

ПЕРЕДАЧА ИНФОРМАЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОПТИЧЕСКИХ ВИХРЕЙ

© 2012 М.С. Кириленко¹, С.Н. Хонина²

¹Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П.Королева
(национальный исследовательский университет)

²Институт систем обработки изображений РАН, г.Самара

Поступила в редакцию 10.11.2012

Разработан алгоритм расчёта бинарного фазового дифракционного оптического элемента, который генерирует набор оптических вихрей в одном лазерном пучке с заданными весами для передачи информации. Весовое распределение в формируемой суперпозиции оптических вихрей представляет собой код передаваемой информации. Расчет фазового элемента выполняется с учетом компромисса между энергетической эффективностью, точностью передаваемой информации и соблюдения требований технологии к изготовлению дифракционных элементов.

Ключевые слова: оптический вихрь, дифракционный оптический элемент, бинарная фаза, итерационный алгоритм.

1. ВВЕДЕНИЕ

Лазерным пучкам, содержащим оптические вихри, посвящены многочисленные исследования и публикации как российских учёных-оптиков, так и их зарубежных коллег. Интерес к таким пучкам связан с разнообразием сфер их применения: оптического захвата микрочастиц до детектирования в астрофизике. Так, в последнее время происходит выделение в отдельный раздел («сингулярная оптика») отрасли оптики, занимающейся исследованием световых пучков с винтовыми фазовыми особенностями (т.е. вихревых лазерных пучков). В точке сингулярности интенсивность светового поля обращается в нуль, а значение фазы не определено. В окрестности такой точки происходят резкие фазовые изменения.

Наиболее простым и управляемым способом формирования вихревых полей является использование спиральных дифракционных оптических элементов (ДОЭ) [1], также динамических жидкокристаллических транспарантов (энергетическая эффективность последних пока еще довольно низка). Простейшими такими ДОЭ являются спиральная фазовая пластинка и спиральный аксикон.

Недавние работы [2-4] показывают вновь возникший интерес использования оптических вихрей в оптических телекоммуникациях на основе модового уплотнения каналов [5]. Было высказано предположение, что бесконечное количество оптических вихрей могут заставить один фотон переносить неограниченное количество

информации [6]. Световые пучки из оптических вихрей могут служить носителем информации в свободном пространстве с хорошим преимуществом защиты передаваемых данных. Система такого рода основывается на создании вихрей разных порядков в одном носителе – лазерном пучке. В данной системе за базис принимается некоторое множество оптических вихрей, каждый из которых представляет собой независимый канал, передающий сигнал. По системе передаётся некоторое подмножество вихрей из этого базиса. Если вихрь из базиса присутствует в данном подмножестве, то он обозначает бит «1», в противном случае – «0».

Для реализации такой системы телекоммуникаций были разработаны дифракционные оптические элементы, генерирующие до 20 пучков, каждый из которых состоит из суперпозиции двух оптических вихрей [7]. Каждый пучок отделяется от общего количества и анализируется отдельно [8].

В данной работе производится расчёт фазового ДОЭ, который генерирует набор оптических вихрей в одном лазерном пучке с заданными весами. Условие отсутствия амплитудной модуляции связано с максимизацией энергетической эффективности дифракционного элемента и существенно усложняет решение задачи. Для расчета фазовой функции ДОЭ в работе используется адаптивно-регуляризованный итерационный алгоритм [9].

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Оптическим вихрем называется волновой фронт вида $e^{im\varphi}$, где m – целое число, порядок оптического вихря, φ – полярный угол. Мы собираемся формировать суперпозицию оптических

Кириленко Михаил Сергеевич, магистрант второго курса факультета информатики. E-mail: areatangent@gmail.com
Хонина Светлана Николаевна, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник.
E-mail: khonina@smr.ru

вихрей, поэтому зададим множество порядков вихрей в суперпозиции, которое будем обозначать Ω . Таким образом, мы получаем суперпозицию:

$$f(r, \varphi) = \sum_{m \in \Omega} C_m e^{im\varphi}, \quad (1)$$

где r – расстояние от начала координат, т.е. от центра оптического элемента; C_m – коэффициенты при оптических вихрях.

При использовании амплитудно-фазового ДОЭ выражения (1) было бы достаточно для решения задачи. Условие отсутствия амплитудной модуляции связано с максимизацией энергетической эффективности дифракционного элемента, и это усложняет решение задачи. Поделив $f(r, \varphi)$ на её амплитуду, мы получим фазовый элемент, но он, скорее всего, не будет формировать заданную суперпозицию.

Для решения этой проблемы воспользуемся итерационным алгоритмом расчёта фазовых дифракционных оптических элементов, а именно адаптивно-регуляризационным алгоритмом [9]:

1) Начальные амплитуды задаются как $\hat{C}_m^{(0)}$.

2) На k -том шаге итерации находим по формуле (1) суперпозицию оптических вихрей $f^{(k)}(r, \varphi)$, но с заменой в формуле Ω на $\bar{\Omega}$, если $k \neq 0$. На шаге 4 поясняется, что такое $\bar{\Omega}$.

3) Делим полученную функцию на её модуль и умножаем на амплитуду пучка, освещающего дифракционный оптический элемент:

$$\hat{f}^{(k)}(r, \varphi) = \frac{A(r, \varphi) f^{(k)}(r, \varphi)}{|f^{(k)}(r, \varphi)|}, \quad (2)$$

где $A(r, \varphi)$ – амплитуда освещающего пучка.

4) Так как мы получили новую функцию, найдём её коэффициенты разложения по оптическим вихрям. Чтобы их найти, необходимо скалярно умножить обе части уравнения (1) поочерёдно на каждый вихрь, в том числе и не входящий во множество Ω . Множество тех вихрей, на которые мы умножаем скалярно, будем обозначать $\bar{\Omega}$. Естественно, $\Omega \subset \bar{\Omega}$. Получившиеся коэффициенты разложения – новые коэффициенты при оптических вихрях:

$$C_m^{(k)} = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^{2\pi} \int_0^R \hat{f}^{(k)}(r, \varphi) e^{-im\varphi} r dr d\varphi, \quad (3)$$

где R – радиус оптического элемента. Для того чтобы это равенство было справедливым, необходимо, чтобы оптический элемент был круглым.

5) Если полученные коэффициенты нас не устраивают, изменяем их и переходим к следующей итерации:

$$\hat{C}_m^{(k)} = \begin{cases} \frac{\alpha |C_m^{(0)}| C_m^{(k)}}{|C_m^{(k)}|} + (1 - \alpha - \alpha\beta) C_m^{(k)}, & m \in \Omega, \\ (1 - \alpha\beta) C_m^{(k)}, & m \in \bar{\Omega} \setminus \Omega, \end{cases} \quad (4)$$

где α – параметр адаптации алгоритма или константа релаксации; β – параметр регуляризации. После этого возвращаемся к шагу 2.

Схема итерационного алгоритма изображена на рис. 1. Оператор D_A соответствует формуле (2), оператор D_B – формуле (4).

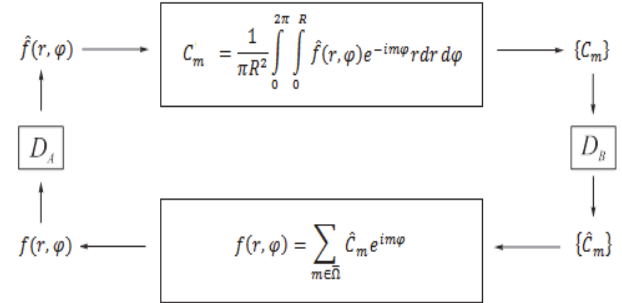


Рис. 1. Схема итерационного алгоритма расчёта фазовых дифракционных оптических элементов

Данный алгоритм позволяет достичь желаемого результата, потому что в нём присутствует большое число степеней свободы. Во-первых, это фазы коэффициентов $\{C_m\}$: нас интересует только их модуль, ведь именно по нему мы определяем, присутствует ли оптический вихрь соответствующего порядка в суперпозиции, или же нет. Во-вторых, модули коэффициентов $\{C_m\}$ при $m \in \bar{\Omega} \setminus \Omega$ также являются степенями свободы, но необходимо следить, чтобы эти модули были меньше некоторого уровня, иначе не будет ясно, какой из оптических вихрей есть в суперпозиции, а какого – нет. Этот уровень шумов определяется из результата работы алгоритма. И, в-третьих, степенями свободы являются коэффициенты α и β : можно найти такую их комбинацию, которая обеспечит эффективную работу алгоритма. Варьирование коэффициента α позволяет обходить стагнацию, а коэффициент β влияет на уровень шумов – на амплитуды коэффициентов при тех оптических вихрях, которых не должно быть в суперпозиции.

3. РАСЧЁТ АМПЛИТУДНО-ФАЗОВОГО ОПТИЧЕСКОГО ЭЛЕМЕНТА

Для начала рассчитаем амплитудно-фазовый дифракционный оптический элемент. Определим оптические вихри, которые будут присутствовать в суперпозиции. Пусть это будут следующие порядки: $W = \{-15, -14, -13, -11, -10, -9, -8, -4, -1, 0, 1, 2, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 15\}$.

Далее создаём суперпозицию, используя формулу (1). Для нахождения коэффициентов $\{C_m\}$, $m = \overline{-25, 25}$ используем формулу (3). На рис. 2а мы видим, что модули полученных коэффици-

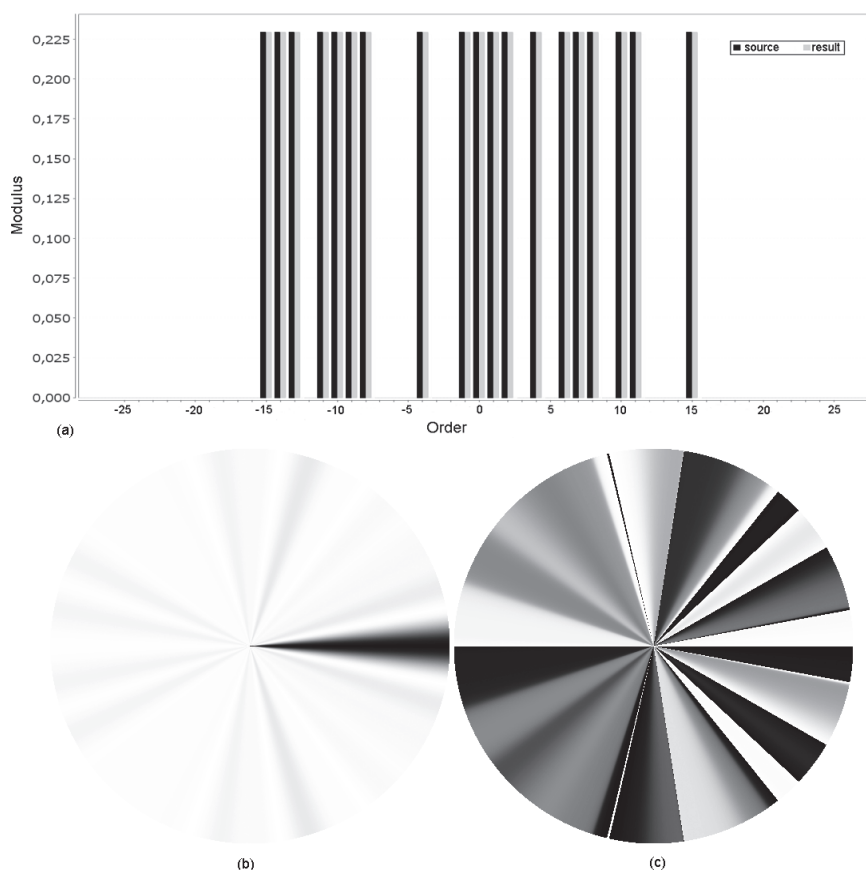


Рис. 2. Восстановление коэффициентов при оптических вихрях из их суперпозиции (а), полученные распределения интенсивности (b) и фазы (с)

циентов не отличаются от модулей начальных коэффициентов. Определим среднеквадратичное отклонение (СКО) по следующей формуле:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{m \in \Omega} \left| |\hat{C}_m^{(0)}|^2 - |C_m^{(1)}|^2 \right|}{\sum_{m \in \Omega} |\hat{C}_m^{(0)}|^4}}. \quad (5)$$

Разумеется, присутствует ошибка вычислений, из-за этого СКО получилось равным $1,610 \cdot 10^{-15}$, это говорит о том, что модули комплексных амплитуд коэффициентов не изменились. Более того, фазы этих коэффициентов тоже остались неизменными.

На рис. 2b и 2c мы можем увидеть распределение интенсивности и фазы полученной суперпозиции оптических вихрей в зависимости от полярного угла и расстояния от центра. Легко заметить, что от расстояния не зависят ни интенсивность, ни фаза. Здесь и далее место на рисунке, где интенсивность максимальна, обозначено белым цветом, а где минимальна – чёрным; фаза изменяется в промежутке $[0, 2\pi)$, этому промежутку соответствует на рисунке распределение цветов от чёрному к белому.

Как уже отмечалось выше, амплитудно-фазовый элемент сложен в изготовлении, поэтому мы рассчитаем чисто фазовый элемент.

4. РАСЧЁТ ФАЗОВОГО ОПТИЧЕСКОГО ЭЛЕМЕНТА

Рассчитаем число фазовый дифракционный оптический элемент для того же набора оптических вихрей, что рассматривался выше. Так как мы игнорируем амплитудную составляющую оптического элемента, нам нужно определить освещающий пучок. Если его интенсивность будет слишком мала, то у нас не хватит энергии на восстановление всех коэффициентов при оптических вихрях. Но мы интересуемся лишь тем, присутствует данный оптический вихрь в суперпозиции или же нет. Поэтому будем задавать коэффициенты следующим образом:

$$\sum_{m \in \Omega} |C_m^{(0)}|^2 = 1, \quad (6)$$

а освещающий пучок представляет собой плоскую волну (или оптический вихрь нулевого порядка):

$$A(r, \varphi) = 1. \quad (7)$$

Выполним восстановление весов оптических вихрей по формуле (3) с учетом игнорирования амплитудного распределения ДОЭ. На рис. 3 показаны получившиеся амплитуды в сравнении с амплитудами начальных коэффициентов $C_m^{(0)}$. Среднеквадратическое отклонение равно 0,600.

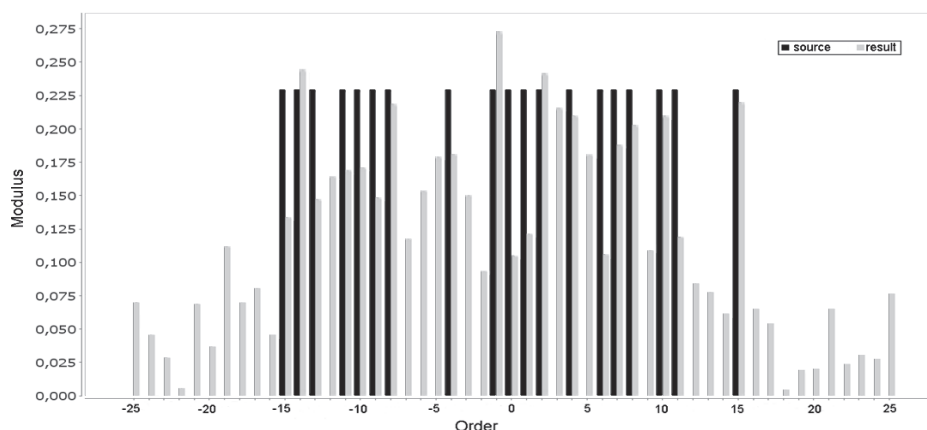


Рис. 3. Восстановление весов при игнорировании амплитудного распределения ДОЭ

Как видно из рис. 3, по получившимся коэффициентам при оптических вихрях довольно сложно сказать, присутствовали ли они ранее в суперпозиции или нет. Поэтому запускаем итерационный процесс (1)-(4) расчета чисто фазового ДОЭ. На рис.4 показаны результаты расчета после 40 итераций.

Полученный результат значительно лучше, чем при игнорировании амплитуды, среднеквадратическое отклонение составляет 0,237. Для уверенного распознавания сигнала (присутствия или отсутствия вихря с данным номером) можно установить допустимый уровень шумов, равный половине модулей начальных коэффициентов (т.к. они все оди-

наковы). Соответственно, если амплитуда больше этого уровня, то оптический вихрь присутствует в суперпозиции, иначе – отсутствует.

На рис. 4b показана фаза полученного оптического элемента. Интенсивность постоянна. На рис. 4c показана зависимость СКО от номера итерации. Как мы видим, начиная с 22 итерации, улучшилась сходимость вплоть до 30 итерации, а далее практически никаких изменений не происходило.

Рассмотрим теперь другой набор оптических вихрей, $\Omega = \{m \mid m \in \overline{-15,15}\}$. Результат итерационного алгоритма показан на рис. 5а, среднеквадратичное отклонение составляет 0,116. В этом слу-

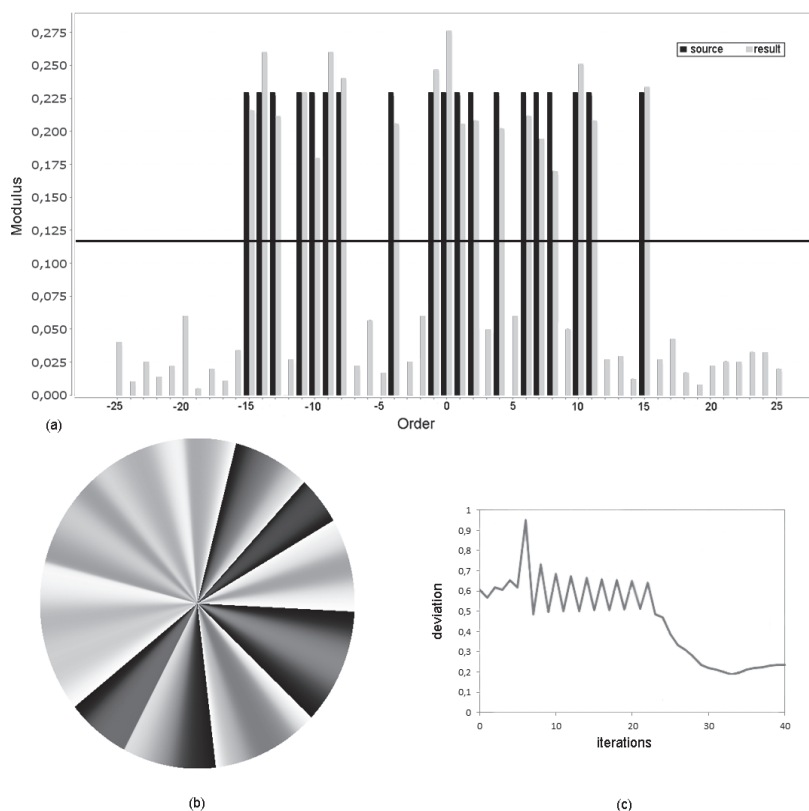


Рис. 4. Итерационный расчет для набора из 19 вихрей:
 (а) восстановленные веса; (b) распределение фазы ДОЭ;
 (с) зависимость среднеквадратичного отклонения от номера итерации

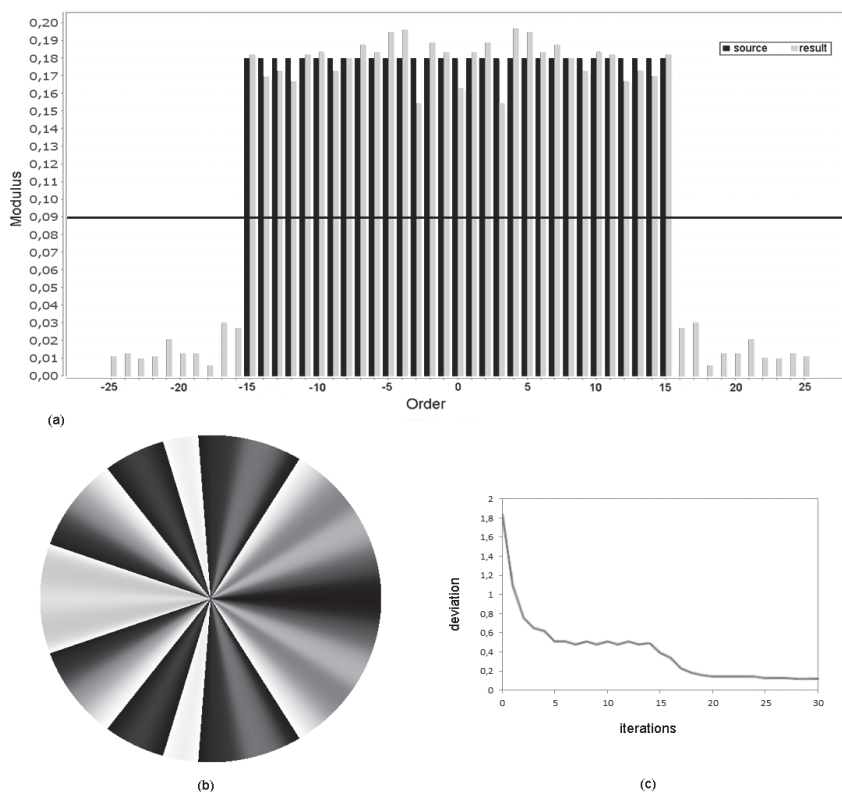


Рис. 5. Тридцатая итерация для второго набора оптических вихрей (а); распределение фазы в суперпозиции оптических вихрей из второго набора (б); зависимость среднеквадратичного отклонения от номера итерации для второго набора оптических вихрей (с)

чае сходимость лучше, чем в предыдущем (рис. 5с). Полученная фаза изображена на рис. 5б.

Мы рассмотрели те случаи, когда удалось избежать стагнации и получить неплохой результат. На самом деле это произошло из-за хорошего выбора параметров α и β адаптивно-регуляризационного алгоритма. Было проведено множество экспериментов, которые показали, что в большинстве из них при $\alpha = 1,3$ и $\beta = 0,01$ стагнация не наблюдается, а также модули шумовых составляющих достаточно малы.

5. РАСЧЁТ ОПТИЧЕСКОГО ЭЛЕМЕНТА С БИНАРНОЙ ФАЗОЙ

Рассчитаем фазовый дифракционный оптический элемент, фаза которого может принимать только два значения. Такие элементы намного проще изготавливать, чем обычные фазовые. Но гораздо труднее рассчитать такой элемент, так в этом случае мы теряем много степеней свободы.

Чтобы элемент получился бинарным, необходимо, чтобы он содержал оптические вихри с порядками противоположных знаков, а фазы комплексных амплитуд соответствующих им коэффициентов тоже должны отличаться только знаками, при этом модули должны быть одинаковы. Тогда фаза их суммы будет бинарной:

$$|A|e^{i \arg A} e^{im\varphi} + |A|e^{-i \arg A} e^{-im\varphi} = 2|A| \cos(m\varphi + \arg A), \quad (8)$$

где A – комплексная амплитуда коэффициента; $\arg A$ – её фаза. Когда косинус в формуле (8) положителен – фаза равна 0, когда отрицателен – фаза равна π . Фаза нулевого оптического вихря должна быть равна нулю.

Введём новые обозначения: Ω_+ – множество положительных порядков из множества Ω ; $\bar{\Omega}_+$ – множество положительных порядков из множества $\bar{\Omega}$.

Для получения бинарного оптического элемента модифицируем адаптивно-регуляризационный алгоритм, заменив формулу (4) на следующую:

$$\hat{C}_m^{(k)} = \begin{cases} \frac{\alpha |C_m^{(0)}| |C_m^{(k)}|}{|C_m^{(k)}|} + (1 - \alpha - \alpha\beta) C_m^{(k)}, & m \in \Omega_+, \\ (1 - \alpha\beta) C_m^{(k)}, & m \in \bar{\Omega}_+ \setminus \Omega_+, \\ \hat{C}_{-m}^{(k)} \exp(-i \arg \hat{C}_{-m}^{(k)}), & m \in (\Omega \setminus \bar{\Omega}_+) \setminus \{0\}, \\ \frac{\alpha |C_m^{(0)}| |C_m^{(k)}|}{|C_m^{(k)}|} + (1 - \alpha - \alpha\beta) C_m^{(k)}, & m = 0. \end{cases} \quad (9)$$

В ходе проведения экспериментов выяснилось, что при $|\hat{C}_m^{(k)}| \neq 0$ алгоритм не годится даже для 5 пар оптических вихрей, поэтому в суперпозицию оптический вихрь нулевого поряд-

ка включать не будем, но он будет фигурировать в качестве шума.

Пусть $\Omega = \{\pm 1, \pm 3, \pm 4, \pm 5, \pm 8, \pm 10, \pm 11, \pm 12, \pm 15\}$, применяем алгоритм, но, уже начиная с десятой итерации, приходим к тому, что ничего не меняется, при этом мы не достигли желаемого результата. Попробуем преодолеть такую ситуацию, увеличив количество шумовых вихрей (до пятидесятого порядка включительно). Ситуация не сильно изменяется, а мы так и не достигаем поставленной цели.

Поступаем следующим образом: задаём параметр адаптации $\alpha = 1,8$, количество шумовых вихрей не меняем. Запускаем алгоритм заново (но теперь в качестве начальных коэффициентов мы можем взять коэффициенты, полученные при предыдущем параметре адаптации). Через десять итераций получаем картину, изображённую на рис. 6а, среднеквадратичное отклонение составляет 0,418.

Таким образом, нам удалось создать бинарный дифракционный оптический элемент, генерирующий 9 пар оптических вихрей. На рис. 6б изображена его фаза. Создать бинарный элемент оказалось гораздо сложнее, чем элемент с многоуровневой фазой.

Как мы видим, фаза действительно бинарна: либо она равна нулю (чёрный цвет на рис. 6б),

либо она равна π (серый цвет). На рис. 6с изображён график СКО в зависимости от номера итерации. После десятой итерации СКО заметно уменьшилось и не изменяется; это связано с тем, что полученные амплитуды коэффициентов приблизились к начальным амплитудам, а именно это нам и необходимо.

Теперь рассмотрим такой набор оптических вихрей: $\Omega = \{m \mid m = -15, 15, m \neq 0\}$. Результат работы алгоритма для этого набора приведён на рис. 6а, среднеквадратичное отклонение равно 0,235.

Из рис. 7с видно, что сходимость очень быстрая, в отличие от предыдущего случая. Уже на пятой итерации мы достигаем желаемого результата. Полученное среднеквадратичное отклонение почти в два раза меньше, чем в предыдущем случае. На рис. 7б изображена фаза полученного дифракционного оптического элемента. Фаза является бинарной, как и должно быть.

Таким образом, мы реализовали свой алгоритм, создав при этом бинарный фазовый оптический элемент. Он прост в изготовлении, его фаза выглядит очень просто (рис. 6б, 7б), однако в большинстве случаев его расчёт достаточно трудоёмок. Допустимый уровень шумов можно задать равным 50% от амплитуд начальных коэффициентов.

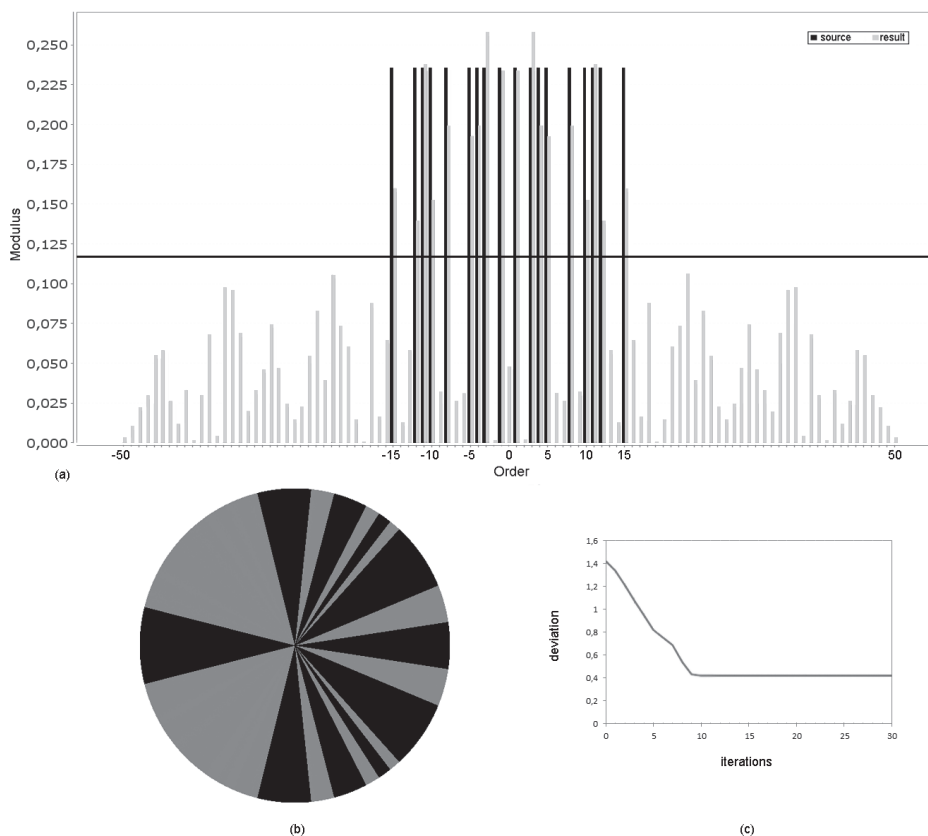


Рис. 6. Расчет бинарной фазы для набора из 9 пар вихрей: восстановленные веса (а); распределение фазы ДОЭ (б); зависимость среднеквадратичного отклонения от номера итерации (с)

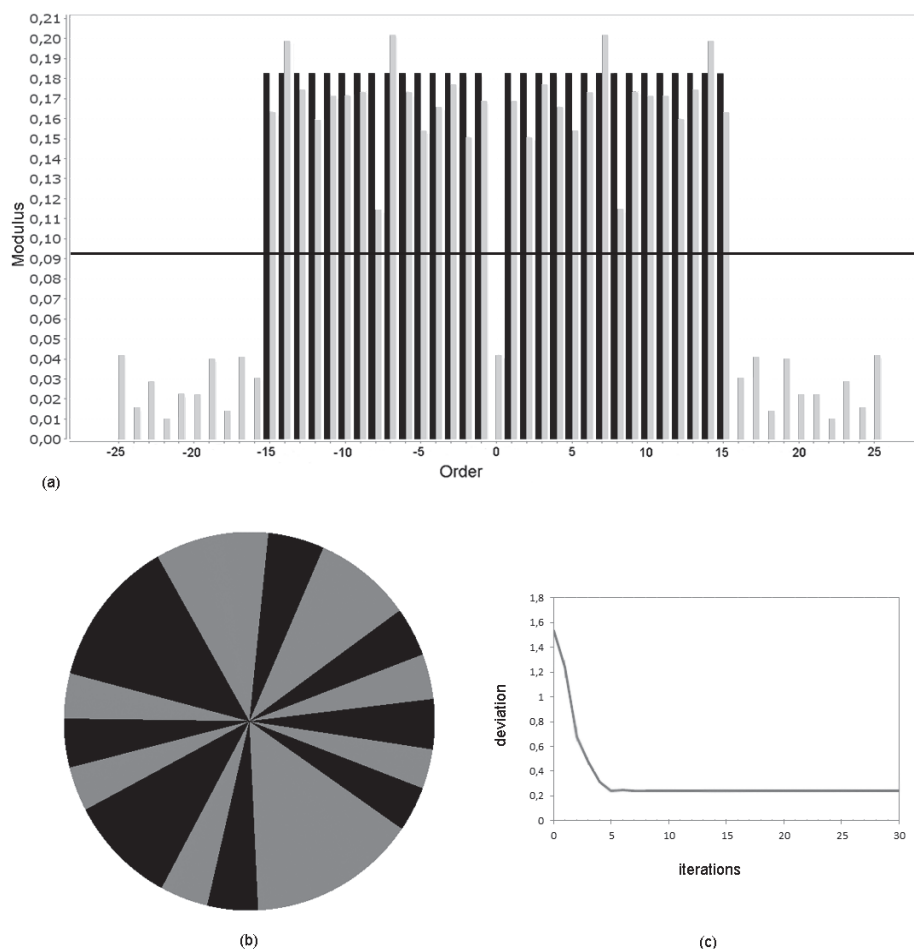


Рис. 7. Успешная реализация алгоритма для второго набора оптических вихрей (а); распределение фазы в суперпозиции оптических вихрей из второго набора (b); зависимость среднеквадратического отклонения от номера итерации для второго набора оптических вихрей (с)

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведён итерационный расчёт чисто фазовых полутонных и бинарных ДОЭ, предназначенных для формирования набора оптических вихрей в одном лазерном пучке. Полутонной ДОЭ позволяет производить набор из нескольких десятков оптических вихрей с погрешностью менее 25%, что при пороговой обработке обеспечивает уверенное распознавание сигнала, закодированного присутствием или отсутствием вихря с заданным номером.

Для бинаризации фазы в работе предложено формировать в пучках наборы парных вихрей. Погрешность восстановления весов при использовании бинарного ДОЭ увеличивается до 40%, что снижает уверенность распознавания, но все же не является критичной.

Полученные результаты могут быть полезны для осуществления телекоммуникационной связи в свободном пространстве.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» (соглашение №8231), гранта РФФИ 13-07-97004-р_поволжье_a и гранта Президента РФ поддержки ведущих научных школ НШ-4128.2012.9.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Methods for Computer Design of Diffractive Optical Elements, ed. Victor A. Soifer. John Wiley & Sons, Inc., New York, 2002, 765 p.
2. High-volume optical vortex multiplexing and demultiplexing for free-space optical communication / Z. Wang, N. Zhang, X.-C. Yuan // Optics Express, Vol. 19, Issue 2, 2011. 482-492.
3. Wang J., et al. Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing // Nature Photonics, June 2012. 9 p.
4. Torres J.P. Multiplexing twisted light // Nature Photonics, June 2012. 2 p.
5. Optical vortices in a fiber: mode division multiplexing and multimode self-imaging / S.N. Khonina, N.L.

- Kazanskiy and V.A. Soifer* // Chapter in “Recent progress in optical fiber research”, ed. by M.Yasin, S.W. Harun, H. Arof, INTECH publisher, Croatia, 2012, 450 p.
6. Optical vortices and vortex solitons / *A.S. Desyatnikov, Yu.S. Kivshar, and L.Torner* // Progress in Optics, Vol. 47, Ed. E. Wolf (North-Holland, Amstredam, 2005), pp. 291-391.
 7. Generation and selection of laser beams represented by a superposition of two angular harmonics / *S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, K.Jefimovs, and J. Turunen* // J. Mod. Opt. 51, 2004. 761–773.
 8. Phase diffractive filter to analyze an output step-index fiber beam / *S.N. Khonina, R.V. Skidanov, V.V. Kotlyar, K. Jefimovs, J. Turunen* // Optical Memory and Neural Networks (Allerton Press) 12(4), 317-324 (2003).
 9. Iterative methods for the kinoforms synthesis / *S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, I.V. Nikolsky, S.V. Philippov, V.A. Soifer* // Proceedings of the International Optical Design Conference, p.51-52 (1994).

INFORMATION TRANSMISSION USING OPTICAL VORTICES

© 2012 M.S. Kirilenko¹, S.N. Khonina²

¹Samara State Aerospace University named after Academician S.P. Korolev
(National Research University)

²Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences, Samara

The calculation algorithm of binary phase diffractive optical element that generates a set of optical vortices in a single laser beam with given weights to transmit information was developed. The weight distribution in the forming optical vortices superposition is a code of the information. The phase element is calculated considering with the trade-off between energy efficiency, accuracy of information transmitted and compliance technology to the manufacture of diffractive elements.

Key words: optical vortex, diffractive optical element, binary phase, iteration algorithm.