УДК 629.78 : 681.51

УСТОЙЧИВОСТЬ И НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПРИ ПЕРЕЗАКРУТКЕ УПРУГОГО СПУТНИКА СЛАБЫМИ ВНУТРЕННИМИ МОМЕНТАМИ

© 2012 Е.И. Сомов

Самарский государственный технический университет
Самарский научный центр РАН

Поступила в редакцию 05.10.2012

Рассматриваются нелинейные процессы при перезакрутке спутника для совмещения вектора кинетического момента корпуса по оси его наибольшего момента инерции с произвольно заданным ортом в инерциальной системе координат. При этом используются слабые внутренние управляющие моменты, формируемые силовым гироскопическим комплексом с ограниченными ресурсами. Для реализации такой перезакрутки синтезируется нелинейный закон управления, который обеспечивает асимптотическую устойчивость требуемого движения спутника. Эффективность предложенного подхода подтверждается результатами компьютерной имитации.

Ключевые слова: космический аппарат, гиросиловое управление ориентацией, перезакрутка

ВВЕДЕНИЕ

Современные спутники с 15-летним сроком активного существования для высокоточной коррекции их орбитального движения оснащаются двигательной установкой на основе плазменных реактивных двигателей (РД), которые имеют высокий удельный импульс и большое энергопотребление.

При проектировании малых спутников (массой от 500 до 1000 кг, например спутников связи на базе платформы "Экспресс-1000" ИСС им. акад. М.Ф. Решетнева, рис. 1) рационально применять только плазменные РД во всех режимах управления как поступательным, так и вращательным движением космического аппарата (КА). В данной проблеме имеются такие ограничения [1]: при групповом выводе малых спутников в процессе отделения их от ракеты-носителя каждый КА может обладать вектором начальной угловой скорости произвольного направления с модулем до 20 $\circ/c$, при таком вращении КА электроэнергия, требуемая для его бортового оборудования, обеспечивается панелями солнечных батарей (СБ) или химическими аккумуляторами, причем энергия, генерируемая фотоэлементами панелей СБ, зависит от угла между нормалью к их активной поверхности и направлением на Солнце; плазменные РД обладают малыми значениями тяги (несколько грамм) и, следовательно, способны создавать только малые управляющие моменты, что обуславливает длительное время, необходимое для успокоения КА; плазменные РД могут использоваться на борту КА только после некоторого временного интервала T_a их технологической подготовки для активизации, который в зависимости от типа плазменных РД может составлять от нескольких часов до нескольких суток после отделения; строгие требования, предъявляемые к массе системе управления движением (СУД) малого спутника, приводят тому, что доступный кинетический момент (КМ) бортового силового гироскопического комплекса (СГК) на основе реактивных маховиков (РМ) либо гиродинов (ГД) является существенно меньшим, чем значение КМ корпуса спутника в момент его отделения.

Сомов Евгений Иванович, кандидат технических наук, доцент, старший научный сотрудник, начальник отдела "Наведения, навигации и управления движением" НИИ Проблем надежности механических систем СамГТУ, ведущий научный сотрудник отдела "Динамика и управление движением" СамНЦ РАН. E-mail: e_somov@mail.ru

Проблема состоит в обеспечении такого движения КА после его отделения, при котором удовлетворяются энергетические условия работоспособности СУД без использования плазменных РД, и далее после временного интервала T_a активизации плазменные РД способны завершить успокоение КА и установить его ориентацию относительно направления на Солнце. Предлагаемый подход к решению этой проблемы основывается на двух принципиальных положениях:

- плазменные РД применяются как для управления ориентацией КА и разгрузки СГК от накопленного КМ, так и управления орбитальным движением центра масс КА – решения задачи коррекции его орбитального движения;
- в начальном режиме движения КА сразу же после его отделения применяется только мало-массовый СГК, имеющий малые ресурсы по доступному КМ, без включения плазменных РД в контур управления.

В момент времени отделения t_0 вектор КМ корпуса КА $\mathbf{K}_0 \equiv \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}(t_0) = \mathbf{G}_0$ имеет произволь-

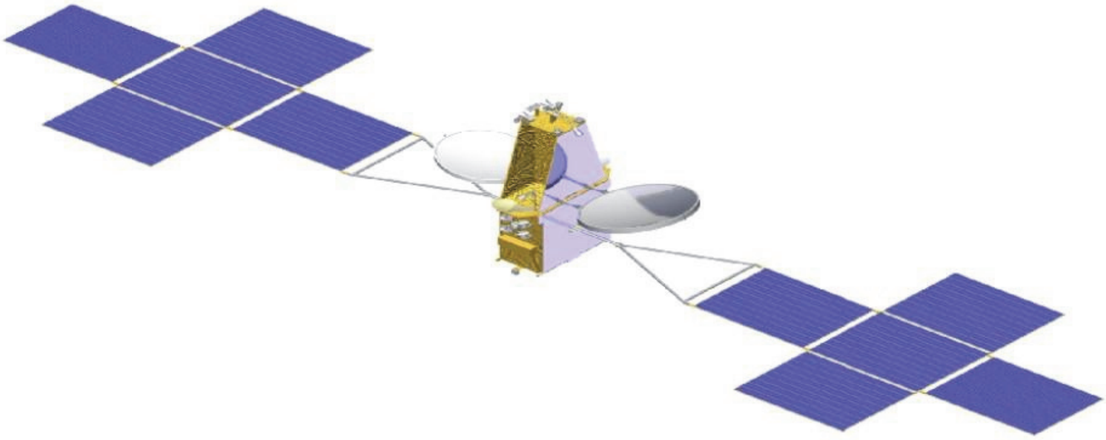

Рис. 1. Малый спутник связи на основе платформы “Экспресс-1000”

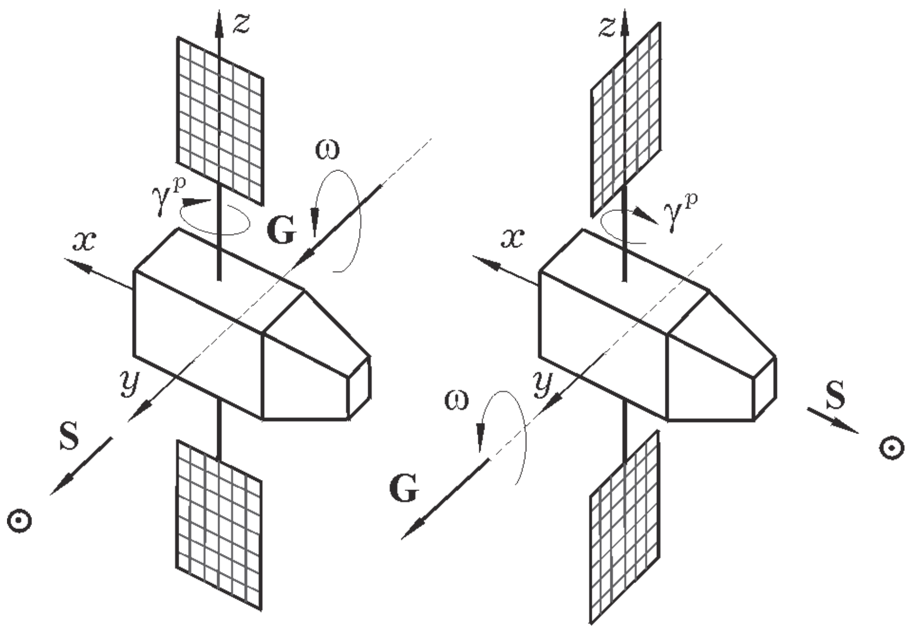

Рис. 2. Расположения КА относительно Солнца

ное направление, поэтому главная задача состоит в совмещении этого вектора с осью Oy максимального момента инерции корпуса КА, использую при этом только СГК, имеющего малые ресурсы по размерам областей вариации векторов его кинетического $\mathbf{H}(t)$ и управляющего $\mathbf{M}(t)$ моментов. Существенно нелинейные динамические процессы возникают при перемещении вектора $\mathbf{G}(t)=\mathbf{J}\omega(t)+\mathbf{H}(t)$ суммарного КМ механической системы относительно связанной с корпусом КА системы координат (ССК) $Oxyz$. При этом на борту КА включается датчик Солнца, с помощью которого определяется направление на Солнце в ССК, и, при необходимости, панели СБ разворачиваются на некоторый угол γ^p, где $0 \le \gamma^p \le 270^\circ$. В результате предлагаемой перезакрутки корпуса КА вектор его угловой скорости будет направлен по оси Oy ССК, которая перпендикулярна оси вращения панелей СБ.

В предельных случаях в зависимости от начальных положений вектора $\mathbf{G}$ и орта $\mathbf{S}$ направления на Солнце, панели СБ будут освещаться Солнцем либо непрерывно, когда векторы $\mathbf{G}$ и $\mathbf{S}$ совмещены, либо периодически, кода эти векторы перпендикулярны, см. рис. 2. На этом этапе миссии спутника СГК формирует *внутренние* управляющие моменты и плазменные РД не используются. На следующем этапе начальных режимов СУД плазменные РД включаются и создают *внешние* управляющие моменты для успокоения спутника.

Современное состояние теоретических аспектов рассматриваемой проблемы подробно представлено в предыдущих работах [2 – 3]. В данной статье намеренно рассматриваются только принципиальные аспекты синтеза нелинейного закона управления для совмещения оси Oy ССК с вектором КМ спутника при отсутствии всех внешних возмущающих моментов. Решение данной весьма непростой задачи теоретической механики и теории управления движением основывается на строгом доказательстве устойчивости требуемого вращения КА. Полученные результаты компьютерной имитации нелинейных колебаний при перезакрутке упругого КА, которые затухают на завершающем этапе этого процесса, подтверждают эффективность предложенного закона управления КА только внутренними моментами, реализуемыми СГК.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Модель динамики КА как свободного твердого тела (ТТ) с одной закрепленной точкой и некоторым СГК имеет известный вид

$$\dot{\mathbf{K}} + \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{G} = \mathbf{M} \equiv -\dot{\mathbf{H}};\ \mathbf{K}=\mathbf{J}\boldsymbol{\omega};\ \mathbf{G}=\mathbf{K}+\mathbf{H}. \quad (1)$$

Здесь векторы-столбцы $\mathbf{G}$, $\mathbf{K}$ и $\mathbf{H}$ соответствующих КМ представлены в ССК и для простоты предполагается, что в ССК $Oxyz$ тензор инерции корпуса КА вместе с неподвижным СГК является диагональным, т.е.

$$\mathbf{J} = \mathrm{diag}\{J_x, J_y, J_z\}.$$

Рассматриваются СГК двух типов – на основе 4 РМ по схеме *GE* и на основе 4 гиродинов по схеме *2-SPE*, представленных в приборной канонической системе координат на рис. 3 и рис. 4, соответственно.

Форма выпуклых областей допустимой вариации вектора КМ таких СГК определяется углами γ^{w} и γ^{g} соответственно, а их требуемое расположение достигается положением приборной системы координат в ССК. При наличии ограничений на модуль КМ и управляющий момент каждого РМ

$$|\,\mathrm{h}_p(t)| \le h^m;\ |\,\mathrm{M}_p(t)| \le M^m,\ \ p = 1 \div 4, \quad (2)$$

либо ограничений на модуль угловой скорости поворота каждого ГД относительно оси его подвеса

$$|\,\dot{\beta}_p(t)| \le u^m,\ \ p = 1 \div 4, \quad (3)$$

векторы кинетического и управляющего моментов СГК будут ограничены.

Простейшая модель динамики КА как свободного упругого тела с СГК при стандартных обозначениях представляется в векторно-матричном виде

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J} & \mathbf{D}_q \\ \mathbf{D}_q^t & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}} \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} - \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{G} \\ -(\delta/\pi)\boldsymbol{\Omega}\dot{\mathbf{q}} - \boldsymbol{\Omega}^2\mathbf{q} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где вектор КМ $\mathbf{G} = \mathbf{K} + \mathbf{H} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}}$ и диагональная матрица $\boldsymbol{\Omega}$ составлена из собственных парциальных частот упругих колебаний конструкции КА.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть в начальный момент t_0 вектор КМ СГК $\mathbf{H}(t_0) = \mathbf{0}$. Модуль вектора КМ корпуса КА в начальный момент времени t_0 предполагается ограниченным заданной постоянной, т.е. $\|\mathbf{K}_0\| \le k_0^*$, где $k_0^* > 0$, но направление этого вектора является произвольным. Поэтому в момент времени $t = t_0$ вектор КМ всей рассматриваемой механической системы $\mathbf{G}_0 = \mathbf{K}_0$ при условии $\|\mathbf{G}_0\| \equiv g_0 \le g_o^* = k_0^*$. Инерционные параметры спутника считаются известными и предполагается возможность измерения векторов $\boldsymbol{\omega}(t)$ и $\mathbf{H}(t)$. Введем фиксированный в ССК орт $\mathbf{f} = \mathbf{e}_y = \{0,1,0\}$, который направлен по оси Oy максимального момента инерции корпуса КА, либо противоположен ему, тогда орт $\mathbf{f} = -\mathbf{e}_y = \{0,-1,0\}$. Задача состоит в синтезе

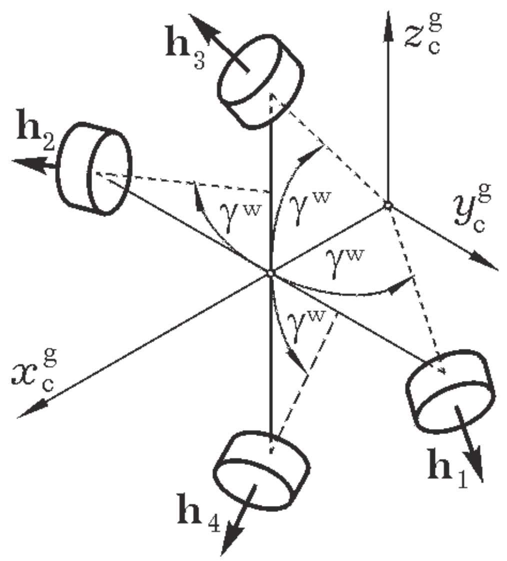

Рис. 3. Схема СГК на основе РМ

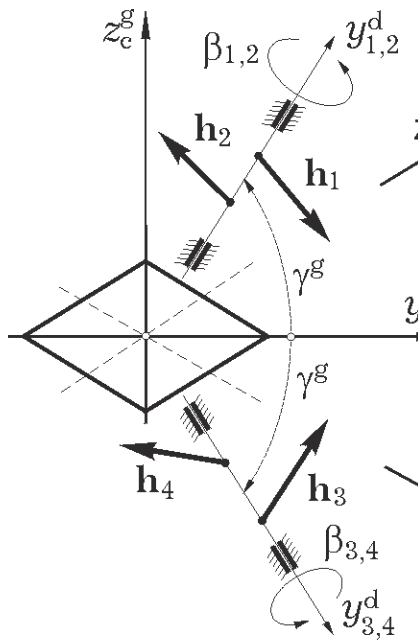

Рис. 4. Схема СГК на основе ГД

закона управления СГК $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{H})$, который обеспечивает выполнение условий

$$\mathbf{K}_f = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_f;\ \boldsymbol{\omega}_f = \omega_f \mathbf{f};\ \mathbf{H}_f = \mathrm{H}_f \mathbf{f}, \qquad (5)$$

с заданной точностью в некоторый момент времени $t = T_f$, где $\mathbf{K}_f = \mathbf{K}(T_f)$; $\boldsymbol{\omega}_f = \boldsymbol{\omega}_f(T_f)$; $\mathbf{H}_f = \mathbf{H}(T_f)$ и $\mathrm{H}_f = \mathrm{H}(T_f)$, в частности $\mathrm{H}_f = 0$. В последнем случае, учитывая равенство $J_y\omega_f + \mathrm{H}_f = g_o$, получаем соотношение $\omega_f = g_o / J_y$.

После решения этой принципиальной проблемы должна быть решена задача распределения вектора управляющего момента СГК $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{H})$ с избыточным числом РМ либо ГД между этими электромеханическими исполнительными органами. Решение такой задачи опубликовано в [3] и поэтому в силу ограниченности объёма статьи здесь не приводится.

СИНТЕЗ НЕЛИНЕЙНОГО ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ

В соответствии с классическими законами теоретической механики при отсутствии внешних моментов вектор суммарного КМ $\mathbf{G}(t) = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}(t) + \mathbf{H}(t)$ рассматриваемой механической системы неподвижен в инерциальной системе координат (ИСК), но кинетическая энергия вращательного движения ТТ может изменяться внутренними моментами [4]. Орт $\mathbf{g}(t) \equiv \{g_i(t)\} \equiv \mathbf{G}(t)/g_0$ указанного вектора КМ также неподвижен в ИСК, но в ССК этот орт перемещается в соответствии с уравнением

$$\dot{\mathbf{g}}(t) = -\boldsymbol{\omega}(t) \times \mathbf{g}(t). \qquad (6)$$

Пусть в процессе вращательного движения КА по измерениям векторов $\boldsymbol{\omega}(t)$ и $\mathbf{H}(t)$ в ССК вычисляются следующие функции:

- значение орта $\mathbf{g}(t) = \mathbf{G}(t)/g_0$ суммарного КМ механической системы;
- значение вектора $\boldsymbol{\xi}(t) = \mathbf{g}(t) \times \mathbf{f}$;
- значение орта $\mathbf{e}_\xi(t) = \boldsymbol{\xi}(t)/\|\boldsymbol{\xi}(t)\|$ при $\|\boldsymbol{\xi}(t)\| = S_\varphi(t) \equiv \sin\varphi(t) \geq \varepsilon_1 = \mathrm{const} > 0$;
- косинус угла $\varphi(t)$ между ортами $\mathbf{g}(t)$ и $\mathbf{f}$, т.е $C_\varphi(t) \equiv \cos\varphi(t) = \langle \mathbf{g}(t), \mathbf{f} \rangle$.

Будем также считать, что в момент времени t_0 вычисляется фиксированный индикатор $a_f = \mathrm{Sgn}\, C_\varphi(t_0)$ направления орта $\mathbf{f}$ в ССК, где функция $\mathrm{Sgn}\, x$ определяется так: $\mathrm{Sgn}\, x = 1$ при $x \geq 0$ и $\mathrm{Sgn}\, x = -1$ при $x < 0$. В результате орт $\mathbf{f}$ в ССК вычисляется по соотношению $\mathbf{f} = a_f \mathbf{e}_y$. В ССК векторное рассогласование $\boldsymbol{\eta}(t)$ между действительным и требуемым положениями вектора угловой скорости КА представляется в виде

$$\boldsymbol{\eta}(t) \equiv \delta\boldsymbol{\omega}(t) = \boldsymbol{\omega}(t) - \omega_f \mathbf{f}. \qquad (7)$$

При обозначении $\boldsymbol{\varsigma}(t) = \mathbf{g}(t) - \mathbf{f}$ в качестве меры близости ортов $\mathbf{g}(t)$ и $\mathbf{f}$ принимается скалярная функция

$$\mathrm{v}_p(t) \equiv \mathrm{v}_p(\boldsymbol{\varsigma}(t)) = \boldsymbol{\varsigma}^2(t)/2 = 1 - \langle \mathbf{g}(t), \mathbf{f} \rangle >> 0. \quad (8)$$

Эта функция принимает положительные значения при всех $\mathbf{g}(t) \neq \mathbf{f}$ и обращается в нуль только при совпадении указанных ортов. При отмеченном выше выборе орта $\mathbf{f}$ в виде $\mathbf{f} = a_f \mathbf{e}_y = a_f\{0,1,0\}$ мы всегда имеем $v_p(t_0) \leq 1$. Учитывая стандартные векторные тождества $\langle \mathbf{a}, (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \rangle \equiv \langle \mathbf{b}, (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) \rangle \equiv \langle \mathbf{c}, (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \rangle$ и соотношение для локальных производных векторов в ССК $\dot{\boldsymbol{\varsigma}}(t) = \dot{\mathbf{g}}(t) = -\boldsymbol{\omega}(t) \times \mathbf{g}(t)$ в силу (6) и неподвижности орта $\mathbf{f}$ в ССК, а также выражения $\boldsymbol{\omega}(t) = \boldsymbol{\eta}(t) + \omega_f \mathbf{f}$ из определения (7), производная функции $v_p(t)$ (8) получается в виде

$$\dot{\mathrm{v}}_p(t) = \langle \boldsymbol{\varsigma}(t), \dot{\boldsymbol{\varsigma}}(t) \rangle = \langle \boldsymbol{\xi}(t), \boldsymbol{\eta}(t) \rangle. \qquad (9)$$

Векторы $\boldsymbol{\xi}(t)$ и $\boldsymbol{\varsigma}(t)$, характеризующие близость ортов $\mathbf{g}(t)$ и $\mathbf{f}$, связаны между собой такими важными тождествами:

$$\boldsymbol{\xi}^2 \equiv \boldsymbol{\varsigma}^2(1 - \boldsymbol{\varsigma}^2/4);\ \boldsymbol{\varsigma}^2 \equiv 2\boldsymbol{\xi}^2/(1 + (1 - \boldsymbol{\xi}^2)^{1/2}), \quad (10)$$

причем вектор $\boldsymbol{\xi}(t)$ изменяется в ССК в соответствии с векторным уравнением

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}(t) = \boldsymbol{\eta}(t) - \boldsymbol{\phi}; \qquad \boldsymbol{\phi} \equiv \mathbf{g}\langle \mathbf{f}, \boldsymbol{\eta} \rangle - \boldsymbol{\eta}\langle \mathbf{f}, \boldsymbol{\varsigma} \rangle, \quad (11)$$

где использовано векторное тождество $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b}\langle \mathbf{a}, \mathbf{c} \rangle - \mathbf{c}\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$.

Учитывая, что в ССК $\dot{\boldsymbol{\eta}}(t) = \dot{\boldsymbol{\omega}}(t)$ согласно (7), и соотношения

$$\mathbf{G}(t) = g_0\mathbf{g} = g_0\mathbf{f} + g_0(\mathbf{g} - \mathbf{f}) = \mathbf{K}_f + \mathbf{H}_f + g_0\boldsymbol{\varsigma};$$
$$\boldsymbol{\nu} \equiv \mathbf{J}\boldsymbol{\eta} - g_0\boldsymbol{\varsigma} = -(\mathbf{H} - \mathbf{H}_f); \quad \dot{\boldsymbol{\nu}} = \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{G},$$

уравнение (1) представляется в простейшей форме

$$\dot{\boldsymbol{\nu}}(t) = \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\eta}}(t) - g_0\dot{\boldsymbol{\varsigma}}(t) = \mathbf{M} = -\dot{\mathbf{H}}. \qquad (12)$$

Определенно положительная скалярная функция $\mathrm{v}_e = \boldsymbol{\nu}^2/(2j_h) = (\mathbf{H} - \mathbf{H}_f)^2/(2j_h)$ характеризует кинетическую энергию СГК в его движении относительно требуемого положения равновесия в ССК, где постоянная величина j_h представляет инерционные свойства СГК. Требуемое движение ТТ $\mathbf{O}_\eta \equiv \{\boldsymbol{\xi} = \mathbf{0}; \boldsymbol{\eta} = \mathbf{0}\}$ представляется также в виде $\mathbf{O}_\nu \equiv \{\boldsymbol{\xi} = \mathbf{0}; \boldsymbol{\nu} = \mathbf{0}\}$ в силу тождеств (10).

Введем обозначение $\boldsymbol{\rho}^2 = \boldsymbol{\xi}^2 + \boldsymbol{\eta}^2$ и рассмотрим сначала случай движения ТТ в малой области $\mathbf{O} \equiv \{\|\boldsymbol{\xi}\| < \varepsilon_1\} \cap \{\|\boldsymbol{\rho}\| < \varepsilon_\rho\}$, когда не проявляются ограничения на вектор $\mathbf{M} = -\dot{\mathbf{H}}$. Для определения структуры закона формирования вектора управляющего момента СГК $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{H})$ введем функцию Ляпунова

$$\mathrm{V}(\boldsymbol{\varsigma}, \boldsymbol{\eta}) = ab\,\mathrm{v}_p(\boldsymbol{\varsigma}) + (a/j_h)\langle \boldsymbol{\nu}, \mathbf{P}\boldsymbol{\xi} \rangle + \mathrm{v}_e(\boldsymbol{\nu}), \quad (13)$$

где матрица $\mathbf{P}$ является определенно положительной и $a > 0$, $b > 0$ – постоянные параметры. С учетом тождеств (10) при большом значении параметра b функция (13) является определенно положительной в отношении векторных переменных $\boldsymbol{\varsigma}$ ($\boldsymbol{\xi}$) и $\boldsymbol{\eta}$. Её производная с учетом (9) и (12) имеет вид

$$\dot{\mathrm{V}} = ab\langle \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta} \rangle + [\langle \mathbf{M}, \boldsymbol{\mu} \rangle + \langle \boldsymbol{\nu}, \mathbf{P}\dot{\boldsymbol{\xi}} \rangle]/j_h, \qquad (14)$$

где вектор $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\nu} + a\mathbf{P}\boldsymbol{\xi}$. В области $\mathbf{O}$ закон управления СГК принимается в виде

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_\xi \equiv -q\,j_h\mathbf{D}\boldsymbol{\mu} = -m[\boldsymbol{\xi} + k\mathbf{D}\boldsymbol{\nu}] \quad (15)$$

с параметрами $q > 0$, $m = q\, j_h\, a > 0$, $k = 1/a > 0$ и определенно положительной матрицей $\mathbf{D} = \mathbf{P}^{-1}$.

Теорема. *Для требуемого движения* $\mathbf{O}_\eta$ *модели механической системы (11), (12) с законом управления (15) гарантируется свойство экспоненциальной устойчивости*

$$\rho(t) \le \rho(t_0)\beta\exp(-\alpha(t-t_0)),\quad \alpha > 0,\quad \beta > 0 \quad (16)$$

для произвольного вектора начальных условий $\{\xi(t_0), \eta(t_0)\} \in \mathbf{O}_0 \subset \mathbf{O}$ *при выборе достаточно большого параметра* $q(g_0) > 0$.

Доказательство. Производная (14) функции (13) с учетом соотношения (15) представляется в виде

$$\dot{\mathrm{V}} = -qa^2\langle \xi, \mathbf{P}\xi\rangle + a\,(b\langle\xi,\eta\rangle - 2q\,\langle\xi, \mathbf{J}\eta\rangle) - \\ - q\langle \nu, \mathbf{D}\nu\rangle + (a/j_h)\langle\nu, \mathbf{P}(\eta - \phi)\rangle \quad (17)$$

где вектор $\nu = \mathbf{J}\eta - g_0\varsigma$ и векторная функция ϕ определена в (11). Учитывая представление $\langle \nu, \mathbf{D}\nu\rangle = \langle \mathbf{DJ}\eta, \mathbf{J}\eta\rangle - 2g_0\langle \mathbf{DJ}\eta, \varsigma\rangle + g_0^2\langle \mathbf{D}\varsigma, \varsigma\rangle$ и аналогичные представления других членов в соотношении (17), а также тождеств (10), с применением общеизвестной леммы Шура можно убедиться в справедливости мажорирования $\dot{\mathrm{V}} \le -\mathrm{W}(\xi,\eta)$, где скалярная функция $\mathrm{W}(\xi,\eta)$ определенно положительна в отношении векторных переменных ξ и η при больших значениях положительных параметров b и q, зависящих от модуля g_0 вектора $\mathbf{G}$ КМ системы. По аналогии с подходом Е.Я. Смирнова [5] доказывается, что $\mathrm{W}(t) \equiv \mathrm{W}(\xi(t), \eta(t)) \Rightarrow 0$ и функция $\mathrm{V}(t)$ монотонно уменьшается. Оценка (16) выводится с помощью мажорирования функций V и W квадратичными формами ($a_1\rho^2 \le \mathrm{V} \le a_2\rho^2, a_1 > 0$; $b_1\rho^2 \le \mathrm{W} \le b_2\rho^2, b_1 > 0$) с получением параметров $\alpha = b_1/(2a_2)$ и $\beta = (a_2/a_1)^{1/2}$. ◊

Благодаря тождеству $\nu \equiv \mathbf{J}\eta - g_0\varsigma = -(\mathbf{H} - \mathbf{H}_f)$ закон управления (15) представляется в очень простом виде $\mathbf{M} = \mathbf{M}_\xi \equiv -m[\xi(t) - k\mathbf{D}(\mathbf{H} - \mathbf{H}_f)]$ для вектора состояния системы из малой окрестности требуемого движения ТТ $\mathbf{O}_\eta$. Вне этой окрестности такой закон управления неэффективен в силу наличия многообразий стационарных движений гиростата [6], которые существуют при условиях $\mathbf{M}_\xi = \mathbf{J}\dot{\eta} - g_0\dot{\varsigma} \equiv \mathbf{0}$, $\mathbf{J}\eta - g_0\varsigma = \mathbf{c}$ и $a\mathbf{P}\xi = -\mathbf{c}$, когда постоянный вектор $\mathbf{c} \ne \mathbf{0}$. Поэтому необходимо применять другие простые законы управления для наискорейшей перезакрутки КА, без “застревания” его движения на всех таких многообразиях, отличных от требуемого движения $\mathbf{O}_\eta$, и с учетом ограниченности вектора управляющего момента $\mathbf{M} = -\dot{\mathbf{H}}$ СГК. При обозначениях

$$\mathbf{M}_\xi^r = -m[\mathbf{e}_\xi(t)\,\mathrm{Sgn}C_\varphi(t) - k\mathbf{D}(\mathbf{H}(t) - \mathbf{H}_f)],$$
$$\mathbf{M}^r = -M^*\{\mathrm{Sgn}\, g_i(t), i = x,y,z\},$$

где $M^* > 0$ является большим постоянным параметром, разработанный простой закон управления СГК релейно-непрерывного типа имеет вид

$$\mathbf{M} = \begin{cases} \mathbf{M}_\xi & \|\xi\| < \varepsilon_1; \\ \mathbf{M}_\xi^r & \varepsilon_1 \le \|\xi\| \le \varepsilon_2; \\ \mathbf{M}^r & \|\xi\| > \varepsilon_2, \end{cases} \quad (18)$$

где, например, параметры $\varepsilon_1 = 0.1$ (угол $\varphi = 6^\circ$) и $\varepsilon_2 = 0.5$ (угол $\varphi = 30^\circ$).

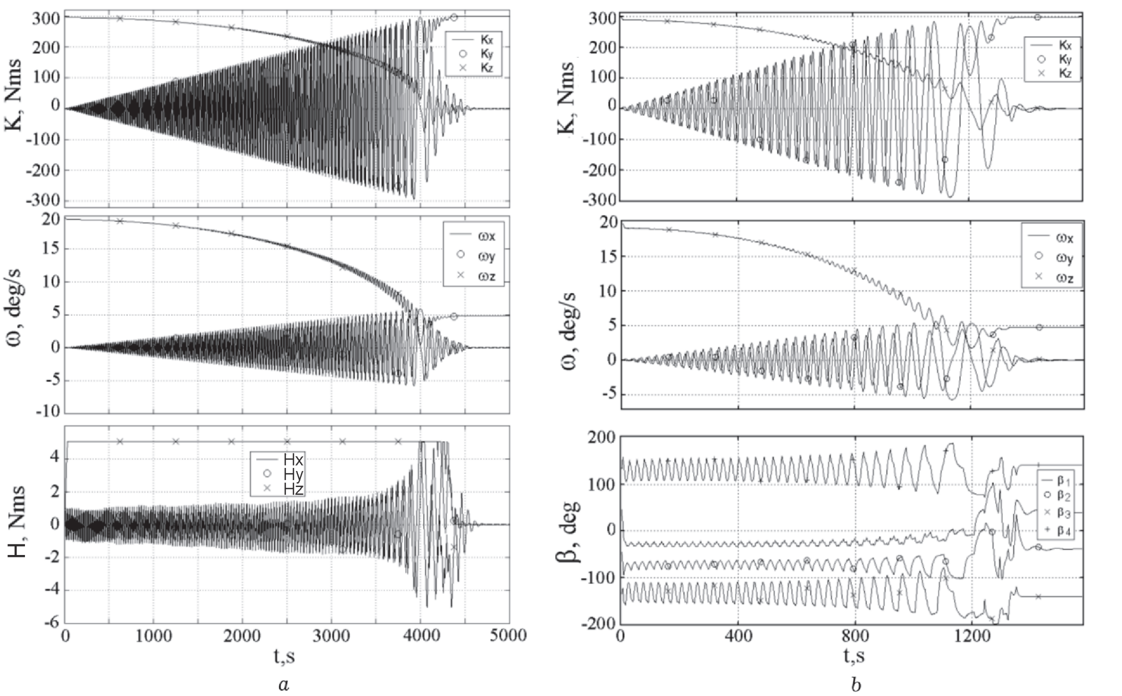

Рис. 5. Перезакрутка КА как ТТ: *a* – с помощью 3 РМ, *b* – с помощью 4 ГД

РЕЗУЛЬТАТЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ ИМИТАЦИИ

С применением закона управления (18) выполнена тщательная имитация движения КА при его перезакрутке, при этом были приняты значения диагональных элементов тензора инерции ТТ $J_x = 2900, J_y = 3600, J_z = 670\, kg\mathrm{m}^2$ [2] и следующие условия: в начальный момент времени t_0 вектор КМ механической системы $\mathbf{G}_0 = \mathbf{K}_0$ с модулем $\|\mathbf{G}_0\| = g_0 = 300$ Hms направлен по орту $\mathbf{f} = \{0,0,1\}$ в ССК, т.е. в ССК $\mathbf{g}(t_0) = \{0,0,1\}$; требуемое положение орта $\mathbf{g}(T_\mathrm{f})$ в ССК задано значением $\mathbf{g}(T_\mathrm{f}) = \{0,1,0\}$, т.е. в ИСК ось вращения спутника нужно развернуть на угол 90°. Здесь для простоты и ясности были исследованы две простейшие схемы СГК:

1) классическая схема СГК на основе 3 РМ, $M^m = 0.15\,\mathrm{Hm}$ и $h^m = 5\,\mathrm{Hms}$;

2) каноническая схема СГК на основе 4 ГД,

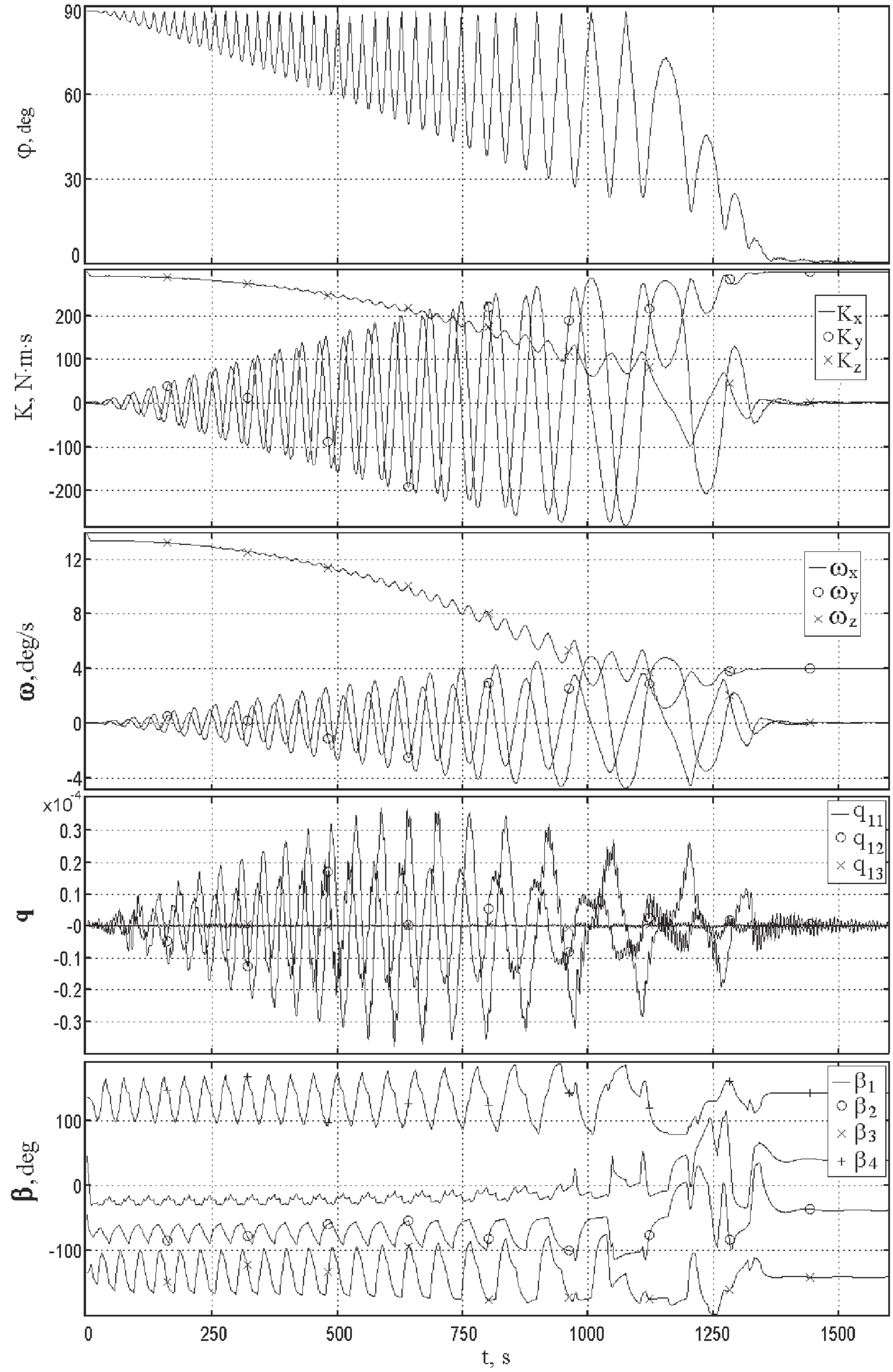

Рис. 6. Перезакрутка упругого КА с помощью СГК на основе 4 гиродинов

$\gamma^g = \pi/4$; $h_g = 7.5$ Hms и $u^m = 10^\circ/s$.

Рис. 5 и рис. 6 представляют полученные результаты по динамике указанной перезакрутки КА как твердого и упругого тела, соответственно. На этих рисунках четко виден асимптотический характер стремления переменных состояния КА и СГК к требуемым значениям при завершении перезакрутки.

При практической реализации предложенного подхода необходимо учитывать, что в общем случае для обеспечения освещенности панелей СБ Солнцем угол γ^p установки их относительно корпуса КА может быть произвольным, следовательно тензор инерции спутника в ССК не будет диагональным. Поэтому при формировании вектора управления СГК необходимо выполнять основные расчеты в главных центральных осях инерции текущей конфигурации конструкции КА с соответствующим пересчетом вектора управления на конкретные исполнительные органы СГК, оси которых зафиксированы в ССК.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены принципиальные аспекты нелинейных процессов при перезакрутке спутника для совмещения оси его наибольшего момента инерции с произвольно заданным в ИСК направлением вектора КМ корпуса КА. При этом использованы слабые внутренние управляющие моменты, формируемые СГК с ограниченными ресурсами. Для реализации перезакрутки КА разработан простой нелинейный закон управления СГК, который обеспечивает асимптотическую устойчивость требуемого движения спутника. Эффективность предложенного подхода подтверждена результатами компьютерной имитации.

Работа поддержана РФФИ (грант 11-08-01037) и отделением ЭММПУ РАН (программа фундаментальных исследований № 14).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Titov G.P., Somov Ye.I., Rayevsky V.A.* Nonlinear dynamics of small-mass gyro-moment AOCS with plasma thrusters for communication satellites // Proceedings of 5th ESA International conference on Guidance, Navigation and Control Systems. Noordwijk: ESTEC. 2003. P. 541-550.
2. *Somov Ye.I., Titov G.P., Butyrin S.A., Rayevsky V.A., Kozlov A.G.* Strongly nonlinear dynamics of a gyrostat respinup by weak control // Proceedings of IEEE / EPCS / IUTAM International conference “Physics and Control”. Saint Petersburg: IPME of RAS. 2003. Vol. 1. P. 127-132.
3. *Somov Ye.I., Titov G.P., Butyrin S.A., Rayevsky V.A., Kozlov A.G.* Robust control of a spacecraft respinup by weak internal forces // Proceedings of 16th IEACWorld Congress, Praque. 2005. Oxford: Elsevier Science. P. 1-6. URL: http://www.ifac-papersonline.net/Detailed/29270.html (дата обращения 11.09.2012).
4. *Лурье А.И.* Аналитическая механика. М.: Физматлит, 1961.
5. *Смирнов Е.Я.* Некоторые задачи математической теории управления. Л.: Изд-во ЛГУ, 1981.
6. *Hall C.D.* Spinup dynamics of gyrostats // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 1995. Vol. 18, no. 5. P. 1177-1183.

STABILITY AND NONLINEAR OSCILLATIONS AT A FLEXIBLE SATELLITE RESPINUP BY WEAK INTERNAL TORQUES

Ye.I. Somov

Samara State Technical University
Samara Scientific Centre, Russian Academy of Sciences

Nonlinear processes are considered at a satellite respinup for combining the body angular momentum on its maximum inertia axis with direction of any given unit into inertial reference frame. Moreover the weak internal torques are applied which are formed by gyromoment cluster with bounded resources. For realization of such respinup we synthesized nonlinear control law which ensures asymptotic stability of given satellite motion. Efficiency of suggested approach is confirmed by results of computer imitation.

Key words: spacecraft, attitude gyromoment control, respinup

Yevgeny Somov, Candidate of Technics, Associate Professor, Senior Researcher, Head of Department “Guidance, Navigation and Motion Control”, Research Institute for Problems of Mechanical Systems Reliability, Samara State Technical University, Principle Researcher of Department “Dynamics and Motion Control”, Samara Scientific Centre, Russian Academy of Sciences. E-mail: e_somov@mail.ru