S.G. Johnson* // Computer Physics Communications. 2010. Vol. 181. P. 687-702.
6. Sharp focus area of radially-polarized Gaussian beam propagation through an axicon / *V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, S.S. Stafeev* // Prog. In Electr. Res. C. 2008. Vol.5. P. 35-43.
7. *Liu W., Frank J.* Estimation of variance distribution in three-dimensional reconstruction. I. Theory // J. Opt. Soc. Am. A. 1995. Vol. 12. No. 12. P. 2615-2627.

COMPARISON OF SIMULATION DIFFRACTION LINEARLY POLARIZED GAUSSIAN BEAM BY A BINARY AXICON WITH A HIGH NUMERICAL APERTURE INTEGRAL AND DIFFERENCE METHOD

© 2012 D.A. Savelyev

Federal Budgetary Research Institution Image Processing Systems Institute of the RAS, Samara

A comparison of two algorithms for modeling the diffraction of an electromagnetic field on the axicon with a high numerical aperture in linear polarization of the illuminating beam. We compare the integral method based on the plane waves expansion and the method of finite difference in time domain – FDTD. The integral method, has shown the suitability for the detection of the major trends, which are then investigated more accurate by method FDTD. When using the computer package Meep for the calculation of FDTD has been investigated dynamic changes of the central spot size at high numerical aperture diffractive axicon.
Keywords: diffractive axicon, spot size of full width half maximum, FDTD, method of plane waves expansion.