

УДК 530.145

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ МЕТОД ОПИСАНИЯ ДИНАМИКИ КВАНТОВЫХ СИСТЕМ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

© 2013 А.А. Бирюков, М.А. Шлеенков

Самарский государственный университет

Поступила в редакцию 15.01.2013

В рамках формализма функционального интегрирования и функционала влияния получено выражение для вероятностей переходов квантовой системы под действием квантового электромагнитного поля. Для проведения численного моделирования вычисление вероятностей квантовых переходов сводится к интегрированию по траекториям действительного функционала, что позволяет применить современные методы численного интегрирования.

Ключевые слова: квантовая теория, формализм функционального интегрирования, метод функционала влияния.

1. Научный интерес в настоящее время представляют теоретические и экспериментальные исследования нелинейных процессов в сложных квантовых системах под действием внешних электромагнитных полей. В работах [1, 2] наблюдалось явление изотопически-селективной диссоциации многоатомных молекул (BCl_3 , SiF_4 , SF_6) при различных характеристиках CO_2 -лазера. В работах [3,4] исследовалась инфракрасная многофотонная диссоциация молекул трихлорсилана (SiHCl_3) и метилтрифторсилана (SiF_3CH_3). Использование лазерного излучения для разделения изотопов обсуждалось в работе [5]. Эта идея была реализована в работе [6, 7]. Особенности диссоциации молекул UF_6 в поле лазера и применение этого явления для разделения изотопов урана обсуждаются в работе [8]. Описание таких процессов методом теории возмущений вызывает затруднения, не описывает адекватно экспериментальные данные.

В данной работе предлагается непертурбативный подход к квантовому описанию эволюции квантовой системы под действием электромагнитного поля. Описание поведения квантовой системы и электромагнитного поля, с которым она взаимодействует, дается в рамках метода функционального интегрирования. Вероятности квантовых переходов системы представляются как усреднение функционала влияния электромагнитного поля методом функционального интегрирования. Для проведения численного моделирования вероятности переходов квантовой системы представлены интегралами по траекториям от действительного функционала.

Бирюков Александр Александрович, кандидат физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой общей и теоретической физики. E-mail: biryukov@samsu.ru
Шлеенков Марк Александрович, аспирант кафедры общей и теоретической физики. E-mail: shleenkov@list.ru

2. Рассмотрим многоуровневую квантовую систему, взаимодействующую с электромагнитным полем. Полный гамильтониан системы имеет вид [9]:

$$\hat{H}_{full} = \hat{H}_{syst} + \hat{H}_{field} + \hat{H}_{int},$$

где \hat{H}_{syst} - оператор Гамильтона квантовой системы (атомов, молекул);

$$\hat{H}_{field} = \hbar\Omega_k (\hat{a}_k^+ \hat{a}_k + 1/2),$$

- гамильтониан моды электромагнитного поля, \hat{a}_k^* и \hat{a}_k - операторы рождения и уничтожения моды k электромагнитного поля;

$$\hat{H}_{int} = \hbar g_k \hat{x} (\hat{a}_k^+ + \hat{a}_k)$$

- гамильтониан взаимодействия исследуемой квантовой подсистемы и электромагнитного поля в дипольном приближении, где электромагнитное поле поляризовано вдоль оси x , \hat{x} - оператор координаты частицы квантовой системы, константа взаимодействия g_k :

$$g_k = \frac{q}{\hbar} \sqrt{\frac{\hbar\Omega_k}{2\epsilon_0 V}},$$

где q - заряд частицы квантовой системы, ϵ_0 - диэлектрическая проницаемость вакуума, V - объем квантования электромагнитного поля.

3. В ряде задач необходимо знать вероятности квантовых переходов системы $P(m, t | n, 0)$ из состояния $\varphi_n(x_m)$ в начальный момент времени $t=0$ в состояния $\varphi_m(x_f)$ в момент времени t . В работах [10-13] было показано, что они определяются выражением:

$$P(m, t | n, 0) = \int \mathcal{D}(p(t')) \mathcal{D}(x(t')) \mathcal{D}(p'(t')) \mathcal{D}(x'(t')) \varphi_m^*(x_f) \varphi_n(x_f) F[x(t'), x'(t')] \times$$

$$\times \exp\left[\int_0^t \left(-\frac{i}{\hbar}(p(t')\dot{x}(t') - \mathcal{H}_{\text{sys}}(p(t'), x(t')) - p'(t')\dot{x}'(t') + \mathcal{H}_{\text{sys}}(p'(t'), x'(t'))\right) dt'\right] \times \\ \times \varphi_n^*(x_{in}) \varphi_n(x'_{in}) dx_f dx'_f dx_{in} dx'_{in}. \quad (1)$$

Формула (1) получена вне рамок пертурбативных методов. Символично выражение (1), удобно представить в виде:

$$P(m, t | n, 0) = \int \varphi_n^*(x_f) \overline{\varphi_n(x'_f)} \varphi_n^*(x_{in}) \varphi_n(x'_{in}) dx_f dx'_f dx_{in} dx'_{in}, \quad (2)$$

где черта означает функциональное усреднение по траекториям в соответствии с формулой (1). Для вычисления вероятностей квантовых переходов по формуле (1), необходимо знать явный вид функционал влияния электромагнитного поля на исследуемую квантовую систему $F[x, x']$, определяемого функциональным интегралом в голоморфном представлении:

$$F[x, x'] = \int_{\alpha_f = \alpha'_f} \int \mathcal{D}(\alpha^*(t)) \mathcal{D}(\alpha(t)) \mathcal{D}(\alpha^*(t')) \mathcal{D}(\alpha^*(t)) d\mu(\alpha_{in}^*) d\mu(\alpha_{in}) d\mu(\alpha_f) \times$$

$$\times \rho_{\text{field}}(\alpha_{in}^*, \alpha'_{in}; t=0) \exp\left[\frac{1}{2}(\alpha^*(t)\alpha(t) + \alpha^*(0)\alpha(0) + \alpha^*(t)\alpha'(t) + \alpha^*(0)\alpha'(0))\right] \times$$

$$\times \exp\left[\frac{i}{\hbar} \int_0^t \left[\frac{\hbar}{2}(\alpha^*(t')\dot{\alpha}(t') - \dot{\alpha}^*(t')\alpha(t') - \alpha^*(t')\dot{\alpha}'(t') + \dot{\alpha}^*(t')\alpha'(t')) - \mathcal{H}_{\text{field}}(\alpha^*(t'), \alpha(t')) - \right.\right.$$

$\left. - \mathcal{H}_{\text{int}}(x(t'), \alpha^*(t'), \alpha(t')) + \mathcal{H}_{\text{field}}(\alpha^*(t'), \alpha'(t')) + \mathcal{H}_{\text{int}}(x'(t'), \alpha^*(t'), \alpha'(t'))\right] dt'\right]$, где α – комплексная переменная голоморфного представления, определяемая уравнением

$$\hat{a} | \alpha \rangle = \alpha | \alpha \rangle,$$

$\mathcal{H}_{\text{field}}(\alpha^*(t'), \alpha(t'))$, $\mathcal{H}_{\text{int}}(x(t'), \alpha^*(t'), \alpha(t'))$ – гамильтониан электромагнитного поля и гамильтониан взаимодействия поля и квантовой системы соответственно, $\rho_{\text{field}}(\alpha_{in}^*, \alpha'_{in}; t=0)$ – статистическая матрица плотности электромагнитного поля в начальный момент времени, мера интегрирования по голоморфным переменным в (3) имеет вид:

$$d\mu(\alpha) = \frac{|\alpha| d|\alpha| d\phi}{\pi}.$$

Заметим, формулы (1), (2) показывают, что процесс эволюции вероятностей перехода системы является процессом с памятью, то есть его принципиально нельзя представить марковским процессом.

4. Явный вид функционала влияния находится путем вычисления функционального интеграла (3), с заданной в соответствии с моделью функциями $\mathcal{H}_{\text{field}}(\alpha^*(t'), \alpha(t'))$, $\mathcal{H}_{\text{int}}(x(t'), \alpha^*(t'), \alpha(t'))$ и $\rho_{\text{field}}(\alpha_{in}^*, \alpha'_{in}; t=0)$.

Найдем явный вид функционала влияния одномодового электромагнитного поля частоты Ω , которое в начальные момент времени находилось в чистом когерентном состоянии $|\alpha_{\Omega}\rangle$, а конечное состояние которого может быть любым. В этом случае начальная статистическая матрица плотности $\rho_{\text{field}}(\alpha_{in}^*, \alpha'_{in}; t=0)$ примет вид:

$$\rho_{\text{field}}(\alpha_{in}^*, \alpha'_{in}; t=0) = \zeta_{\alpha_{\Omega}}^*(\alpha_{in}^*) \zeta_{\alpha_{\Omega}}(\alpha_{in}),$$

где

$$\zeta_{\alpha_{\Omega}}(\alpha_{in}) = \langle \alpha_{in} | \alpha_{\Omega} \rangle = \exp\left[-\frac{|\alpha_{in}|^2 + |\alpha_{\Omega}|^2}{2} + \alpha_{in}^* \alpha_{\Omega}\right],$$

$$\alpha_{\Omega} = |\alpha_{\Omega}| e^{i\phi_{\Omega}} = \sqrt{\langle n \rangle_{\Omega}} e^{i\phi_{\Omega}},$$

где $\langle n \rangle_{\Omega}$ – среднее число фотонов в чистом когерентном состоянии в моде Ω , ϕ_{Ω} – фаза электромагнитного поля.

Подставляя выражение для статистической матрицы плотности (4) в выражение (3), и проводя вычисление функциональных интегралов согласно работе [14], получим для функционала влияния выражение

$$F^{\text{in} \rightarrow \text{all}}[x(\tau), x'(\tau)] = \int \int \int d\mu(\alpha_{in}^*) d\mu(\alpha_{in}) d\mu(\alpha_f) \times$$

$$\times \exp\left[-\frac{1}{2}(|\alpha_f|^2 + |\alpha_{in}|^2) + A\alpha_f^* \alpha_{in} + B\alpha_f + C\alpha_{in} + D\right] \zeta_{\alpha_{\Omega}}(\alpha_{in}^*) \zeta_{\alpha_{\Omega}}^*(\alpha_{in}^*) \times$$

$$\times \exp\left[-\frac{1}{2}(|\alpha_f|^2 + |\alpha_{in}|^2) + A'\alpha_f \alpha_{in}^* + B'\alpha_f + C'\alpha_{in}^* + D'\right],$$

где явный вид коэффициентов определяется выражениями

$$A = e^{-i\Omega t}, \quad A' = e^{i\Omega t},$$

$$B = -i \int_0^t g(\tau) e^{-i\Omega(t-\tau)} d\tau, \quad B' = i \int_0^t g'(\tau) e^{i\Omega(t-\tau)} d\tau,$$

$$C = -i \int_0^t g(\tau) e^{-i\Omega\tau} d\tau, \quad C' = i \int_0^t g'(\tau) e^{i\Omega\tau} d\tau,$$

$$D = (-i)^2 \int_0^t \int_0^{\tau} g(\tau) g(\tau') e^{-i\Omega(\tau-\tau')} d\tau d\tau',$$

$$D' = (i)^2 \int_0^t \int_0^{\tau} g'(\tau) g'(\tau') e^{i\Omega(\tau-\tau')} d\tau d\tau',$$

$$g(\tau) = g \cdot x(\tau).$$

Проводя интегрирование по конечным и начальным состояниям электромагнитного поля, рассматриваемый функционал влияния примет вид:

$$F_{\Omega}^{\text{in} \rightarrow \text{all}}[x(\tau), x'(\tau)] = F_{\Omega}^{\text{vac} \rightarrow \text{all}}[x(\tau), x'(\tau)] \exp\left[\frac{i}{\hbar} \sqrt{\frac{\hbar \Omega \langle n \rangle_{\Omega}}{2 \varepsilon_0 V}} g \int_0^t (x'(\tau) - x(\tau)) \cos(\Omega\tau - \phi_0) d\tau\right],$$

где

$$F_{\Omega}^{\text{vac} \rightarrow \text{all}}[x(\tau), x'(\tau)] = \exp\left[-\int_0^t \int_0^{\tau} (\beta_{\Omega}(\tau - \tau') x(\tau) x(\tau') + \beta_{\Omega}^*(\tau - \tau') x'(\tau) x'(\tau') - \right.$$

где функции $\beta_{\Omega}(\tau - \tau')$ имеют вид:

$$\beta_{\Omega}(\tau - \tau') = \frac{q^2}{\hbar^2} \frac{\hbar \Omega}{2 \varepsilon_0 V} e^{-i\Omega(\tau - \tau')}.$$

В дальнейших вычислениях будем полагать, что интенсивность электромагнитного поля высока, что позволяет пренебречь влиянием вакуума.

В этом случае функционал влияния (6) факторизуется:

$$F^{\text{in} \rightarrow \text{all}}[x(\tau), x'(\tau)] = f[x'] f[x],$$

где

$$f[x'(\tau)] = \exp\left[\frac{i}{\hbar} q E_0 \int_0^t x'(\tau) \cos(\Omega\tau) d\tau\right],$$

$$f[x(\tau)] = \exp\left[-\frac{i}{\hbar} q E_0 \int_0^t x(\tau) \cos(\Omega\tau) d\tau\right].$$

Используя (6), (7) вероятность квантового перехода (1) можно представить в виде:

$$P(m, t | n, 0) = \int \mathcal{D}(p(t')) \mathcal{D}(x(t')) \mathcal{D}(p'(t')) \mathcal{D}(x'(t')) \varphi_m^*(x_f) \varphi_m(x'_f) \times \exp\left[\int_0^t \left(\frac{i}{\hbar}(p(t')\dot{x}(t') - \mathcal{H}(p(t'), x(t')) - p'(t')\dot{x}'(t') + \mathcal{H}(p'(t'), x'(t'))\right) dt'\right] \times \varphi_n^*(x_{in}) \varphi_n(x'_{in}) dx_f dx'_f dx_{in} dx'_{in},$$

где функция Гамильтона имеет вид:

$$\mathcal{H}(p(t'), x(t')) = \mathcal{H}_{sys}(p(t'), x(t')) + V(x(t')), \\ V(x(t')) = qE_0 x(t') \cos(\Omega t').$$

Для большого класса систем функция Гамильтона имеет структуру:

$$\mathcal{H}_{sys}(p, x) = \frac{p^2}{2m} + U(x)$$

В этом случае функциональное интегрирование по импульсам может быть выполнено аналитически и выражение для вероятности квантового перехода представляется функциональным интегралом в конфигурационном пространстве

$$P(m, t | n, 0) = \int \varphi_m^*(x_f) \varphi_m^*(x'_f) \left[\int_{x_{in}}^{x_f} \int_{x'_{in}}^{x'_f} \exp\left[\frac{i}{\hbar}(\tilde{S}(x) - \tilde{S}(x'))\right] D(x(\tau)) D(x'(\tau)) \right] \times \varphi_n^*(x_{in}) \varphi_n(x'_{in}) dx_{in} dx'_{in} dx_f dx'_f,$$

где

$$\tilde{S}[x] = \int_0^t (L_{sys}(\dot{x}, x) - qE_0 x \cos(\Omega \tau)) d\tau,$$

$$\tilde{S}[x'] = \int_0^t (L_{sys}(\dot{x}', x') - qE_0 x' \cos(\Omega \tau)) d\tau.$$

здесь $L_{sys}(\dot{x}, x)$ - функция Лагранжа исследуемой системы,

$$E_0 = \sqrt{\frac{\hbar \Omega_k \langle n \rangle_k}{2 \varepsilon_0 V}}.$$

Начальная фаза когерентного поля φ выбрана равной нулю. В этом случае влияние электромагнитного поля описывается потенциалом $V = qE_0 x \cos(\Omega \tau)$.

6. Для реальных систем вычисление вероятностей квантовых переходов (9) аналитическими методами вызывает значительные трудности. Применение численных методов также сталкивается с трудностями в связи с комплексным характером суммируемых выражений. Представляется возможным преобразовать выражение (9) к форме пригодной для методом численного интегрирования. Преобразуем подынтегральное выражение в (9) к виду:

$$\exp\left[\frac{i}{\hbar}(\tilde{S}(x) - \tilde{S}(x'))\right] = \cos\left[\frac{1}{\hbar}(\tilde{S}(x) - \tilde{S}(x'))\right] + i \sin\left[\frac{1}{\hbar}(\tilde{S}(x) - \tilde{S}(x'))\right].$$

Так как штрихованные и не штрихованные траектории в выражениях (8), (9) независимые и функция синус – нечетная, то функциональное усреднение функции синуса дает нулевой вклад в вероятности квантовых переходов в любом представлении.

Таким образом, вероятность квантового перехода в фазовом и конфигурационном представлениях имеет вид:

$$P(m, t | n, 0) = \int \mathcal{D}(p(t')) \mathcal{D}(x(t')) \mathcal{D}(p'(t')) \mathcal{D}(x'(t')) \varphi_m(x_f) \varphi_m(x'_f) \times \cos\left[\int_0^t \left(\frac{1}{\hbar}(p(t')\dot{x}(t') - \mathcal{H}(p(t'), x(t')) - p'(t')\dot{x}'(t') + \mathcal{H}(p'(t'), x'(t'))\right) dt'\right] \varphi_n(x_{in}) \varphi_n(x'_{in}) dx_f dx'_f dx_{in} dx'_{in}. \quad (10)$$

$$P(m, t | n, 0) = \int \varphi_m^*(x_f) \varphi_m^*(x'_f) \left[\int_{x_{in}}^{x_f} \int_{x'_{in}}^{x'_f} \cos\left[\frac{1}{\hbar}(\tilde{S}[x] - \tilde{S}[x'])\right] D(x(\tau)) D(x'(\tau)) \right] \varphi_n(x_{in}) \varphi_n(x'_{in}) dx_{in} dx'_{in} dx_f dx'_f. \quad (11)$$

Важным условием, при котором формулы (10) и (11) справедливы, является вещественность волновых функций $\varphi_m(x_f)$, $\varphi_n(x_{in})$ описывающих стационарные состояния исследуемой квантовой системы.

Таким образом, вычисление вероятностей квантовых переходов может быть выполнено по записанным формулам путем функционального усреднения функции косинуса разности действий, определенных в различных представлениях (фазовом, конфигурационном и др). Впервые указания на возможность представления вероятностей квантовых переходов через функциональное интегрирование функции косинус были сделаны Рязановым в 1958 году [15].

7. Рассмотрим эволюцию двухуровневой квантовой системы в соответствии с предложенной моделью. Вектор-состояние квантовой системы в основном стационарном состоянии обозначим $|1\rangle$, в возбужденном - $|2\rangle$. Будем полагать, что частота электромагнитного поля совпадает с частотой квантового перехода между данными состояниями квантовой системы. На основании формулы (11), методом Монте-Карло были вычислены вероятности квантовых переходов: P11 (вероятность нахождения квантовой системы в основном состоянии) и P21 (вероятность нахождения квантовой системы в возбужденном состоянии) в зависимости от времени. Аппроксимация полученных данных представлена на рис.1 для P11 и на рис.2 для P21.

Поведение вероятностей квантовых переходов на рис. 1 и 2 описывают известные осцилляции Раби двухуровневых квантовых систем под действием электромагнитного поля с резонансной частотой. Это подтверждает справедливость формулы (11) для данной модели квантовой системы и электромагнитного поля.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В формализме функционального интегрирования, методом функционала влияния вне рамок теории возмущений была получена формула в виде интеграла по траекториям для вычисления вероятностей квантовых переходов системы под

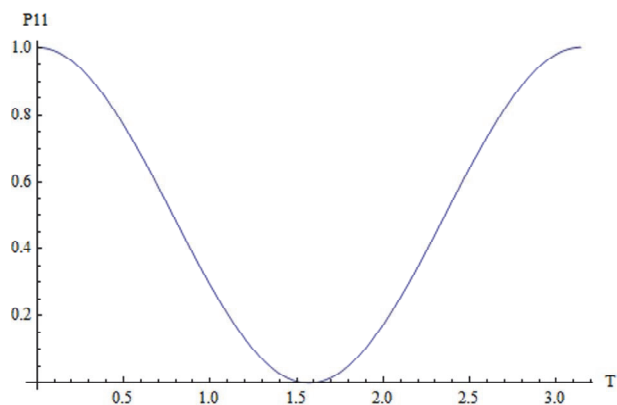


Рис. 1. Зависимость вероятности нахождения квантовой системы в основном состоянии от времени

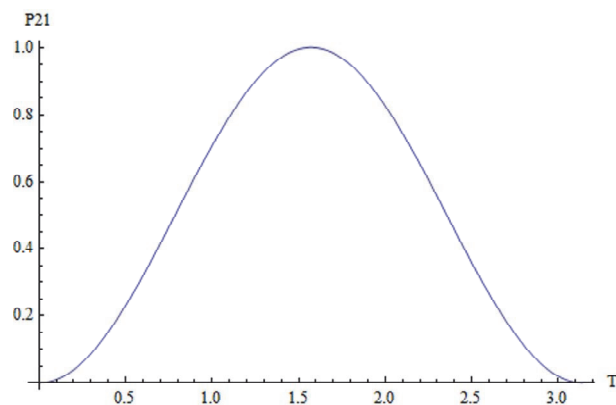


Рис. 2. Зависимость вероятности нахождения квантовой системы в возбужденном состоянии от времени

действием когерентного одномодового электромагнитного поля.

В функциональном интеграле сделан переход от комплексного подынтегрального функционала к действительному, что дает возможность применять метод Монте-Карло для численного расчета вероятностей квантовых переходов. Полученная формула апробирована для описания динамики двухуровневой квантовой системы, взаимодействующей с квантованным когерентным одномодовым электромагнитным полем. Численный расчет зависимости от времени вероятностей нахождения квантовой системы в основном, в возбужденном состояниях показывает, что они осциллируют с частотой Раби.

В дальнейшем, на основании полученной формулы вне рамок теории возмущений, предполагается численное моделирование с использованием высокопроизводительных вычислительных центров динамики сложных квантовых систем, взаимодействующих с электромагнитным полем.

Работа выполнена в рамках задания Министерства образования и науки Российской Федерации № 2.2459.2012 и федеральной целевой программы “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009-2013 годы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. CO_2 Laser-Induced Dissociation of SiF_4 Molecules into Electronically Excited Fragments / N.R. Iseñor, V. Merchant, R.S. Hallsworth, M.C. Richardson // Can. J. Phys., 1973, 51, 1281.
2. Исследование механизма изотопически-селективной диссоциации молекул SF_6 излучением CO_2 лазера / Р.В. Амбарцумян, Ю.А. Горохов, В.С. Летохов, Г.Н. Макаров, А.А. Пурецкий // ЖЭТФ, 1976, 71, 440.
3. ИК многофотонная диссоциация трихлорсилана под действием импульсного излучения CO_2 - и NH_3 -лазеров / В.М. Анатин, В.Б. Лантев, Е.А. Рябов // Квант. электроника, 2003, 33 (10), 894–896.
4. Инфракрасная многофотонная диссоциация метилтрифторсилана / П.В. Кошляков, Е.Н. Чесноков, С.Р. Горелик, В.Г. Киселев, А.К. Петров // Химическая физика, 2006, 25, 5, 12-22.
5. Letokhov V.S. Use of Lasers to Control Selective Chemical Reactions // Science, 1973, 180, 451; Природа, 1974, 8, 13.
6. Isotopic enrichment of SF_6 in S_3F_4 by multiple absorption of CO_2 laser radiation / J.L. Lyman, R.J. Jensen, J. Rink, C.P. Robinson, S.D. Rockwood // Appl. Phys. Lett., 1975, 27, 87.
7. Селективная фотоионизация атомов и ее применение для разделения изотопов и спектроскопии / Н.В. Карлов, Б.Б. Крынецкий, В.А. Мишин, А.М. Прохоров // УФН, 1979. 127. С. 593–620.
8. Особенности диссоциации молекул UF_6 в поле излучения импульсно-периодического CF_4 -лазера / В.Ю. Баранов, А.П. Дядькин, Ю.А. Колесников, А.А. Котов, В.П. Новиков, С.В. Пигульский, А.С. Разумов, А.И. Стародубцев // Квантовая Электроника, 1997, 24, 7, 613-616.
9. Скали М.О., Зубайри М.С. Квантовая оптика. М.: Физматлит, 2003, 512 с.
10. Бирюков А.А., Шлеенков М.А. Описание динамики наносистем методом функционала влияния // Наносистемы: физика, химия, математика. 2012. Т.3 №1. С. 42-50.
11. Бирюков А.А., Шлеенков М.А. Описание динамики многоуровневых квантовых систем в сильных лазерных полях методом функционала влияния // Известия Самарского научного центра РАН, 2012. Т. 14. № 4.
12. Бирюков А.А., Шлеенков М.А. Описание динамики многоуровневых квантовых систем в электромагнитных полях методом функционала влияния // Материалы всероссийской заочной научно-практической конференции: “Современные проблемы физики, биофизики и инфокоммуникационных технологий 2012”. С. 188-202

13. Бiryukov A.A., Шлеенков M.A. Описание динамики квантовых систем, взаимодействующих с лазерным излучением, методом функционала влияния // Материалы международной конференции “Математическая физика и ее приложения 2012”. С. 65.
14. Hillery M., Zubairy M.S. Path-integral approach to problems in quantum optics // Physical Review A, 1982. Vol.26, № 1. P. 451-460.
15. Рязанов Г.В. Квантово-механические вероятности как суммы по путям // ЖЭТФ. 1958. Т. 35. №1.

THE FUNCTIONAL APPROACH FOR THE DESCRIPTION OF MULTILEVEL QUANTUM SYSTEMS DYNAMICS IN ELECTROMAGNETIC FIELD

© 2013 A. A. Biryukov, M. A. Shleenkov

Samara State University

We obtain equations for the probability of transitions of quantum systems induced by the electromagnetic field using the influence functional approach in path integration formalism. For numerical simulations the probability transition reduces to the integration of a real functional path, that allows us to apply modern methods of numerical integration.

Key words: quantum theory, path integration, the influence functional approach