

## ОБРАБОТКА РАДИОИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКИХ ДАННЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПСЕВДООБРАТНОЙ МАТРИЦЫ

© 2012 Т.Е. Родионова, В.В. Саленок

Ульяновский государственный технический университет

Поступила в редакцию 02.11.2012

Представлены материалы исследования по анализу данных большой размерности, формируемых при радиоинтерферометрических наблюдениях. Рассматривается применение псевдообратной матрицы для оценивания радиоинтерферометрических данных. Сравнение общих оценок параметров модели, полученных различными методами обработки.

Ключевые слова: радиоинтерферометрия, сверхдлинные базы, псевдообратная матрица, множественная регрессия.

### ВВЕДЕНИЕ

Система констант астродинамических теорий составляет численную основу редукционных и других видов вычислений, поэтому важное значение имеет непрерывное улучшение и уточнение постоянных, их соответствие современному уровню наблюдений и математическим алгоритмам обработки. В настоящее время приходится констатировать, что точность применяемых математических моделей и вычислительных схем оценивания их параметров значительно уступают точности наблюдений.

Среди современных типов высокоточных астрономических наблюдений можно выделить радиоинтерферометрию со сверхдлинными базами (РСДБ - наблюдения). РСДБ-наблюдения позволяют с высокой точностью определять все типы параметров вращения Земли (ПВЗ): координаты полюса, Всемирное время (UT1) и поправки к углам нутации [2].

В моделях дифференциальных поправок, применяемых для вычисления астродинамических констант, данные о факторах и отклике имеют разный физический смысл и разные физические размерности. Это вызывает вычислительные неудобства, поскольку приходится работать как с очень большими, так и с очень маленькими числами, что неизбежно влечет за собой вычислительные ошибки [1].

При практическом применении компьютерной техники не только для анализа, но также для моделирования процессов и оценки его параметров на передний план выходит проблема не аппаратного обеспечения процесса, а проблема создания

функционального, многоцелевого, удобного инструмента для обработки данных, проведения расчетов, построения моделей и работы с ними.

### ОПИСАНИЕ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

Для апробации предлагаемого метода использовались радиоинтерферометрические наблюдения внегалактических источников (квазаров). Коэффициенты условных уравнений подготовлены профессором В.Е.Жаровым (ГАИШ МГУ)[4].

При проведении астрометрических РСДБ-наблюдений в сеансе участвуют от 3 до 10 антенн. В среднем один сеанс длится одни сутки. За это время на каждой станции выполняется 100 - 200 наблюдений 10 – 20 радиоисточников.

В настоящее время для уточнения астрономических постоянных наиболее эффективным является метод дифференциальных поправок, рассчитанный на применение современной вычислительной техники и позволяющий использовать всю совокупность наблюдений данного небесного тела. Уравнения дифференциальных поправок получаются в результате разложения разностей наблюдаемых и вычисленных значений в ряд Тейлора до производных первого порядка по поправкам к постоянным теории. Членами порядка выше первого пренебрегают. Эти уравнения называют условными.

Условные уравнения наблюдений получают следующим образом. Предполагают, что известна детерминированная модель явления или процесса  $\mathbf{Z}_c = F(\mathbf{X}, \vec{\alpha})$ , и считают, что постоянные параметры  $\vec{\alpha}$  этой модели требуют уточнения по наблюдениям. При этом вводят два допущения. Считается, что разности, получаемые при сравнении вычисленного по принятым параметрам теории значения  $\mathbf{Z}_c$  и наблюдаемого  $\mathbf{Z}_o$  (после учета всех факторов, искажающих наблю-

---

*Родионова Татьяна Евгеньевна, кандидат технических наук доцент кафедры «Прикладная математика и информатика». E-mail: t.rodionova@ulstu.ru*  
*Саленок Вячеслав Владимирович, аспирант кафедры «Прикладная математика и информатика». E-mail: slava\_vendenta@mail.ru*

дения) обусловлены неточностью принятых значений постоянных. Кроме того предполагается, что разности  $Z_o - Z_c = o - c = \Delta Z$  достаточно малы.

Допущения позволяют представить разности  $(o - c)$  в виде разложения в ряд Тейлора до производных первого порядка по поправкам  $\Delta_j$  к постоянным теории  $\bar{\alpha}_c$ .

Таким образом, для каждого наблюдения получают линейные относительно  $\Delta_j$  уравнения вида

$$(o - c) = \sum_{j=1}^{p-1} \Delta_j x_j(\alpha_c) + \varepsilon, \quad (1)$$

где  $x_j(\alpha_c) = \frac{\partial z}{\partial \Delta_j}$ .

Вводя обозначения при  $i = \overline{1, n}$   $y_i = (o - c)_i$ ,  $\beta_j = \Delta_j$  и в случае необходимости член  $\beta_o$ , получим выражение

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_{p-1} x_{i,p-1} + \varepsilon_i; \quad i = \overline{1, n} \quad (2)$$

или в матричном виде

$$Y = X\beta + \varepsilon. \quad (3)$$

Основной проблемой при анализе таких данных является их объём, который составляет от 200000 до 600000 измерений, и, следовательно, для решения поставленной задачи требуется особый подход по уменьшению времени их обработки. Каждый файл РСДБ-наблюдений сопровождается также уравнениями связи, которые определяют равенство нулю параллельного переноса земной системы координат и поворота земной и небесной систем координат, а также ограничения, накладываемые на векторы баз (база – система двух радиотелескопов).

### ОЦЕНИВАНИЕ РАДИОИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКИХ ДАННЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПСЕВДООБРАТНОЙ МАТРИЦЫ

Рассмотрим уравнения (3):

$$Y = X\beta + \varepsilon,$$

где  $\beta$  – матрица преобразования, описывающая связь наблюдаемых величин ( $Y$ ) с оцениваемыми параметрами ( $X$ )

Оценка для  $X$ , минимизирующая квадрат ошибки, записывается следующим образом:

$$X = (\beta^T \cdot R_v^{-1} \cdot \beta)^{-1} \cdot \beta^T \cdot R_v^{-1} \cdot Z, \quad (4)$$

где  $R_v$  – ковариационно-дисперсионная матрица ошибок (помех).

Так как помеха не коррелирована, то в этом случае  $R_v$  – просто единичная матрица и урав-

нение для оценки сводится к обычному МНК:

$$X = (\beta^T \cdot \beta)^{-1} \cdot \beta^T \cdot Z. \quad (5)$$

Выражение  $(\beta^T \cdot \beta)^{-1} \cdot \beta^T$  является псевдообратной матрицей к  $\beta$  [3], уравнение (5) запишем в следующем виде:

$$X = \beta^+ \cdot Y, \quad (6)$$

где  $\beta^+$  – псевдообратная матрица  $\beta$ .

В терминах метода наименьших квадратов – это наилучшее приближение к настоящему решению.

### РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ И ИХ АНАЛИЗ

Предварительная обработка радиоинтерферометрических данных произведена методом множественной регрессии. Была получена модель, содержащая оценки 6 значимых параметров из 469 возможных [4]. Выполнено исследование матрицы корреляций и остатков модели для проверки выполнения предположений РА-МНК.

По итогам исследований был сделан вывод о нарушении предположений, налицо присутствие эффекта мультиколлинеарности и нарушение нормального закона распределения вектора ошибок из-за наличия выбросов в модели.

Для адаптации к выявленным нарушениям была применена псевдообратная матрица. Данный прием позволил получить оценки всех 469 параметров модели.

Для сравнения были рассмотрены оценки параметров модели, полученные различными методами обработки. Табл. 1 содержит сравнительные значения только тех параметров, которые вошли в модель, полученную методом множественной регрессии. Из таблицы видно, что оценки значимых параметров МР-модели практически совпадают со значениями полученными с помощью псевдообратной матрицы. Следует отметить, что значения внутренних мер качества рассматриваемых моделей практически одинаковы.

**Таблица 1.** Сравнительные оценки параметров модели, полученные разными методами оценивания для радиоинтерферометрических данных

№	МР	ПМ
16	-8,1883E-04	-6,1438E-04
17	-5,2373E-04	-6,8373E-04
18	-9,4756E-04	-9,5564E-04
19	-2,5781E-04	-6,6427E-04
20	-9,8181E-04	-9,0125E-04
191	7,8550E-13	-1,1841E-12

**Таблица 2.** Стандартные ошибки оценок некоторых параметров модели, полученных разными методами оценивания

№	МР	ПМ
16	2,356543E-04	1,114400E-04
17	1,782360E-04	8,297900E-05
18	1,517923E-04	8,972600E-05
19	1,613498E-04	8,955000E-05
20	1,868140E-04	1,085300E-04
191	7,595383E-13	6,371600E-13

Рассмотрим теперь соотношение стандартных ошибок приведенных оценок, полученных разными методами оценивания (табл. 2).

Анализируя приведенные значения оценок параметров, можно сделать вывод, что наилучшими можно признать оценки, полученные с использованием псевдообратной матрицы.

Основная задача при обработке наблюдений – определение максимального числа поправок  $\beta_j$  в модели с наивысшей точностью. Метод множе-

ственной регрессии (МР) позволяет получить оценки всех параметров модели, но при наличии эффекта мультиколлинеарности приводит к их искажению. По итогам проведенных вычислительных экспериментов можно сделать вывод об эффективности применения псевдообратной матрицы для обработки радиоинтерферометрических наблюдений в сравнении с результатами, получаемыми стандартными методами.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Валеев С.Г.* Регрессионное моделирование при обработке наблюдений. М.: Наука, 1991. 272 с. (2-е издание: Регрессионное моделирование при обработке данных. Казань: ФЭН, 2001. 296 с.)
2. *Грачев В.П.* Методические особенности РСДБ наблюдений космических аппаратов и навигационных ИСЗ // Труды ИПА РАН. Вып.1. Астрометрия и геодинамика. СПб.: ИПА РАН, 1997. С.184-197.
3. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука, 1967. С.32-41.
4. *Родионова Т.Е. С.Г. Валеев В.Е. Жаров.* Вычислительные эксперименты по обработке РСДБ-наблюдений // Известия Вузов. Серия: Геодезия и аэрофотосъемка. 2008. №2. С.94-101.

#### PROCESSING THE RADIOINTERFEROMETRIC DATA USING THE PSEUDOINVERSE

© 2012 Т.Е. Rodionova, V.V. Salenok

Ulianovsk State Technical University

The materials research on large-scale data analysis generated by radiointerferometric observations. The application of the pseudoinverse matrix for estimating radiointerferometric data. Comparison of general estimates of the model parameters obtained by different processing methods.

Keywords: radiointerferometry, extra base, pseudoinverse, multiple regression.

*Rodionova Tatiana, Candidate of Technics, Associate Professor at the Applied Mathematics and Computer Science Department. E-mail: t.rodionova@ulstu.ru*  
*Vyacheslav Salenok, post graduate student at the Applied Mathematics and Computer Science Department. E-mail: slava\_vendenta@mail.ru*