

## ВЛИЯНИЕ ВЯЗКОСТНОЙ ДИССИПАЦИИ ВОДОРОДА И КИСЛОРОДА НА ТЕМПЕРАТУРНОЕ СОСТОЯНИЕ ПОРИСТОЙ ПЛАСТИНЫ

© 2012 П.Э. Калмыков<sup>1</sup>, Б.Е. Байгалиев<sup>1</sup>, А.Г. Тумаков<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Казанский Национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева

<sup>2</sup> ООО «Энергомаш (Волгодонск) – Атоммаш»

Поступила в редакцию 17.10.2012

Работа содержит использование дифференциального уравнения температурного поля пористой пластины (выведенного) с учётом нагрева скелета за счёт действия сил трения при проталкивании охладителя через пористую пластину. Температурное поле пористой пластины определяется при различных значениях пористости и для различных видов теплоносителей при граничных условиях третьего рода. Расчёт температурного поля пористой пластины с учётом диссипации осуществлён с помощью программ, составленных в Matlab. Представлены графики температурных полей пористой пластины толщиной 10мм с учётом диссипации для пористости  $\Pi=0,02; 0,05; 0,20$  и расхода  $G=1$  кг/с. Показано влияние пористости и вида теплоносителя на температурное поле пластины. Ключевые слова: пористая пластина, вязкостная диссипация, дифференциальное уравнение, температурное поле, охладитель, лопатки турбины, пористость, расход, программный комплекс.

### ВВЕДЕНИЕ

Разработка новых высокотемпературных ГТД с высоким кпд требует увеличения температуры продуктов сгорания. Решение данной задачи возможно с использованием пористых вставок, которые защищают лопатку от более высокой температуры продуктов сгорания. Однако при этом не учитывается диссипация энергии при течении газа через пористую вставку. При определенных условиях (пористость вставки, расход теплоносителя) теплоноситель может вместо охлаждения повысить температуру лопатки. В данной работе предлагается дифференциальное уравнение течения газа через пористую вставку с учётом вязкостной диссипации и программа решения уравнения в системе MatLab. Результаты решения данного уравнения показали, что при уменьшении пористости вставки до 0,02, а также, при неизменной пористости и увеличении расхода (от 1 до 5 кг/(м<sup>2</sup>с)), температура вставки повышается. При пористости вставки 0,20 влияние вязкостной диссипации отсутствует.

Учёт этих данных позволяет проектировать лопатки газовых турбин с более высокой температурой продуктов сгорания и, следовательно, повысить кпд ГТД.

Калмыков Павел Эдуардович, студент 4-го курса.

E-mail: pasha200591@rambler.ru

Байгалиев Борис Ергазович, доктор технических наук, профессор кафедры теоретических основ теплотехники.

E-mail: baigaliev@rambler.ru

Тумаков Алексей Григорьевич, ведущий инженер.

E-mail: alexey\_tumakov@Energomash.ru

### ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПОРИСТОЙ ПЛАСТИНЫ ПРИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ ТРЕТЬЕГО РОДА С УЧЕТОМ ВЯЗКОСТНОЙ ДИССИПАЦИИ

Рассмотрим температурное поле в пористой стенке при эффузионном охлаждении при граничных условиях третьего рода.

Предполагается [1, 2], что температура стенки равна или выше температуры охладителя. Учтем выделение тепла вследствие прокачки теплоносителя через пористую стенку и обозначим  $q_{тр}$ , тогда уравнение баланса тепла запишется в виде:

$$q_{x+dx} - q_x - dq_o + dq_{тр} = 0, \quad (1)$$

где:  $q_x = -\lambda(1 - \Pi) \left( \frac{dt}{dx} \right)_x$ ,

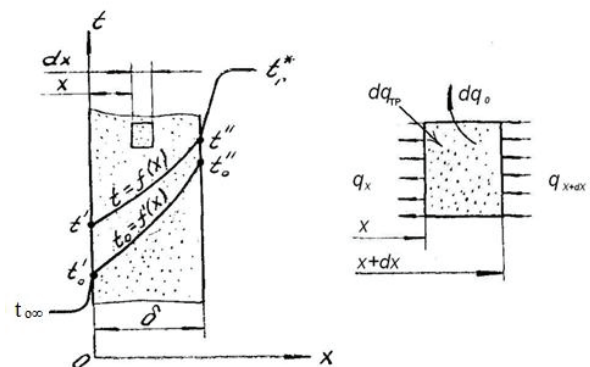


Рис. 1. Температурное поле в пористой стенке при граничных условиях третьего рода и с учетом выделения тепла за счет трения

$$q_{x+dx} = -\lambda(1-\Pi) \left( \frac{dt}{dx} \right)_{x+dx},$$

где:  $t = \frac{1}{B} \frac{dt_0}{dx} + t_0$

где  $\Pi$  – пористость пластины.

Используя разложение по формуле Тейлора, и ограничиваясь бесконечно малыми величинами первого порядка малости имеем:

$$q_{x+dx} = -\lambda(1-\Pi) \left( \frac{dt}{dx} \right)_{x+dx} = \lambda(1-\Pi) \left( \frac{dt}{dx} + \frac{d^2t}{dx^2} \right)_x,$$

$$dq_0 = \alpha_v(t-t_0)dx,$$

$$q_{тр} = -vdp = -\frac{dp}{\rho}.$$

Тогда (1) будет иметь вид:

$$-\lambda \frac{d^2t}{dx^2} + \alpha_0(t-t_0) + \frac{dp}{\rho dx} = 0. (2)$$

Используем уравнение течения газа через пористое тело:

$$\frac{dp}{dx} \gamma_{cp} = \alpha \mu_0 G_0 + \frac{\beta G_0^2}{g} = \frac{\alpha \mu_0 G_0}{g \rho_{cp}} + \frac{\beta G_0^2}{g^2 \rho_{cp}}. (3)$$

подставляя (3) в (2) находим:

$$\lambda(1-\Pi) \left( \frac{d^2t}{dx^2} \right) + \alpha_2(t-t_2) + \frac{\alpha \mu_0 G_0}{g \rho_{cp}} + \frac{\beta G_0^2}{g^2 \rho_{cp}} = 0. (4)$$

Учитывая уравнение энтальпий

$$dq_0 = G_0 C_{po} dt_0, (5)$$

где  $G_0$  – массовый расход охладителя,

$C_{po}$  – средняя по толщине стенки изобарная теплоемкость охладителя.

$$\frac{dt_0}{dx} = \frac{\alpha}{G_0 C_{po}}, (6)$$

$$\frac{d^2t}{dx^2} - A(t-t_2) = C, (7)$$

$$\frac{dt_2}{dx} - B(t-t_2), (8)$$

где  $A = \frac{\alpha_v}{\lambda \bar{\rho}}, B = \frac{\alpha_v}{c_{p_0} G_0},$

$$C = \frac{\alpha_0 \mu_0 G_0^2}{\lambda \bar{\rho} \rho_0^2} + \frac{\beta_0 G_0^3}{\lambda \bar{\rho} \rho_0^2 g}.$$

Преобразуем систему уравнений. Получаем уравнение вида:

$$\frac{d^3 t_0}{dx^3} + B \frac{d^2 t_0}{dx^2} - A \frac{dt_0}{dx} = BC, (9)$$

$$\bar{x} = \frac{x}{\delta}; \quad \bar{\Theta}_0 = \frac{t_0}{t_2^*}; \quad \bar{\Theta} = \frac{t-t_f}{t'-t_f};$$

$$\frac{dt_0}{dx} = \frac{t'-t_f}{\delta} \frac{d\bar{\Theta}_0}{d\bar{x}}, \quad \frac{d^2 t_0}{dx^2} = \frac{t'-t_f}{\delta^2} \frac{d^2 \bar{\Theta}_0}{d\bar{x}^2},$$

$$\frac{d^3 t_0}{dx^3} = \frac{t'-t_f}{\delta^3} \frac{d^3 \bar{\Theta}_0}{d\bar{x}^3}$$

$$\frac{d^3 \bar{\Theta}_0}{d\bar{x}^3} + B\delta \frac{d^2 \bar{\Theta}_0}{d\bar{x}^2} - A \frac{d\bar{\Theta}_0}{d\bar{x}} = BC \frac{\delta^3}{t'-t_f}, (10)$$

$$\bar{\Theta} = \frac{1}{B\delta} \frac{d\bar{\Theta}_0}{d\bar{x}} + \bar{\Theta}_0, (11)$$

$$\frac{d^3 \bar{\Theta}_0}{d\bar{x}^3} + \bar{B} \frac{d^2 \bar{\Theta}_0}{d\bar{x}^2} - \bar{A} \frac{d\bar{\Theta}_0}{d\bar{x}} = \bar{B}\bar{C}, (12)$$

где:  $\bar{A} = A\delta^2 = \frac{\alpha_v \delta^2}{\lambda \bar{\rho}}, \quad \bar{B} = B\delta = \frac{\alpha_v \delta}{c_{p_0} G_0},$

$$\bar{B}\bar{C} = BC \frac{\delta^3}{t'-t_f} = \frac{\alpha_0 \alpha_0 \mu_0 \delta^3 G_0}{c_{p_0} \lambda \bar{\rho} \rho_0^2 (t'-t_f)} + \frac{\alpha_v \beta_0 \delta^3 G_0^2}{c_{p_0} \lambda \bar{\rho} \rho_0^2 g (t'-t_f)}.$$

Решение уравнения (12):

$$\bar{\Theta}_0 = C_1 + C_2 e^{a_2 \bar{x}} + C_3 e^{a_3 \bar{x}} + \bar{\Theta}_{0чачст}, (13)$$

где:  $\bar{\Theta}_{0чачст} = a\bar{x}$

$$\text{Из } (\bar{\Theta}_{0чачст})' = a(\bar{\Theta}_{0чачст})'' = 0 \quad (\bar{\Theta}_{0чачст}) = 0$$

$$a = -\frac{\bar{B}\bar{C}}{\bar{A}} = -\frac{\alpha_v \mu_0 \delta G_0}{c_{p_0} \rho_0^2 (t'-t_f)} - \frac{\beta_0 \delta G_0^2}{c_{p_0} \rho_0^2 g (t'-t_f)}, (14)$$

$$\bar{\Theta}_0 = C_1 + C_2 e^{a_2 \bar{x}} + C_3 e^{a_3 \bar{x}} - \frac{\bar{B}\bar{C}}{A} \bar{x}. (15)$$

где:  $a_1, a_2, a_3$  – корни характеристического уравнения,

$$a^3 + k_1 a^2 + k_2 a = 0/ (16)$$

Из (16) непосредственно следует, что  $a_1 = 0,$

$$a_{2,3} = -\frac{k_1}{2} \pm \sqrt{\frac{k_1^2}{4} + k_2}, \quad a_{2,3} = -\frac{\alpha_v \delta}{c_{p0} G_0} \pm \sqrt{\left(\frac{\alpha_v \delta}{c_{p0} G_0}\right)^2 + \frac{\alpha_v \delta^2}{\lambda \bar{\rho}}}$$

$\Theta_{0\text{част}}$  – одно из частных решений.

Составим уравнение для определения постоянных интегрирования:  
при  $x=0$

$$\alpha_0 (C_1 + C_2 + C_3 - \Theta_\infty) = \lambda \frac{a_2 C_2 + a_3 C_3 - a}{\delta}$$

$$C_1 + C_2 \left(1 - \frac{\lambda r_2}{\alpha_0 \delta}\right) + C_3 \left(1 - \frac{\lambda r_3}{\alpha_0 \delta}\right) = \bar{\Theta}_\infty - \frac{\lambda a}{\delta}$$

при:  $x=1$

$$\alpha_r (\bar{\Theta}_r^* - \bar{\Theta}^*) = [\lambda_p (d \bar{\Theta} / dx)_{x=1}] / \delta,$$

$$C_1 + C_2 e^{a_2} (1 + \lambda_p r_2 / \alpha_r \delta) + C_3 e^{a_3} (1 + \lambda_p r_3 / \alpha_r \delta) = \bar{\Theta}_r^* - \lambda_p a / \delta$$

при:  $\bar{x}=0$

$$[(d^2 \bar{\Theta} / dx^2)_{x=0} - \alpha_v \delta^2 (\bar{\Theta}' - \bar{\Theta}_0'')] / \lambda_p = 0.$$

$$c_1 + c_2 \left(1 - \frac{\lambda_p a_2}{\alpha_v \delta^2}\right) + c_3 \left(1 - \frac{\lambda_p a_3}{\alpha_v \delta^2}\right) = \bar{\Theta}_{0\infty}$$

Запишем систему уравнений в виде, удобном для представления определителей:

$$C_1 + C_2(1 - b_0 a_2) + C_3(1 - b_0 a_3) = \bar{\Theta}_{000} - d,$$

$$C_1 + C_2(1 + b_r a_2) e^{r_2} + C_3(1 + b_r a_3) e^{r_3} = \bar{\Theta}_r - d,$$

$$C_1 + C_2(1 - b_v a_2^2) + C_3(1 - b_v a_3^2) = \bar{\Theta}_{000},$$

где:  $b_0 = \frac{\lambda_p}{\alpha_0 \delta}$ ;  $b_r = \frac{\lambda_p}{\alpha_r \delta}$ ;  $b_v = \frac{\lambda_p}{\alpha_v \delta^2}$ ;  $d = \frac{\lambda_p a}{\delta}$

Тогда определитель имеет вид:

$$\begin{vmatrix} 1 & (1 - b_0 a_2) & (1 - b_0 a_3) & \bar{\Theta}_{000} - d \\ 1 & (1 + b_r a_2) e^{r_2} & (1 + b_r a_3) e^{r_3} & \bar{\Theta}_r - d \\ 1 & (1 - b_v a_2^2) & (1 - b_v a_3^2) & \bar{\Theta}_{000} \end{vmatrix}$$

Постоянные интегрирования:

$$C_1 = \frac{\Delta C_1}{\Delta}, \quad C_2 = \frac{\Delta C_2}{\Delta}, \quad C_3 = \frac{\Delta C_3}{\Delta}, \quad \text{где:}$$

$$\bar{\Theta}_{0?} \quad (1 - b_0 a_2) \quad (1 - b_0 a_3)$$

$$\Delta C_1 = \bar{\Theta}_r^* \quad (1 + b_r a_2) e^{r_2} \quad (1 + b_r a_3) e^{r_3}$$

$$\bar{\Theta}_{0?} \quad (1 - \frac{a_2^2 b}{d}) \quad (1 - \frac{a_3^2 b}{d})$$

$$1 \quad \bar{\Theta}_{0?} \quad (1 - b_0 a_3)$$

$$\Delta C_2 = 1 \quad \bar{\Theta}_r^* \quad (1 + b_r a_3) e^{r_3}$$

$$1 \quad \bar{\Theta}_{0?} \quad (1 - \frac{a_3^2 b}{d})$$

$$1 \quad (1 - b_0 a_2) \quad \bar{\Theta}_{0?}$$

$$\Delta C_3 = 1 \quad (1 + b_r a_2) e^{r_2} \quad \bar{\Theta}_r^*$$

$$1 \quad (1 - \frac{a_2^2 b}{d}) \quad \bar{\Theta}_{0?}$$

$$1 \quad (1 - b_0 a_2) \quad (1 - b_0 a_3)$$

$$\Delta = 1 \quad (1 + b_r a_2) e^{r_2} \quad (1 + b_r a_3) e^{r_3}$$

$$1 \quad (1 - \frac{a_2^2 b}{d}) \quad (1 - \frac{a_3^2 b}{d})$$

$$b_0 = \frac{\lambda \bar{\rho}}{\alpha_0 \delta}, \quad b_r = \frac{\lambda \bar{\rho}}{\alpha_r \delta}, \quad b_v = \frac{\lambda \bar{\rho}}{\alpha_v \delta^2}, \quad d = 1 - \frac{\alpha_0}{g_0 c_{p0}}$$

Таким образом, получено уравнение, описывающее тепловое состояние пористой стенки, которое учитывает подогрев пористой стенки за счет трения теплоносителя о поверхность пористого тела. Показано, что возможны режимы течения теплоносителя, при которых его темпе-

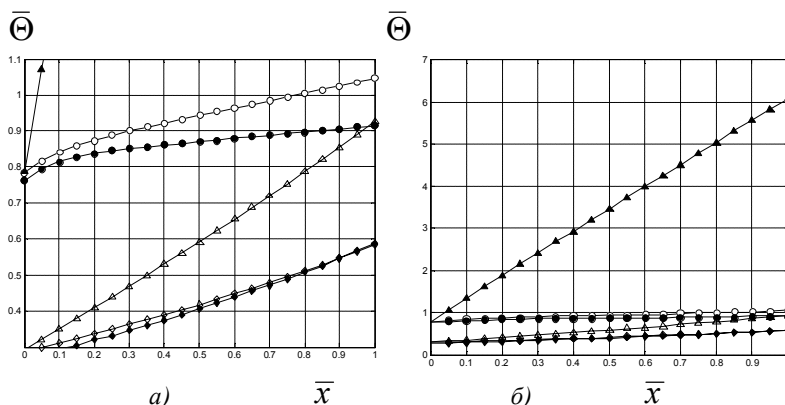


Рис. 2. Влияние пористости при  $G=1$ :

а) кислород – ● –  $\Pi=0.2$ ; ○ –  $\Pi=0.05$ ; водород – ◇ –  $\Pi=0.05$ ; ◆ –  $\Pi=0.20$ ; △ –  $\Pi=0.02$   
б) кислород – ● –  $\Pi=0.2$ ; ○ –  $\Pi=0.05$ ; ▲ –  $\Pi=0.02$  – водород – ◇ –  $\Pi=0.05$ ; ◆ –  $\Pi=0.20$ ; △ –  $\Pi=0.02$ .

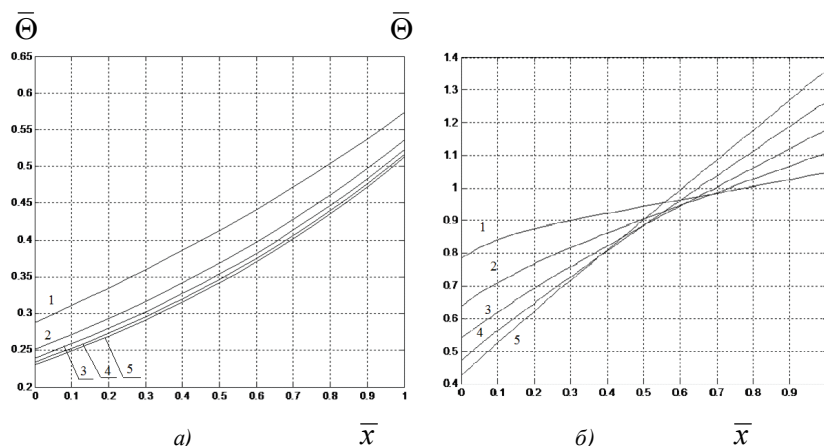


Рис. 3. Влияние расхода при  $\Pi=0,05$ :  
 а) водород; б) кислород “1 -  $G_0=1$  кг/(м<sup>2</sup>.с); 2-  $G_0=2$  кг/(м<sup>2</sup>.с);  
 3-  $G_0=3$  кг/(м<sup>2</sup>.с); 4-  $G_0=4$  кг/(м<sup>2</sup>.с); 5-  $G_0=5$  кг/(м<sup>2</sup>.с)

ратура может превышать температуру пористой стенки. Кроме того, что температура теплоносителя выше температуры пористой стенки, тепловой поток будет направлен в стороны пористой стенки, и тем самым температура пористой стенки будет возрастать.

С помощью программы, разработанной на языке MatLab, решена система уравнений (5). Рассматривался газ  $H_2$ ,  $O_2$ . Исходные данные для решения этой системы уравнения включают следующие величины:  $\lambda=121,4$  Вт/(м·К),  $\Pi=0,02; 0,05; 0,2$ ;  $\lambda_c = \lambda(1-\Pi)$ ;  $t''=600^\circ\text{C}$ ,  $C_{\text{ро водород}}=14300$  Дж/(кг·К);  $C_{\text{ро кислород}}=980$  Дж/(кг·К),  $G_0=(1, 2, 3, 4, 5)$  кг/(м<sup>2</sup>.с),  $\delta=0,01$  м;  $\alpha_0=10^4$  Вт/м<sup>2</sup>К;  $\alpha_r=10^4$  Вт/м<sup>2</sup>К;  $\alpha_v=10^6$  Вт/м<sup>3</sup>К.

Считаем, что эти величины постоянны и не зависят от температуры.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из полученных результатов видно, что при уменьшении пористости скелета увеличивается его температура. Средняя разница в температуре по всей длине пластины между  $\Pi=0.2$  и  $\Pi=0.05$  для кислорода 7,661%, а для водорода 3,176%.

При  $\Pi=0.02$  заметно резкое увеличение температуры скелета к его наружной поверхности, в отличие от  $\Pi=0.05$  составляет для кислорода в 6 раз, для водорода на 30%.

При увеличении расхода водорода температура водорода падает, а кислорода к поверхности пластины возрастает.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мухачев Г.А., Щукин В.К. Термодинамика и теплопередача. М. Высшая школа 1991. 472 с.
2. Байгалиев Б.Е. Температурное состояние пористой пластины с учётом вязкостной диссипации //Пятая Российская национальная конференция по теплообмену (РНКТ – 5). М.: Изд-во МГЭУ, 2010. Т. 7. С. 45-48.

### IMPACT VISCOUS DISSIPATION OF HYDROGEN AND OXYGEN ON THE TEMPERATURE OF THE POROUS INSERTS

© 2012 P.E. Kalmykov<sup>1</sup>, B.E. Baygaliev<sup>1</sup>, A.G. Tumakov<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Kazan State Technical University named after A.N. Tupolev

<sup>2</sup> LLC “Energomash (Volgodonsk) – Atomash”

The report includes the use of a differential equation of the temperature-field of a porous plate (taken with the heating of the skeleton due to the effect of friction at pushing coolant through a porous plate. Temperature field of the porous plate is determined for different values of porosity and for different types of heat transfer under the boundary conditions of the third kind. Temperature field of a porous plate with Dissipation performed using a program written in MatLab. The graphs of temperature fields of the porous plate 10 mm thick with Dissipation for porosity  $P = 0.02, 0.05, 0.20$ , and  $G =$  flow rate of 1 kg / s. Shows the effect of porosity and fluid type on the temperature field of the plate.

Keywords: porous plate, viscous dissipation, differential equation, the temperature field, cooler, turbine blades, porosity, flow, program complex.

Kalmykov Pavel Eduardovich, 4-th Year Student.

E-mail: pasha200591@rambler.ru

Baygaliev Boris Ergazovich, Doctor of Technical Scenes,

Professor. E-mail: baigaliev@rambler.ru

Tumakov Aleksey Grigoryevich, Lead Engineer.

E-mail: alexey\_tumakov@Energomash.ru