

УДК 519.6, 543.421/.422

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СПЕКТРАЛЬНОГО КОНТУРА НА НАКЛОННОМ ПЬЕДЕСТАЛЕ С ПОМОЩЬЮ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗА

© 2013 А.К. Чернышов, Е.А. Воронцова

Самарский филиал Физического института им. П.Н. Лебедева РАН

Поступила в редакцию 15.01.2013

Описана методика обработки сигнала диодно-лазерного спектрометра, представляющего собой контур поглощения на наклонном пьедестале. Основанный на непрерывном вейвлет-преобразовании подход позволяет, без проведения прямых измерений, определять тип спектрального уширения и ширину исследуемого контура. Работоспособность процедуры продемонстрирована с помощью обработки синтезированных на компьютере модельных сигналов спектрометра с добавлением "белого" шума.

**Ключевые слова:** непрерывное вейвлет-преобразование, контур спектральной линии, диодно-лазерная спектроскопия.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Благодаря простоте осуществления спектральной перестройки выходного излучения, диодные лазеры (ДЛ) получили широкое распространение в спектроскопии в качестве источников зондирующего излучения [1]. В подобных приложениях спектральную перестройку излучения ДЛ обычно выполняют путем изменения рабочего тока, что вызывает изменения не только оптической частоты, но и интенсивности. В результате при записи спектра поглощения, контуры молекулярных линий расположены на изменяющемся с длиной волны (в общем случае по сложному закону) пьедестале. Поскольку переменный пьедестал затрудняет извлечение спектроскопической информации из профиля молекулярной линии, то были развиты методики [2, 3], которые ценой усложнения регистрирующей аппаратуры устранили его влияние. К сожалению, в рамках аппаратного подхода неизбежно теряются компактность конструкции и простота юстировки — основные преимущества диодно-лазерной спектроскопии.

Альтернативный подход, не меняющий базовую конфигурацию ДЛ-спектрометра, может быть основан на современных методах цифровой обработки сигналов. Например, в работе [4] с помощью непрерывного вейвлет-преобразования (НВП) были идентифицированы доплеровский и лоренцевский типы спектральных контуров и определены их параметры по сигналу на горизонтальной базовой линии. Поскольку вейвлеты разных масштабов в некотором смысле

аналогичны полосовым фильтрам различной спектральной ширины, можно предполагать, что НВП-методика позволит выделить относительно быстрые сигнальные компоненты на фоне медленно изменяющегося пьедестала. Цель данной работы заключалась в проверке возможности идентификации с помощью НВП-методики контура молекулярной линии при наличии в сигнале наклонного пьедестала и сильных случайных шумов.

## 2. ОПИСАНИЕ МЕТОДИКИ

### 2.1. Идентификация контура Доплера

Согласно базовой методике [4, 5] для определения профиля исследуемого сигнала  $f(x)$  необходимо найти его вейвлет-проекцию  $D(a,b)$

$$D(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\psi(x-b,a)dx, \quad (1)$$

где  $\psi(x-b,a)$  — преобразующий вейвлет;  $x$  — отстройка от центра линии;  $a$  и  $b$  — частотный масштаб и сдвиг. Затем для дискретного набора масштабов  $a_k$  определяются значения сдвига  $b_{0k}$ , при которых вейвлет-проекция  $D(a,b_0)$  обращается в ноль. Полученные пары чисел  $(a_k, b_{0k})$  дают координаты точек характеристической линии, по параметрам которой можно идентифицировать тип профиля сигнала  $f(x)$ . В работах [4, 6] показано, что для модельного сигнала  $f_D(x)$  с полушириной на полувысоте  $\sigma_D$  и нормированным доплеровским профилем, задаваемым выражением

$$f_D(x, \sigma_D) = \exp\left(-\ln 2 \frac{x^2}{\sigma_D^2}\right), \quad (2)$$

при использовании доплеровского (гауссовского) вейвлета вида

Чернышов Александр Константинович, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории когерентной оптики.

E-mail: chak@fian.smr.ru.

Воронцова Екатерина Александровна, инженер лаборатории когерентной оптики. E-mail: cat.chernyshova@fian.smr.ru

$$\Psi_D(x - b, a) = \frac{\partial}{\partial x} f_D(x - b, a), \quad (3)$$

зависимость координаты  $b_0$  “нулевой” точки проекции  $D(a, b_0)$  от масштаба  $a$  будет удовлетворять условию

$$b_0^2 = \frac{1}{2 \ln 2} (a^2 + \sigma_D^2). \quad (4)$$

Уравнение (5) задает в координатах  $(a^2, b_0^2)$  характеристическую прямую ориентированную под углом  $36^\circ$  к горизонтальной оси, и отсекающую на вертикальной оси отрезок пропорциональный  $\sigma_D^2$  (рис. 1e). Таким образом, если “нули” доплеровской вейвлет-проекции (1) от произвольного сигнала  $f(x)$ , определяют точки с координатами  $(a_k^2, b_{0k}^2)$ , которые хорошо ложатся на характеристическую прямую с углом наклона к горизонтальной оси  $36^\circ$ , то анализируемый профиль представляет собой контур Доплера. Кроме того, по величине вертикального смещения характеристической прямой контура  $f(x)$  можно оценить его полуширину  $\sigma^2$  без про-

ведения прямых измерений, что важно при анализе зашумленных сигналов.

Исследуем с помощью описанного подхода сигнал ДЛ-спектрометра, представляющий контур поглощения на наклонном пьедестале (рис. 1a). Для аналитического описания подобного сигнала воспользуемся законом Бугера в предположении малого поглощения в газе

$$F(x) = (1 + sx)(1 - Af(x)), \quad (5)$$

где  $A$  – поглощение в центре нормированного профиля  $f(x)$ , который задается в данном случае выражением (2). При выводе (5) предполагалось, что лазерная интенсивность, падающая на ячейку с газом, линейно изменяется с оптической частотой. Это учитывает выражение в первых круглых скобках, содержащее коэффициент  $s$  равный скорости изменения лазерной интенсивности от частоты. Использование простейшей линейной зависимости обосновано тем, что с точки зрения выделения полезного сигнала  $f(x)$  значение имеет не конкретный вид пьедестала, а небольшая скорость изменения его амплитуды при пере-

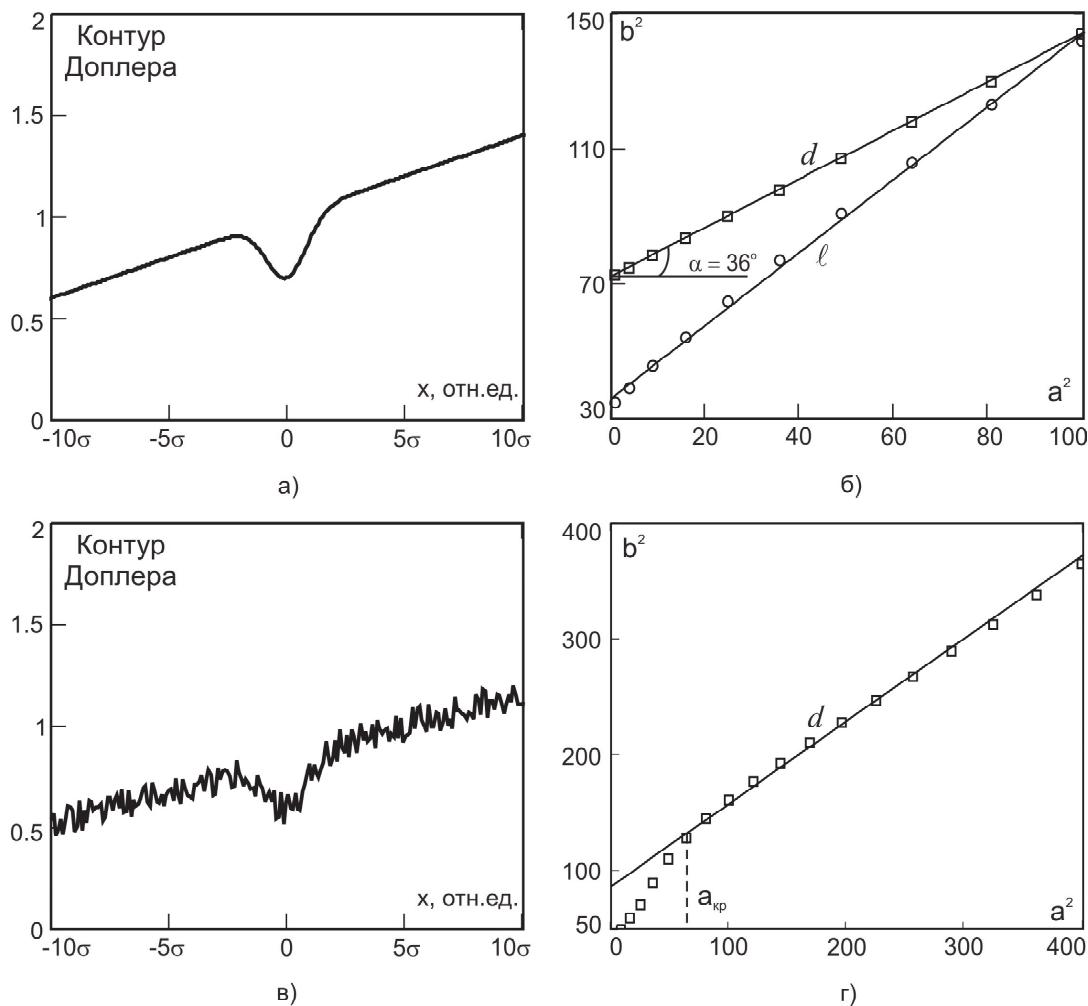


Рис. 1. Идентификация доплеровского контура:

а – сигнал на наклонном пьедестале ( $A_D = 0,3$  усл. ед.;  $\sigma_D = 10$  усл. ед;  $s = 0,004$ ); б, г – зависимость нулевых точек вейвлет-проекций  $b_0$  от масштаба  $a$ ; в – сигнал, содержащий “белый” шум.

Прямые линии  $d$  и  $l$  построены с помощью МНК по координатам численно рассчитанных точек

стройке лазерной частоты. С другой стороны, расчеты и интерпретация результатов для линейного случая проще.

Поскольку предполагается идентифицировать доплеровский контур на наклонном пьедестале, то при вычислении вейвлет-проекции (1) от  $F(x)$  в качестве преобразующего вейвлета по-прежнему использовалась функция (3). В результате для “нулей” доплеровской вейвлет-проекции  $D(a, b_0)$  от сигнала (5) был получен набор характеристических точек с координатами  $(a_k^2, b_{0k}^2)$ . Затем рассчитанные точки были аппроксимированы по методу наименьших квадратов прямой  $d$  (рис. 1б). Как видно из рисунка наклон подгоночной прямой  $d$  равен  $36^\circ$ , т.е. наклону характеристической прямой (4) для нормированного контура Доплера на горизонтальном пьедестале. Длина отрезка, отсекаемого прямой  $d$  на оси ординат соответствует, как и ожидалось из (4), величине  $0,72 \sigma_D^2$ , где  $\sigma_D = 10$  усл.ед. полуширина использованная в модельном контуре (2). Для сравнения на рис. 1б также представлены результаты применения процедуры НВП-идентификации к сигналу (5), когда в качестве профиля  $f_L(x)$  используется нормированный лоренцевский профиль (6) с тем же значением полуширины  $\sigma_L$ . Видно, что в этом случае прямая  $\ell$  аппроксимирующая расчетные характеристические точки имеет отличный от  $36^\circ$  угол наклона к горизонтальной оси и отсекает на оси ординат отрезок, не согласующийся со значением полуширины профиля.

При моделировании реальных сигналов ДЛ-спектрометра в выражение (5) добавлялся “белый” шум с  $SNR \approx 2$  (рис. 1в). Видно, что случайный шум содержит заметные высокочастотные компоненты, на которые должны реагировать мелко масштабные вейвлеты. Результаты применения к зашумленному сигналу методики непрерывного вейвлет-преобразования представлены на рис. 1г. Как и предполагалось “нулевые” точки вейвлет-проекций больших масштабов  $a$ , по-прежнему хорошо укладываются на характеристическую прямую  $d$  для доплеровского контура. Тогда как в области малых  $a$  наблюдаются заметные отклонения расчетных точек от прямой  $d$ . Подобное поведение “нулевых” точек может быть качественно объяснено тем, что добавленный шум содержит высокочастотные спектральные компоненты, сопоставимые по амплитуде с аналогичными компонентами контура  $f_D(x)$ . В результате, формы мелко масштабных вейвлет-проекций исказжаются и, как следствие, изменяются значения сдвигов  $b_0$ , при которых  $D(a, b_0)$  обращаются в ноль. В дальнейшем “нулевые” точки соответствующие искаженным вейвлет-проекциям для  $a < a_{kp}$  были отброшены, а для остальных определены следующие параметры аппроксимирующей пря-

мой: наклон  $\operatorname{tg} \alpha = 0,70 \pm 0,05$ ; сдвиг или полуширина  $\sigma_D = 10,0 \pm 0,5$  усл.ед. В пределах погрешности полученные значения соответствуют наклону доплеровской характеристической прямой (4)  $\operatorname{tg} \alpha = 0,72$  ( $\alpha = 36^\circ$ ) и используемой в расчете полуширине модельного контура (3)  $\sigma_D = 10$  усл.ед.

## 2.2. Идентификация контура Лоренца

Применим описанную выше НВП-методику к нормированному лоренцевскому контуру задаваемому выражением

$$f_L(x, \sigma_L) = \frac{\sigma_L^2}{x^2 + \sigma_L^2}, \quad (6)$$

где  $\sigma_L$  – полуширина на полувысоте. Используемая в (1) преобразующая вейвлет-функция, определялась, как в предыдущем случае через производную от исходного контура

$$\psi_L(x - b, a) = \frac{\partial}{\partial x} f_L(x - b, a). \quad (7)$$

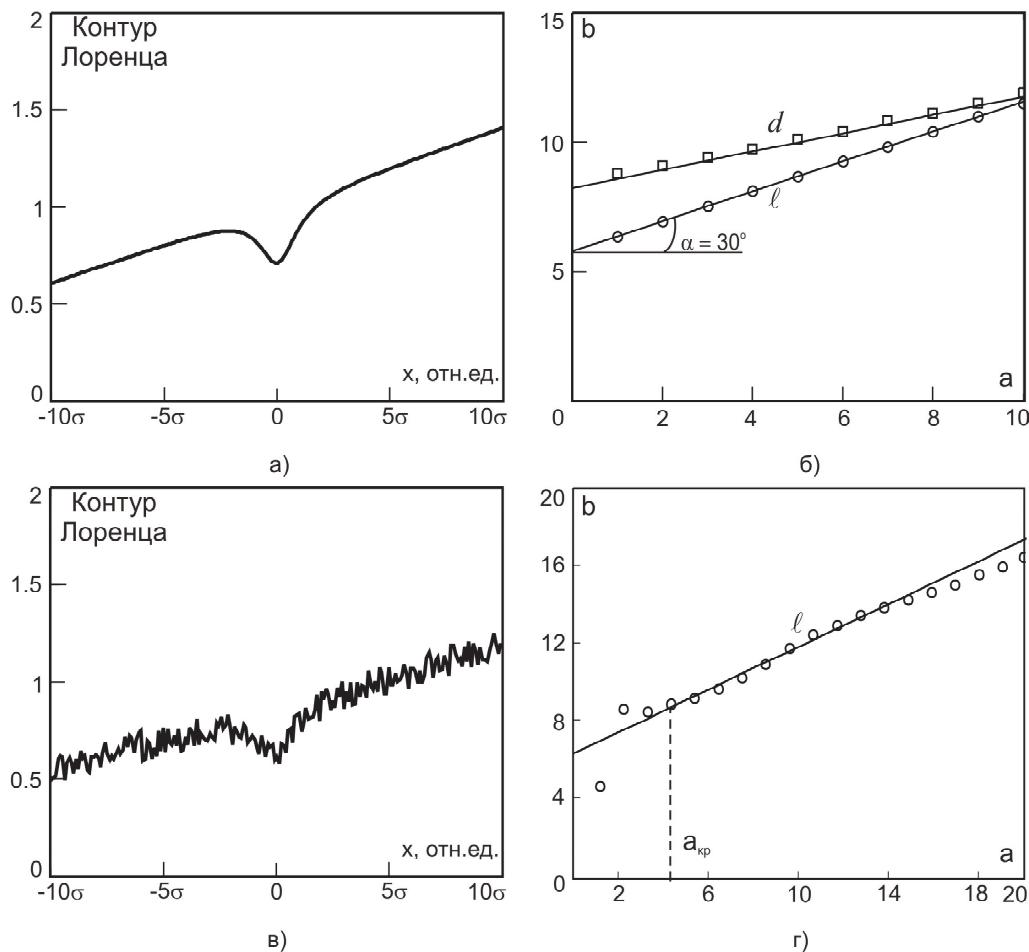
В работах [4, 7] получено, что аналитическое выражение для характеристической прямой, соответствующей лоренцевскому контуру с горизонтальным пьедесталом имеет вид

$$b_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}(a + \sigma_L). \quad (8)$$

Уравнение (8) в координатных осях  $(a, b_0)$  определяет прямую с углом наклона  $\alpha = 30^\circ$ , отсекающую на оси ординат отрезок длиной  $0,577 \sigma_L$ .

Теперь проанализируем сигнал ДЛ-спектрометра с лоренцевским профилем  $f_L(x)$  (6) на наклонном пьедестале (рис. 2а), который вновь моделировался выражением (5). Результаты численных расчетов, демонстрирующие возможность идентификации лоренцевского профиля по сигналу на наклонном пьедестале с помощью вейвлета Лоренца приведены на рис. 2б. Видно, что рассчитанные “нулевые” точки аппроксимируются прямой  $\ell$ , у которой угол наклона и сдвиг точно соответствуют параметрам характеристической прямой (8) для нормированного контура Лоренца с полушириной  $\sigma_L = 10$  усл.ед. на горизонтальном пьедестале. Для сравнения на рис.-2б представлены результаты, рассчитанные по лоренцевским вейвлет-проекциям сигнала (5), когда в качестве  $f(x)$  использовался нормированный доплеровский профиль (2) с тем же значением полуширины  $\sigma_D$ . В этом случае параметры аппроксимирующей прямой  $d$  не соответствуют параметрам характеристической прямой (8).

В конце был протестирован лоренцевский сигнал на наклонном пьедестале  $F(x)$  с дополнени-



**Рис. 2.** Идентификация лоренцевского контура:

а – сигнал на наклонном пьедестале ( $A_L=0,3$  усл.ед.;  $\sigma_L=10$  усл.ед.;  $s=0,004$ ); б, г – зависимость нулевых точек вейвлет-проекций  $b_0$  от масштаба  $a$ ; в – сигнал содержащий “белый” шум.

Прямые линии  $d$  и  $l$  построены с помощью МНК по координатам численно рассчитанных точек

тельными шумами (рис. 2в). На рис. 2г представлены соответствующие “нулевые” точки и аппроксимирующая их прямая с параметрами: наклон  $\tan \alpha = 0,60 \pm 0,05$ ; полуширина  $\sigma = 10,0 \pm 1,0$  усл.ед. В пределах погрешности полученные значения соответствуют наклону лоренцевской характеристической прямой (8)  $\tan \alpha = 0,577$  и используемой в расчете полуширине модельного контура (6)  $\sigma_L = 10$  усл.ед.

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведен анализ синтезированных на компьютере модельных сигналов с переменным пьедесталом, характерных для диодно-лазерной спектроскопии. С помощью непрерывного вейвлет-преобразования, выполненного с использованием соответствующих вейвлетов, продемонстрирована идентификация типа спектрального контура (доплеровский или лоренцевский) и определена его полуширина. Тем самым выполнено расширение НВП-методики [4] на случай обработки спектров поглощения с переменным пьедесталом.

Показано, что работоспособность данного метода обработки сигналов сохраняется и при добавлении случайных шумов вплоть до уровня  $SNR \approx 2$ . Это означает, что применение НВП-методики позволит повысить обнаружительную способность простых, надежных диодно-лазерных спектрометров без внесения каких-либо изменений в их конфигурацию.

В заключение авторы благодарят д.ф.-м.н. Абрамочкина Е. Г. за обсуждение работы, высказанные ценные замечания, а также помочь в выполнении расчетов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Near- and mid infrared laser-optical sensor for gas analysis / P. Werle, F. Slemr, et al. // Optics and Lasers in Engineering, 2002, v.37, p.101-114.
2. Carlisle C.B., Cooper D.E. Tunable-diode-laser frequency-modulation spectroscopy using balanced homodyne detection // Opt.Letters, 1989. V.14(23). Pp.1306-1308.
3. Wavelength modulation spectroscopy: combined frequency and intensity laser modulation / S. Schilt, L. Thevenaz, Ph. Robert // Appl. Opt., 2003. v.42(33). p.6728-6738.

4. Определение структуры сложного контура с учетом влияния случайного шума / Д.З. Галлимулин, А.Ю.Воробьев и др. // Сборник статей 9-ой международной молодежной школы “Когерентная оптика и оптическая спектроскопия”, 2005. №9. С. 197-200.
5. Добеши И. 10 лекций по вейвлетам. Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 2001. 464 с.
6. Чернышов А.К., Чернышова Е.А. Применение непрерывного вейвлет-преобразования для идентификации формы спектральной линии // Известия Самарского научного центра РАН. 2012. Т.14. №4. С.227-231.
7. Tomassi E.D., Castrillo A., et al. An efficient approximation for a wave-length-modulated 2nd harmonic lineshape from a Voigt absorption profile // J. Quant.Spectr. Rad. Trans. – 2008 V.109. Pp.168-175.

## PARAMETERS DETERMINATION BY MEANS WAVELET ANALYSIS OF THE SPECTRAL PROFILE ON THE SLOPE BASELINE

© 2013 A.K. Chernyshov, E.A. Vorontsova

P.N. Lebedev Physical Institute of the RAS, Samara Branch

The signal processing based on the continuous wavelet transformation was described for the tunable diode laser spectroscopy. In such case the signal is absorption profile on the inclined baseline. Described method is identifying spectral broadening and defining the half-width of the spectral line without direct measurements. Its validation was demonstrated by the processing of the modeling spectroscopy signal containing white noise.

Key words: continuous wavelet transformation, spectral line contour, diode laser spectroscopy.

---

Chernyshov Alexandre, Candidate of Physics and Mathematics,  
Senior Research Fellow at the Coherent Optics Laboratory.

E-mail: chak@fian.smr.ru

Vorontsova Ekaterina, Engineer at the Coherent Optics  
Laboratory. E-mail: cat.chernyshova@fian.smr.ru