УДК 519.7/681.3

РАЗРАБОТКА И АНАЛИЗ СИСТЕМНЫХ ПАРАМЕТРОВ ИСХОДНОГО ПРОЦЕССА В УЗЛЕ СИСТЕМ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПО ФУНКЦИИ ВРЕМЕНИ

© 2012 Н.С.Гаврилов, М.В.Савин, И.А.Попов, О.А.Верушкин, П.М.Попов

Институт авиационных технологий и управления
Ульяновского государственного технического университета

Поступила в редакцию 29.06.2012

В настоящей статье авторы разрабатывают и проводят анализ системных параметров исходных процессов в узле САПРТЭП по функции времени в окрестностях точки с нагрузкой, равной единице и оценивают предельное поведение полученных зависимостей со скоростью равной бесконечности, зависящей от функции по длине периода или очереди. Расчет времени ожидания обработки управляющих программ в САПРТЭП, авторы приводят, основываясь на $W_i(t)$ время, необходимое для полной обработки всех запросов, присоединенных к очереди обработки до момента исходного процесса времени загрузки и др.

Ключевые слова: процесс исходный; теория восстановления; функция производящая; процесс восстановления; исследование точное; функция распределения; программа управляющая и маршрут информационный.

Выполним некоторые технические процедуры и назовем некоторым процессом в узле САПРТЭП процесс, который развивается во времени поочередно на периодах занятости и незанятости узла обработки запросов. Ранее были получены параметры процесса на периоде занятости, где используются следующие зависимости:

$$E(\text{в}) = \begin{cases} \upsilon \sum_{l=0}^{N-1} \binom{N-i}{l} \frac{l}{F(l)} & \text{при } \nu < \infty; \\ & \text{при } m \neq 0; \end{cases} \quad (1)$$

где

$$F(m) = \begin{cases} \prod_{l=1}^{m} \frac{\text{B}(l\lambda)}{1-\text{B}}(l\lambda) & \text{при } m=0; \end{cases}$$

$$E(b) = \begin{cases} \dfrac{\upsilon}{1-\lambda_i \upsilon} & \text{при } \lambda_i \nu < 1; \\ \infty & \text{при } \lambda_i \nu \geq 1. \end{cases} \quad (3)$$

с помощью методов теории восстановления [1] получили из процессов на периоде занятости исходный процесс.

Предположим, что исходный процесс начинается в момент $t=0$ при наличии в системе i запросов *(i0)*, а запрос поступает в узел на обработку.

Тогда, если $[t_1, t_2...]$ – последовательность моментов времени, в которые начинаются периоды занятости, то последовательность отрезков времени $[\Delta t_k = t_k - t_{k-1}](k \geq 2)$ представляет собой последовательность независимых и одинаково распределенных случайных величин, каждая из которых имеет плотность

$$r(t) = b(t)\lambda\, exp(-\lambda t). \quad (4)$$

Следует учесть, что каждая величина $\tau_k (k \geq 2)$ является суммой периода занятости, начинающегося при наличии одного запроса, и последующего периода незанятости, тогда

$$r(S) = \frac{\lambda}{\lambda + S} b(S). \quad (5)$$

В соответствии с зависимостями теории восстановления τ_1 (величина отрезка t_k до первого начала периода занятости) зависит только от начальных условий.

Если $r_i l(t)$ означает плотность величины τ_l для процесса, начинающегося при наличии в системе i запросов *(ii0)*, то

$$r_i l(t) = \begin{cases} b_i(t)\, exp(-\lambda t) & \text{при } i>0; \\ \lambda\, exp(-\lambda t) & \text{при } i=0. \end{cases} \quad (6)$$

Из этого следует

$$r_i l(S) = \frac{\lambda}{\lambda + S} b_i(S), \quad (7)$$

где $b_0(S) = 1$.

Гаврилов Николай Сергеевич, аспирант, ассистент кафедры «Самолетостроение». E-mail: nikolasss88@rambler.ru
Савин Максим Валерьевич, старший преподаватель кафедры «Самолетостроение».
Попов Илья Валерьевич, аспирант.
Верушкин Олег Александрович, инженер.
Попов Петр Михайлович, доктор технических наук, профессор кафедры «Самолетостроение».
E-mail: pmpopov2008@rambler.ru

В соответствии с зависимостями теории восстановления рассмотренная последовательность случайных величин $\tau_k (k \geq 1)$ образует процесс восстановления с запаздыванием, при этом, если $h_i(t)$ – плотность вероятности восстановления, i – первоначальное число требований в системе, то имеем в соответствии (7) равенство вида

$$h_i(S) = \lambda b_i(S) / [\lambda + S - \lambda b(S)]. \quad (8)$$

Определим следующие вероятности

$$P_i(m,\chi,t)d\chi = P[m(t)=m,\ \chi<z<\chi+d\chi | m(o)=i],\ 1 \leq m \leq N;$$

$$l_i(t) = P[m(t)=0 | m(o)=i].$$

Производящая функция системы имеет вид

$$\Pi_i(\lambda,S) = \sum_{m=1}^{N} \alpha^{m} \int_0^{\infty} P_i(m,\chi,S)d\chi = l_i(S()[1+N\lambda\Pi_1(\alpha,S)+\Pi_i(\alpha,S)], \quad (9)$$

где $\Pi_1(\alpha,S) = \Pi(\alpha,S)$; $\Pi_0(\alpha,S) = 0$;

$$l_i = \frac{b_i(S)}{N\lambda + S - N\lambda b(S)}, \quad (10)$$

что следует из (8); кроме того, $b_i(S)$ определяется из соотношения (5), причем

$$b_1(S) = b(S);\ b_0(S) = 1.$$

Обращение этих выражений во временную область – задача весьма сложная. Учитывая то, что необходимо исследовать поведение процесса в окрестностях только точки с нагрузкой, равной единице, имеет смысл оценить предельное поведение полученных зависимостей, полагая $\upsilon = \infty$:

$$P(m) = N\lambda l \int_0^{\infty} P(m,\chi)d\chi = N\lambda l \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \binom{N-m+l}{l} A(N-m+l) \quad (11)$$

где

$$A(m) = \frac{F(m-1)^N}{m\lambda} \sum_{l=m}^{N-1} \binom{N-l}{l} \frac{1}{F(l)}; \quad (12)$$

$$A(0) = \upsilon \sum_{l=0}^{N-1} \binom{N-l}{l} \frac{1}{F(l)}; \quad (13)$$

$$l = 1 + N\lambda\upsilon \sum_{l=0}^{N-1} \binom{N-l}{l} \frac{1}{F(l)}; \quad (14)$$

$$h_i(S) = \frac{\lambda b_i(S)}{\lambda + S - \lambda b(S)}. \quad (15)$$

$F(l)$ задается соотношением (2).

Используя выражение (9), получим выражение для среднего числа запросов. В силу (13) и (12) соотношение (11) перепишем в виде

$$N\lambda l A(m) = \sum_{l=m}^{N-1} \binom{l}{m} P(N-l) = \sum_{l=1}^{N-m} \binom{N-t}{m}^m P(l). \quad (16)$$

Положив $m = 0$ и используя (11) и (12), получим $N\lambda l A(0) = 1 - l$.

При $m = 1$ с учетом (15) получим

$$E(m) = N(1-l) - N\lambda l A(1) = N\left[1 - l \sum_{l=0}^{N-1} \binom{N-1}{l} \frac{1}{P(l)}\right]. \quad (17)$$

В соответствии с выражением (13) уравнение (17) запишем в виде (математическое ожидание числа запросов в узле)

$$E(m) = N(1-l) - N\lambda A(1) = N\left[1 - l \sum_{l=0}^{N-1} \binom{N-1}{l} \frac{1}{P(l)}\right]. \quad (18)$$

Таким же способом можно получить и остальные моменты.

Обозначим через ρ^* величину $N\lambda\upsilon$ и рассмотрим изменение $E(m)$ и $(1-l)$ (занятость системы) в предположении, что время обработки имеет экспоненциальное и постоянное распределение.

Из выражения (18) следует, что влияние функции распределения времени обработки весьма существенно в точке $\rho^* \approx 1$, а при $\rho^* > 1$ влияние вида функции распределения весьма мало.

При $\rho^* >> 1$ величина $l \to 0$ и $N \to \infty$, так что

$$E(m) \approx N(1 - 1/\rho^*). \quad (19)$$

Таким образом, какое бы распределение времени обработки не имело место, график функции $E(m)$ асимптотически приближается к прямой, проходящей через точку $(1, 1 - 1/\rho^*)$ под углом $arctg(1 - 1/\rho^*)$, то есть $E(m)$ с большой точностью можно аппроксимировать прямой. Точное исследование подтверждает результаты исследований.

Кроме длины очереди в окрестности $\rho^* \approx 1$ необходимо определить время ожидания обработки. Поэтому расчет *времени ожидания обработки управляющих программ в САПРТЭП* проведем, основываясь на вышеизложенных предположениях. Обозначим через $W_i(t)$ время, необходимое для полной обработки всех запросов, которые присоединились к очереди до момента t исходного процесса (время разгрузки). Плотность распределения $W_i(t)$ обозначим через $\omega_i(\tau,t)$. Для дисциплины очереди – «пришел первым – первым обслужен» – интервал [3] разгрузки равен времени ожидания запроса при условии его поступления в момент времени t.

Найдем выражение $\omega_i(\tau,t)$ через $W_i(t)$, равное интервалу разгрузки процессора в момент времени t на периоде занятости.

Учитывая, что

$$\omega_i(\tau,t)d\tau = P[\tau < W_i(t) < \tau + dt | m(0) = i], \quad (20)$$

имеем

$$\omega_{-i}(\theta,S)=\int_0^\infty\int_0^\infty e^{-St}\cdot e^{-\theta\tau}\omega_i(t,\tau)dtd\tau=$$

$$=\frac{1}{B(\theta)}\int_0^\infty\sum_{m=1}^{N}P_{-i}(m,\chi,S)[B(\theta)]^m d\chi\int_0^\infty\frac{B(\chi+y)}{1-\int_0^\infty B(u)du}\cdot e^{-\theta y}dy.$$

Используя выражение (20), получим

$$\omega_i(\theta,S)=\frac{1}{B(\theta)}\sum_{j=0}^{N-1}[B(\theta)]^{N-j}[1-B(\theta)]^j a_{-i}(j,S)\frac{B(j,\lambda+S)-B(\theta)}{\theta-j\lambda-S},$$

где $a_{-i}(j,S)$ определяется из выражения (6).

Учитывая, что при $\upsilon<\infty$ $\lim\omega_i(\tau,t)=\omega(\tau)$ не зависит от начальных условий, получим

$$\omega(\theta)=\int_0^\infty\omega(\tau)e^{-\theta\tau}d\tau=l\left\{1-N\lambda\sum_{j=0}^{N-1}[B(\theta)]^{N-1-j}\cdot[1-B(\theta)]^j A(j)\frac{j\lambda}{1-B(j\lambda)}\frac{B(\theta)-B(j\lambda)}{j\lambda-\theta}\right\},\quad(21)$$

где $A(j)$ и l задается формулами (11)-(15).

Средняя длительность интервала разгрузки равна

$$E(\omega)=\frac{N\lambda\upsilon}{N\lambda\upsilon+\sigma}\left[(N-1)\upsilon-\frac{1-\sigma}{\lambda}+\frac{1}{2}\frac{E(B^2)}{\upsilon}\right],\quad(22)$$

где $\frac{1}{\sigma}=\sum_{l=0}^{N-1}\binom{N-1}{l}\frac{1}{F(l)}$.

Перепишем равенство (22) в виде

$$E(\omega)/\upsilon=N-f(1-l)/\upsilon,\quad(23)$$

где $f=\upsilon+1/\lambda-E(B^2)/2\upsilon$.

Представляет интерес анализ результата (23) при $\rho^*>>1$ и больше N.

Применяя те же соотношения, что и в случае анализа функции $E(m)$, получаем

$$E(\omega)/\upsilon\approx N(1-1/\rho^*)-1+E(B^2)/2\upsilon^2,\quad(24)$$

то есть график $\varepsilon(\omega)/\upsilon$ асимптотически стремится к прямой, вид которой зависит от второго момента функции распределения времени обработки $E(B^2)$.

Тогда при больших ρ^* значение $E(\omega)/\upsilon$ можно вычислить по формуле (24).

Полученные зависимости показывают, что при работе любого узла в режиме большой нагрузки его параметры связаны линейными зависимостями. Этот результат позволяет резко упростить вычисления при синтезе управляющего вычислительного комплекса САПРТЭП, а также получить зависимости, позволяющие определить в явном виде параметры процессов в различных узлах маршрутов передачи информации в предположении, что известны точные характеристики, как процесса появления запросов, так и параметров обработки, причем на эти характеристики накладывались определенные ограничения.

Однако эти зависимости были получены для случая выполнения обработки и передачи информации в узле, нагрузка на который $\rho<1$ и только в отдельные моменты времени может приобретать значение $\rho>1$ с последующим обязательным возвращением к значениям $\rho<1$.

Учитывая, что в комплексе технических средств таких узлов достаточно много, особый интерес представляет случай, когда в критических ситуациях $(\rho>1)$ находятся несколько или все узлы системы. Не снижая общности рассуждений, выделим на любом маршруте m таких узлов с номерами $m_1, m_2,..., m_n$ (n в общем случае $\to\infty$). Рассмотрим совместное поведение этих узлов.

Введем в рассмотрение следующую последовательность временных интервалов t [бесконечную матрицу]:

$$\left.\begin{array}{l}\tau_{j1}^{l},...,\tau_{j1}^{S}\\ \tau_{j2}^{l},...,\tau_{j2}^{S}\\ \dots\dots\dots\dots\\ \tau_{jn}^{l},...,\tau_{jn}^{S}\end{array}\right\},\quad(25)$$

где τ_{jn}^{l} – интервалы времени между поступающими запросами;

τ_{jn}^{S} – интервалы времени обработки;

n – номер узла;

j – номер цикла взаимодействия и номер элемента в этой последовательности.

Обозначим также через $M^{\beta}(\tau)$ момент порядка b от случайной величины t.

Введем следующее предположение для функции распределения:

$$\left.\begin{array}{l}\rho(\tau_{jn}^{S}>\chi)=exp(-\alpha_n\chi);\\ M\tau_{jn}^{S}=1/\alpha n;\\ \dfrac{M\tau_{jn}^{l}}{M\tau_{jn}^{S}}=d_n\alpha_n\to 0\qquad \text{при } m_n\to\infty\end{array}\right\}\quad(26)$$

где α_n и d_n – некоторые произвольные постоянные. Рассмотрим установившийся процесс, поэтому вместо условия $n\to\infty$ будем писать эквивалентное условие $m\to\infty$. В системе уравнений (26) отношение $M\tau^S/M\tau^l=1/\alpha d$ показывает, во сколько раз интенсивность входного потока в любом узле больше его пропускной способности.

Очевидно, чтобы уменьшить число теряемых вызовов, количество каналов m должно быть сравнимо с $1/\alpha d$.

Введем параметр $\rho^*=1-m\alpha d$. Здесь всегда $\rho^*<0$, что означает, что система полностью загружена, если же $\rho^*>0$ – система недогружена.

Введем случайную величину $\xi = m\alpha\tau^{l}$ такую, что $M_{\varsigma} = (1-\rho^*)_{\beta}$ – момент с номером *m*. Обозначим $M_{\beta} = M^{\beta}, 1 < \beta \le 2$;

$$\varphi(t) = Me^{-tr} = \int_0^{\infty} e^{-t_{max}} P(\tau^l)d\chi;$$

$$r(t) = (1-t)[1-\varphi(t)]/t\varphi(t).$$

Определим вероятность отказа в выполнении обработки как:

$$P = P_m = \lim_{k\to\infty} P(q_k = m).$$

Тогда:

1. Если $\rho^* > \varepsilon$ (*e* – любое, не зависит от *n*), при $m \to \infty$ и $\varepsilon > 0$

$$P \sim \rho^*;$$

2. Если $M_{\beta} < C$ (*C* – не зависит от *n*), то последнее соотношение справедливо и в том случае, когда $\rho^* \to 0$, но так, чтобы $\rho^* \sqrt{m} \sim V$, $M = M_2 / 2 < C$;

3. Если $\rho_m{}^{*(\beta-1)/\beta\to\infty}$, $1 < \beta \le 2$, то

$$P \sim \sqrt{M/2\Pi m}\, exp(-\frac{V^2}{2M})\Phi^{-1}(-V\sqrt{M}) \sim$$

$$\sim \rho^* \Phi(-V\sqrt{M})\left[\frac{V}{\sqrt{M}}\Phi\left(-\frac{V}{\sqrt{M}}\right)\right]^{-1},$$

где *Φ* – функция нормального распределения с параметрами *(0,1)*.

Используя утверждение 3, можно показать, что если существуют моменты более высоких порядков, то для них существуют соотношения, аналогичные утверждениям 2 и 3. Физический смысл этих утверждений следующий.

Если $\rho < \varepsilon$, то это означает, что все рассматриваемые узлы системы на данном маршруте загружены и практически не простаивают. Очевидно, что за достаточно большое время эти узлы успевают обработать примерно $mt/M\tau^2$ запросов. Доля необработанных запросов составит

$$\frac{(t/M\tau^l)-(t_m/M\tau^S)}{t/M\tau^l} = 1 - \frac{mM\tau^l}{M\tau^S} = 1 - md\alpha = \rho,$$

Смысл утверждения 2 состоит в том, что при $\rho\sqrt{m} \sim V$ число свободных узлов (нормированных величиной $\sqrt{m}$) ведет себя во времени как некоторый диффузионный процесс с отражением, аналогичный рассматриваемому в системе "гибель-размножение" [3]. Причем для этого случая в соответствии с общим результатом [2] возможно применение для расчета параметров узлов формул в явном виде.

Утверждение 3 – это способ определения минимальных потерь запросов в системе. Докажем утверждения 1-3 по методике [2]. Для доказательства используем известные в теории массового обслуживания соотношения для вероятности отказа обработки в канале [3]

$$P = \left(\sum_{j=0}^{m} A_j\right)^{-1}, \tag{27}$$

где $A_0 = 1$; $A_j = \binom{m}{j}\prod_{k=1}^{j}\frac{1-\varphi(k/m)}{\varphi(k/m)}$;

$\varphi = M\, exp(-\alpha\tau_k^l)$, $j = 1,\dots,m.$

Рассмотрим отношение двух соседних слагаемых в соотношении (27)

$$r_j = \frac{A_j}{A_{j-1}} = \frac{m-j+1}{j}\cdot\frac{1-\varphi(j/m)}{\varphi(j/m)} = r\left(\frac{j}{m}\right)\left(1+\frac{1}{m-j}\right). \tag{28}$$

Из (28) следует, что функция $r(t)$ регулярна в интервале $b(0,1]$, непрерывна при $T = 0$, $r(0) = 1-\rho^*$. Покажем, что $r(t)$ монотонна при $\rho^* > 0$.

Учтем, что на интервале *(0, 1]* $r(t) < 1$. Это следует из того, что $r(0) < 1$, а уравнение $\varphi(t) = 1-t$, эквивалентное в области *t>0* уравнению $r(t) = 1$, не имеет положительных решений. Функция $\varphi(t)$ выпукла вниз. Поэтому в равенстве $[1-\varphi(t)]/t = -\varphi'(t)$ в диапазоне *0<t<1* выполняется монотонность $\tau = \tau(t)$. Кроме того, $-\varphi'(\tau)$ также монотонна и

$$-\varphi'(t) < -\varphi'(\tau) = \frac{1-\varphi(t)}{t} < \frac{\varphi(t)}{1-t};$$

$$\left[\frac{1-t}{\varphi(t)}\right]' = \frac{-\varphi(t)-(1-t)\varphi'(t)}{\varphi^2(t)} < 0.$$

Таким образом, $r(t)$ – произведение двух монотонно убывающих сомножителей.

Такое же заключение можно сделать о функции

$$r_1(t) = (1-t)[1-\varphi_1(t)]/t\varphi_1(t)$$

при $\rho^*_1 = 1 - M\xi_1 > 0$,

где $\xi_1 = (m+1)\xi/m$; $\varphi_1(t) = Me^{-t\xi S'}$.

Очевидно, что отношение r_j может быть записано в виде

$$r_j = r_1(j/m+1).$$

Для вычисления суммы (27) учтем, что

$$M\beta = M_{\xi}^{\beta} < C;\ 1 < \beta \le 2;$$

$$(\rho_1^* m)^{(\beta-1)/\beta} \to 0.$$

Тогда $M_{\xi 1}^{\beta} < C$; $(\rho_1^* m)^{(\beta-1)/\beta} \to \infty$;

$r_1(t) = 1-\rho_1^* + t^{\beta-1}M(t)$,

где $0 \ge M(t) \ge -C$ при $0 \le t \le 1$.

Имеем:

$$ln\,A_j = \sum_{k=1}^{j} ln\,r_1\begin{pmatrix} k \\ m+1 \end{pmatrix} = j\,ln(1-\rho_1^*) + \varepsilon_{jm}.$$

Случай $\limsup_{m\to\infty} \rho^* = 1$ исключается, и поэтому

$$|\varepsilon_{jm}| < Cj^{\beta}/m^{\beta-1} \le C\left[m^{\beta-1}(\rho_1^*)^{-\beta}\right]^{1/2}/m^{\beta-1} \to 0.$$

Тогда ;

$$\sum_{j=j_0+1}^{m} A_j < \sum_{j=j_0+1}^{m} (1-\rho_1^*)^j < (1-\rho_1^*)^{j_0}/\rho_1^*.$$

$$\sum_{j=0}^{j_0} A_j = \sum_{j=0}^{j_0} (1-\rho_1^*)^j e^{\varepsilon_{jm}} = \frac{1-(1-\rho_1^*)^{1+j_0}}{\rho_1^*}[1+O(1)].\quad(29)$$

Учитывая, что $j_0 \ln(1-\rho_1^*) < -j_0\rho_1^* = -(m^{\beta}\rho_1^*)^{1/2} \to \infty$,

Получим

$$\sum_{j=0}^{m} A_j = \frac{1}{\rho_1^*}[1-O(1)] = \frac{1}{\rho_1^*}[1+O(1)].\quad(30)$$

При $\rho^* > \varepsilon$ (30) может быть получено как следствие (29) и того факта, что $r_j \sim 1-\rho^*$ при $j/m \to \infty$. Таким образом, утверждение 1 доказывается.

Для доказательства положений 2 и 3 введем интегральное представление для суммы $\sum_{j=0}^{m} A_j$.

Имеем

$$ln\begin{pmatrix} m \\ j \end{pmatrix} = ln\sqrt{\frac{m}{2\pi j(m-1)}} - j\,ln\frac{j}{m} - (m-j)ln(1-\frac{j}{m}) + R_m - R_j - R_{m-j} =$$
$$= ln\sqrt{\frac{m}{2\pi j(m-j)}} + m\int_0^{jm} ln\frac{1-t}{t}dt + R_m - R_j - R_{m-j},\quad(31)$$

где R_n – остаточный член в формуле Стирлинга для $\ln n!$. Тогда

$$ln\prod_{k=1}^{j}\frac{1-\varphi(k/m)}{\varphi(k/m)} = \sum_{k=1}^{j} ln\frac{1-\varphi(k/m)}{(k/m)\varphi(k/m)} + \sum_{k=1}^{j} ln(k/m).$$

Функция $D(t) = ln\{[1-\varphi(t)]/t\varphi(t)\}$ имеет на (0, 1] непрерывную и ограниченную производную $\varphi''(0) < C$. Поэтому равномерна по k функция

$$m\int_{(k-1)/m}^{k/m} B(t)dt = B(k/m) - \frac{1}{2m}B'(k/m) + O(1/m).$$

В этом случае

$$ln\prod_{k=1}^{j}\frac{1-\varphi(k/m)}{\varphi(k/m)} = m\int_0^{j/m} ln\frac{1-\varphi(t)}{\varphi(t)}dt +$$
$$+\left(\sum_{k=1}^{j} ln\frac{k}{m} - m\int_0^{j/m} ln\,t\,dt\right) + \frac{1}{2}\left[B\left(\frac{j}{m}\right) - B(O)\right] + O(t)$$

равномерна по j.

Используя (31) и

$$B(o) = ln M\xi_1\, ln(j!m^{-j}) - m\int_0^{j/m} ln\,t\,dt = ln\sqrt{2\pi j} + Rj,$$

находим

$$ln\,A_j = \frac{1}{2}ln\frac{1-\varphi(j/m)}{(j/m)(1-j/m)\varphi(j/m)M\xi} +$$

$$+ m\int^{jm} ln\,r(t)dt + o(t) - R_{m-\xi}.$$

Потенцируя, получаем

$$A_j = C(j/m)e^{mJ(j/m)}[1+o(1)-R_{m-j}].\quad(32)$$

где A_j равномерно по $j = 0,1,...,m-1.$

В (32) обозначено

$$C(t) = \frac{1}{1-t}\sqrt{r(t)/M_{\varepsilon}};$$

$$J(t) = \int_0^r ln\,r(u)du.$$

При $j = m$ находим

$$A_m = \sqrt{2\pi\frac{1-\varphi(1)}{\varphi(1)M_{\varepsilon}}\cdot e^{mJ(1)}\cdot[1+o(1)]}.\quad(33)$$

Обратимся к (27). Пусть $M_{\varepsilon} = 1-\rho^* > 1$. Тогда $\varphi'(o) < -1$, и уравнения $\varphi(t) = 1-t$, $r(t) = 1$ имеют единственный положительный корень $\mu > 0$. Тогда μ – точка максимума функции $J(t)$, так как

$$J'(t) = ln\,r(\mu) = 0;$$

$$J''(\mu) = r(\mu) = -[1-\varphi'(\mu)]/\mu\varphi(\mu) < 0.$$

При этом $\varphi'(\mu)$ будет близка к -1, когда ρ^* мало. При $\rho^* \to 0$

$$\mu = -2\rho^*/M^2\xi + o(\rho^*) = -\rho^*/M + o(\rho^*);$$

$$J''(\mu) = -M + o(1).\quad(34)$$

$J''(\xi)$ равномерно ограничена сверху отрицательной постоянной. Других экстремумов

$J(t)$ не имеет на интервале (0, 1). Поэтому при $\varepsilon_1 > 0$ и $\varepsilon > 0$ $J(t) < J(\mu) - \varepsilon_1$ вне интервала $(\mu - \varepsilon, \mu + \varepsilon)$, принадлежащего (0, 1]. Из ограниченности M следует, что при некотором $C > 0$ $\varphi(1) > C$ и $\mu < 1 - C$. Поэтому для любых ε, B, удовлетворяющих неравенствам $0 \le b \le \mu - \varepsilon$ и $\mu + \varepsilon < B < 1$, имеем

$$\sum_{j=0}^{m} A_j = \sum_{j=bm}^{Bm} C(j/m)e^{mJ(j/m)}[1 + o(1)].$$

Используя метод Лапласа для вычисления этой суммы

$$m\int_{j/m}^{(j+1)/m} h(t)C(t)e^{mJ(t)}dt = C(j/m)e^{mj(j/m)}[1 + o(1)],$$

где $h(t) = J'(t)[e^{J'(t)} - 1]^{-1}$.

Тогда

$$\sum_{j=bm}^{Bm} A_j = m\int_b^B h(t)C(t)e^{mJ(t)}dt[1 + o(1)].$$

При $\mu > \varepsilon$

$$P^{-1} = mC(\mu)e^{mJ(\mu)}\sqrt{\frac{2\pi}{m / J''(\mu)}} \cdot [1 + 0(1)].$$

При $\mu \to 0 \quad (\rho^{\alpha} \to 0)$

$$P^{-1} = mC(o)e^{mJ(\mu)}\sqrt{\frac{2\pi}{m / J''(\mu)}} \cdot \Phi\left[\mu\sqrt{m \mid J''(\mu)}\right].$$

Используя равенство (34) и $C(0) = 1$,

$$J(\mu) = \mu ln(1-\rho^*) - \mu^2 M/2 + o(\mu)^2 = (\rho^*)^2/2M + o[(\rho^*)^2].$$

Если $-\rho^*\sqrt{m} \to \infty$, то

$$P^{-1} = \sqrt{2\pi m / Me^{mJ(\mu)}}[1 + o(1)].$$

Остался случай $M \quad \xi \quad \le \quad 1$, $M\xi \to 1$.

Здесь

$$P^{-1} = m\int_0^{\varepsilon} h(t)C(t)e^{mJ(t)}dt[1 + o(1)].$$

Обозначая через $J''(o) = -D^2$, $J'(o) = -\alpha^* D^2 < 0$, получим

$$mJ(t) = -\frac{m}{2}[D^2t^2 - 2J'(o)t + mt^2\varepsilon(t)] =$$

$$= -\frac{mD^2}{2}(t + \alpha^*)^2 + \frac{mD^2(\alpha^*)^2}{2} + mt^2\varepsilon(t);$$

где $\varepsilon(t) \to 0$ при $t \to 0$. Тогда, учитывая, что изменение $N \to \infty$ настолько медленное, что $N^2\varepsilon(N/\sqrt{m}) \to 0$ получаем

$$P^{-1}\sqrt{m}exp[mD(\alpha^*)^2/2]\{\int_{\alpha^*\sqrt{m}}^{\infty} exp(-D^2u^2/2)du + \int_{\alpha^*\sqrt{m}+2N}^{(\alpha^*+\sigma)\sqrt{m}} exp[-D^2u^2/2 +$$

$$+\varepsilon\left(\frac{u}{\sqrt{m}}\alpha^*\right)\left(u - \alpha^*\sqrt{m}\right)du]\} \cdot [1 + o(1)],$$

где во втором интеграле $(u > \alpha^*\sqrt{m} + 2N)$

$$-\frac{D^2u^2}{2} - \varepsilon\left(\frac{u}{\sqrt{m}} - \alpha^*\right)\left(u - \alpha^*\sqrt{m}\right)^2 < -\frac{D^2}{2}\left(\alpha^*\sqrt{m} + N\right)^2 - \frac{D^2}{4}\left(u - \alpha^*\sqrt{m} - 2N\right)^2.$$

Учитывая, что

$$exp\left\{-\frac{D^2}{2}(\alpha^*\sqrt{m} + N)^2\right\} = o\left\{\frac{1}{\alpha^*\sqrt{m}}exp\left[-\frac{mD^2(\alpha^*)^2}{2}\right]\right\},$$

окончательно получим

$$P^{-1} = \sqrt{\frac{2\pi m}{|J''(o)|}}exp\left(-\frac{m[J'(o)]^2}{2J'(o)}\right)\Phi\frac{J'(o)\sqrt{m}}{\sqrt{|J''(o)|}}[1 + o(1)].$$

В частности, при $\rho^* \sim V\sqrt{m}$,

$V \ge o[J'(o) = ln(1 - \rho^*), J''(o) = M + o(1)]$,

получим

$$P^{-1} = \sqrt{\frac{2\pi m}{M}}exp(V^2/2M)\Phi\left(-\frac{V}{\sqrt{M}}\right)[1 + o(1)].$$

При $\rho^*\sqrt{m} \to \infty$ в соответствии с предыдущим $m(\alpha^*)^2 \to \infty$ и $P^{-1} \sim 1/\alpha^* D^2 \sim 1/\rho^*$ положения 2 и 3 доказаны.

На основании вышеизложенного можно сделать следующее заключение или выводы, что анализ параметров процесса в узле САПРТЭП и полученные зависимости в виде математических моделей показывают, что при работе узла в режиме большой нагрузки, его параметры связаны линейными зависимостями и этот результат позволяет резко упростить вычисления вычислительного комплекса системы САПРТЭП авиационного производства, а для определения предельных характеристик процессов в сложных информационных узлах САПРТЭП *необходимо и достаточно* вычислить сумму потоков, их распределение по очереди в обработку с использованием метода Лапласа и выравниванием функции *Д(t)*, и определением максимума функции *J(t)* с положительным корнем $m > 0$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Попов П.М., Соколова О.Ф.* Проектно-технологические и управленческие функции по конструкции самолета (ЛА). Правила их формулирования: Учебное пособие с грифом УМО АРК, Ульяновск: Венец, УлГТУ, 2002. 272 с.
2. *Павлов В.В.* Математическое обеспечение САПР в производстве летательных аппаратов. М.: МФТИ, 2008.
3. *Попов П.М.* Оптимизация технических решений проектирования и управления на основе экономико-математических методов анализа. Монография. Улья-

новск: УлГТУ, 2000.
4. *Попов П.М.* Организация информационного тезауруса по конструкции самолета. Монография. Ульяновск: УлГТУ, 2001.

DEVELOPMENT AND THE ANALYSIS OF SYSTEM PARAMETERS OF INITIAL PROCESS IN UNIT OF SYSTEMS OF THE AUTOMATED DESIGNING TECHNICAL AND ECONOMIC PROCESSES ON FUNCTIONING TIME

 N.S. Gavrilov, M.V. Savin, I.A. Popov, O.A. Verushkin, P.M. Popov

Institute of Aviation Technologies and Managements,
Ulyanovsk State Technical University

In present clause authors develop and spend the analysis of system parameters of initial processes in unit SAPRTEP on function of time in vicinities of a point with the loading equal to unit and estimate limiting behavior of the received dependences with speed of the equal infinity depending on function on length of the period or turn. Calculation of a waiting time of processing of operating programs in SAPRTEP,authors result, being based on $W_i(t)$ time necessary for full processing of all inquiries, attached to turn of processing till the moment of initial process of time of loading, etc.
Keywords: process initial; the theory of restoration; function making; process of restoration; research exact; function of distribution; the program the managing director and a route information.

Nikolayi Gavrilov , Graduate Student, Assistant Lecturer at the Aircraft Construction Department.
E-mail: nikolasss88@rambler.ru
Maxim Savin, Senior Lecturer at the Aircraft Construction Department.
Ilya Popov, Graduate Student.
Oleg Verushkin, Engineer.
Petr Popov, Doctor of Technics, Professor at the Aircraft Construction Department. E-mail: pmpopov2008@rambler.ru