

**ОЦЕНКА ЭНТРОПИИ ТРУБОПРОВОДНЫХ СИСТЕМ  
С КОРРОЗИОННЫМИ ДЕФЕКТАМИ НА ОСНОВЕ МАРКОВСКОГО ПРОЦЕССА**

© 2013 С.А. Тимашев, А.В. Бушинская

Научно-инженерный центр “Надежность и ресурс больших систем и машин”  
Уральского отделения РАН, г. Екатеринбург

Поступила в редакцию 26.02.2013

В данной статье описан подход к оценке энтропии трубопроводных систем, производимой процессом деградации остаточной прочности от присутствия в стенках трубы поверхностных коррозионных дефектов типа “потеря металла”.

Ключевые слова: энтропия, трубопроводы, коррозионные дефекты, Марковский процесс, остаточная прочность.

**1. ВВЕДЕНИЕ**

Любая информация о какой-либо физической системе (машине, приборе, конструкции) представляет собой некоторую совокупность сведений о ней. Если осуществляется мониторинг и/или диагностика такой системы, например трубопровода, то оператор этой системы получает, непрерывно или периодически, сообщения о ее состоянии. При этом получаемое сообщение имеет смысл только тогда, когда состояние системы заранее неизвестно (случайно).

Рассмотрим в качестве объекта, о котором передается информация, некоторую трубопроводную (физическую) систему (ТС), которая случайным образом может оказаться в том или ином состоянии, то есть ей заведомо присуща какая-то степень неопределенности. Очевидно, что сведения, полученные о ТС, будут, вообще говоря, тем ценнее и содержательнее, чем больше была неопределенность системы до получения этих сведений (“априори”). Возникает естественный вопрос: что значит “большая” или “меньшая” степень неопределенности и чем можно ее измерить?

В качестве меры априорной неопределенности системы в физике и теории вероятностей применяется специальная характеристика, называемая *энтропией* [1-6].

Слово “энтропия” было впервые использовано в 1864 г. Рудольфом Клаузиусом в его книге “Abhandlungen fiber die Warmetheorie” (“Сочинения по теории теплоты”) для названия величины, характеризующей процессы перехода тепло-

вой энергии в механическую. В 1877 году Людвиг Больцман установил связь энтропии с вероятностью данного состояния. Позднее эту связь представил в виде формулы Макс Планк. Этот постулат, названный Альбертом Эйнштейном принципом Больцмана, положил начало статистической механике.

Трактовка энтропии с помощью принципа Больцмана, то есть установление связи между энтропией и вероятностью состояния, позволила энтропии выйти за пределы термодинамики и равновесной статистической физики и проникнуть в другие области науки, в том числе в теорию информации.

Шеннон использовал энтропию как показатель неопределенности в теории информации в своих работах [7, 8], опубликованных в 1948 и 1949 гг. Он предположил, что прирост информации равен утраченной неопределенности, то есть приобретение информации сопровождается уменьшением неопределенности, поэтому количество информации можно измерять количеством исчезнувшей неопределенности, то есть энтропии.

В данной работе предпринята попытка, по-видимому, впервые, использовать энтропию практически, как интегральный показатель степени поврежденности конструкции трубопроводной системы.

**2. ЭНТРОПИЯ КАК МЕРА СТЕПЕНИ  
НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ СОСТОЯНИЯ  
ФИЗИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ**

Очевидно, если бы состояние физической системы было известно заранее, не было бы смысла производить мониторинг состояний такой системы. Информация о состоянии системы приоб-

*Тимашев Святослав Анатольевич, доктор технических наук, профессор, директор. E-mail: timashevcs@cox.net*  
*Бушинская Анна Викторовна, старший научный сотрудник. E-mail: bushinskaya@gmail.com*

ретаает смысла только тогда, когда ее состояние заранее неизвестно, т.е. случайно. Поэтому в качестве объекта, о котором передается информация, будем рассматривать некоторую физическую систему  $X$ , которая случайным образом может оказаться в том или ином состоянии, т.е. систему, которой заведомо присуща какая-то степень неопределенности.

Рассмотрим некоторую систему  $X$ , которая может принимать конечное множество состояний:  $x_1, x_2, \dots, x_n$  с вероятностями  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , где  $P_i$  - вероятность того, что система  $X$  примет состояние  $x_i$ . Очевидно, что  $\sum_{i=1}^n P_i = 1$ .

Энтропией системы  $X$  называется сумма произведений вероятностей различных состояний системы на логарифмы этих вероятностей, взятая с обратным знаком [1]:

$$H_X = -\sum_{i=1}^n P_i \log_a P_i. \quad (1)$$

Энтропия  $H_X$  обладает рядом свойств. Во-первых, она обращается в нуль, когда одно из состояний системы достоверно, а другие – невозможны (когда какая-либо вероятность равна единице, а остальные – нулю, то есть когда информация о системе полностью предсказуема и не несёт ничего нового). Во-вторых, при заданном числе состояний она обращается в максимум, когда эти состояния равновероятны (когда все вероятности  $P_i$  одинаковы, то есть когда неопределённость максимальна). Наконец, она обладает свойством аддитивности, т.е. когда несколько независимых систем объединяются в одну, их энтропии складываются.

Согласно [1], логарифм в формуле (1) может быть взят при любом основании  $a > 1$ . Перемена основания равносильна простому умножению энтропии на постоянное число, а выбор основания равносильно выбору определенной единицы измерения энтропии. Для простоты в дальнейшем будем использовать натуральный логарифм.

### 3. ЭНТРОПИЯ ТРУБОПРОВОДНОЙ СИСТЕМЫ, ПРОИЗВОДИМАЯ ПРОЦЕССОМ ДЕГРАДАЦИИ ОСТАТОЧНОЙ ПРОЧНОСТИ ИЗ-ЗА НАЛИЧИЯ В СТЕНКАХ ТРУБЫ КОРРОЗИОННЫХ ДЕФЕКТОВ

Рассмотрим некоторую трубопроводную систему с поверхностными коррозионными дефектами типа “потеря металла”, остаточная прочность (давление разрушения) которых принимать различное множество значений.

Оценка остаточной прочности участков трубопроводов с локальными поверхностными (вне-

шними или внутренними) продольно-ориентированными коррозионными дефектами типа “потеря металла” производится по любой из общепринятых в мире практических методик: B31G [9], B31Gmod [10], DNV [11], Battelle (PCORRC) [12] или Shell92 [13].

Рассмотрим поперечное сечение трубы с поверхностным коррозионным дефектом. Давление разрушения  $P_f(t)$  дефектного сечения в фиксированный момент времени  $t$  представляет собой случайную величину (СВ)  $P_f(t) \geq P_{op}$ , где  $P_{op}$  – рабочее давление перекачки.

Давление разрушения  $P_f(t)$  оценивается по одной из общепринятых в мире методик, которые основаны на уравнении полуэмпирического критерия пластического разрушения [14]:

$$\sigma_h = \sigma_f \frac{1 - \frac{d}{wt}}{1 - \frac{d}{wt \cdot M}}, \quad (2)$$

где  $\sigma_h$  – кольцевые напряжения при разрушении единичного участка трубопровода с дефектом;  $\sigma_f$  – напряжения текучести;  $wt$  – толщина стенки трубы;  $d$  – максимальная глубина дефекта;  $M$  – коэффициент Фолиаса.

Используя формулу Барлоу [15, 16] для оценки кольцевых напряжений в трубопроводе, уравнение (2) принимает вид:

$$P_f(t) = \frac{2wt \cdot \sigma_f}{D} \frac{\left(1 - \frac{d(t)}{wt}\right)}{\left(1 - \frac{d(t)}{wt \cdot M(t)}\right)}, \quad (3)$$

где  $D$  – внешний диаметр трубопровода (в методике DNV  $D = D - wt$ ).

Выражение (3) для каждой отдельной методики (B31G, B31Gmod, Shell92, или DNV) будет меняться в зависимости от выражения коэффициента Фолиаса, напряжения текучести и геометрической формы, с помощью которой аппроксимируется дефект.

В отличие от выражения (1) в методике PCORRC (Battelle), разработанной для труб из сталей с высокой ударной вязкостью, уравнение для определения кольцевых напряжений, возникающих при разрушении дефектного участка трубопровода, имеет вид:

$$\sigma_h = \sigma_f \left(1 - \frac{d}{wt} M\right),$$

где  $M$  – коэффициент Фолиаса, выражающийся через экспоненту.

Разобьем диапазон изменения значений давления разрушения (ДР) дефектного сечения трубы  $(P_{op}; P_f(0)]$  на  $M-1$  равных непересекающихся интервалов  $I_i (i = M-1, \dots, 1)$ . Здесь  $P_f(0)$  - значение давления разрушения в начальный момент времени  $t = 0$ .

Последний интервал, наименьшие возможные значения ДР (*условное состояние отказа*)  $I_M$  примем равным  $(0; P_{op}]$ .

Согласно (3) значение ДР дефектного участка со временем может только монотонно уменьшаться, т.е. переходить в случайные моменты времени из  $i$ -го состояния только в  $(i+1)$ -ое, где состояние - это один из интервалов  $I_i (i = 1, \dots, M)$ .

Система дифференциальных уравнений, описывающая такой процесс, имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{dP_1(t)}{dt} = -\mu_1(t)P_1(t), \\ \frac{dP_i(t)}{dt} = \mu_{i-1}(t)P_{i-1}(t) - \mu_i(t)P_i(t), (i = 2, \dots, M-1), \\ \frac{dP_M(t)}{dt} = \mu_{M-1}(t)P_{M-1}(t), \end{cases} (4)$$

где  $P_i(t)$  - вероятность нахождения ДР дефектного сечения трубы в  $i$ -ом состоянии в момент времени  $t$ ,  $\mu_i(t)$  - интенсивность перехода из  $i$ -го состояния в  $(i+1)$ -ое.

Система (4) описывает неоднородный Марковский процесс чистой гибели (МПЧГ) с дискретным числом состояний и непрерывным временем [17, 18, 20-22].

Марковские процессы не зависят от природы объектов и их физических свойств. В этом смысле они являются универсальными и находят широкое применение в различных областях науки и техники: в ядерной физике, биологии, астрономии, теории массового обслуживания, теории надежности и т.д. [17-23].

Для Марковского процесса чистого рождения или гибели поток событий, переводящий систему из одного состояния в другое, является Пуассоновским [17]. Тогда по определению нестационарного Пуассоновского потока событий, среднее ожидаемое число событий, изменяющих СВ  $P_f(t)$ , в течение временного интервала  $(0, t]$  вычисляется по формуле [17]:

$$\rho(t) = \int_0^t \mu(\tau) d\tau.$$

Физический смысл интенсивности (плотности)  $\mu(t)$  потока событий (переходов из состояния в состояние) - среднее число событий, приходящееся на единицу времени для элементарного отрезка времени  $[0; t]$ . Величина  $\rho(t)$  - это среднее число состояний, через которые прошла

СВ  $P_f(t)$  в течение короткого временного интервала  $[0; t]$ . Интенсивность  $\mu(t)$  может быть любой неотрицательной функцией и имеет размерность 1/время [17].

Следовательно, величина  $\mu(t)$  может быть связана со скоростью изменения СВ  $P_f(t)$  следующим образом:

$$\mu(t) = -\frac{P_f'(t)}{\Delta I},$$

где  $\Delta I$  - длина интервалов,  $P_f'(t)$  - производная функции  $P_f(t)$  по времени  $t$ . Минус в этой формуле связан с тем, что производная монотонно убывающей функции имеет отрицательные значения на всей области ее определения.

Тогда система (4) может быть переписана в виде:

$$\begin{cases} \frac{dP_1(t)}{dt} = -\mu(t)P_1(t), \\ \frac{dP_i(t)}{dt} = \mu(t)P_{i-1}(t) - \mu(t)P_i(t), (i = 2, \dots, M-1), \\ \frac{dP_M(t)}{dt} = \mu(t)P_{M-1}(t). \end{cases} (5)$$

Очевидно, что в начальный момент времени  $t = 0$  СВ  $P_f(0) \in I_1$ , следовательно начальные условия для СДУ (5) имеют вид:

$$P_1(0) = 1, P_i(0) = 0, (i = 2, \dots, M). (6)$$

Решая методом вариации постоянной СДУ (5) при начальных условиях (6) получим:

$$\begin{cases} P_1(t) = \exp\{-\rho(t)\}, \\ P_i(t) = \frac{\rho^{i-1}(t)}{(i-1)!} \cdot \exp\{-\rho(t)\}, i = 2, \dots, M-1, \\ P_M(t) = 1 - \left[ \exp\{-\rho(t)\} + \sum_{i=2}^{M-1} \frac{\rho^{i-1}(t)}{(i-1)!} \cdot \exp\{-\rho(t)\} \right]. \end{cases} (7)$$

Вероятность нахождения давления разрушения в последнем состоянии (в интервале  $I_M$ ) является *условной вероятностью отказа* дефектного сечения по критерию "разрыв".

Энтропия как функция времени, производимая или создаваемая деградацией дефектного участка ТС с возможным отказом типа "разрыв", вычисляется по формуле:

$$H_d(t) = -\sum_{j=1}^M P_j(t) \ln[P_j(t)], (8)$$

где  $P_j(t)$  - вероятность нахождения ДР дефектного сечения трубы в  $j$ -ом состоянии в момент времени  $t$ , вычисленная по формулам (7).

В предположении, что дефекты независимы между собой, их разрушающие давления также будут независимыми. Поэтому, согласно свойству энтропии для независимых случайных величин, энтропия всего трубопровода как системы, состоящей из дефектных участков, может быть вычислена по формуле:

$$H_p(t) = \sum_{i=1}^n H_{d_i}(t) = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^M P_{ij}(t) \ln [P_{ij}(t)], \quad (9)$$

где  $n$  – число дефектов;  $P_{ij}(t)$  – вероятность нахождения давления разрушения  $i$ -го дефектного сечения трубы в  $j$ -ом состоянии в момент времени  $t$ , вычисленная по формулам (7).

Согласно свойствам энтропии, она равна нулю, когда какая-либо вероятность равна единице, а остальные – нулю, это происходит в начальный момент времени  $t = 0$  (см. начальные условия) и в момент, когда  $P_M(t) = 1$  (достоверное – со 100%-ной вероятностью – нахождение ДР в последнем состоянии – состоянии отказа). Энтропия принимает наибольшее значение, когда все вероятности  $P_i(t)$  одинаковы. После достижения максимума энтропия начинает монотонно убывать до нуля, до момента, когда  $P_M(t) = 1$ . Таким образом, максимум энтропии может служить некоторой мерой безопасности трубопровода.

#### 4. АНАЛИЗ ЭНТРОПИИ ТРУБОПРОВОДА С ДЕФЕКТАМИ. ЧИСЛЕННЫЙ ПРИМЕР

Построим график изменения энтропии в зависимости от возможных значений давления раз-

рушения. Рассмотрим трубопровод (ТП) с параметрами: диаметр – 325 мм; толщина стенки трубы – 9 мм; минимальный предел текучести и прочности материала трубы – 245, 410 МПа соответственно; рабочее давление перекачки – 6.4 МПа. Используем при расчете все пять методик расчета ТС на прочность.

Очевидно, что давление разрушения любого дефекта рассматриваемого ТП будет заключено в пределах от величины рабочего давления перекачки  $P_{op}$  до величины давления разрушения идеальной трубы (трубопровода без дефектов)  $P_f$ , определяемого из формулы (3) при параметрах дефекта, равных нулю:

$$P_0^f = \frac{2wt \cdot \sigma_f}{D}.$$

На рис. 1 представлено изменение энтропии рассматриваемого ТП в зависимости от возможных значений разрушающего давления.

ДР со временем уменьшается до значения рабочего давления (состояние отказа), поэтому изменение энтропии на графиках рис. 1 происходит слева направо – с величины  $P_0^f$  до величины рабочего давления  $P_{op}$ . На рис. 1 слева вертикальными линиями обозначены значения  $P_{op}$  и максимально безопасного давления перекачки  $P_s$ , вычисляемого на основе коэффициента запаса прочности  $K$  (в данном случае  $K = 1.4$ ,  $P_s = 8.96$  МПа).

Из рис. 1 видно, что максимальное значение энтропии инвариантно относительно используемой методики, но достигается при разных значениях давления разрушения. Такой же вывод

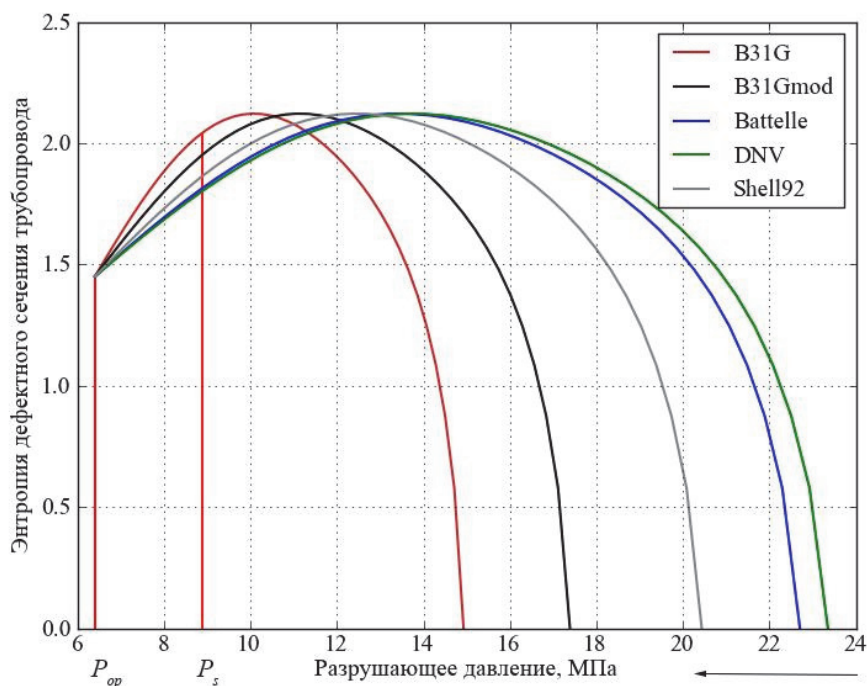


Рис. 1. Энтропия дефектного сечения трубопровода в зависимости от возможных значений давления разрушения

можно сделать для размеров дефектов и скоростей их роста, так как значения ДР от  $P_0^f$  до  $P_{op}$  покрывают все множество возможных значений давления разрушения дефектов ТП до возникновения состояния отказа. Максимум энтропии для дефектов данного ТП равен 2.12 и достигается в точках: 10.09 МПа для методики B31G; 11.16 МПа для методики B31Gmod; 13.44 МПа для Battelle; 13.72 МПа для DNV и 12.47 МПа для методики Shell92. Кроме того, значение энтропии в момент отказа (давление разрушения равно рабочему давлению), равное 1.45, также инвариантно относительно используемой методики.

Рассмотрим один из дефектов представленного выше трубопровода, со следующими параметрами: глубина  $10\%wt$  и длина 100 мм. Придадим скорости роста глубины дефекта  $a_d$  значение, равное 0.3 мм/год, и скорости роста длины  $a_l$  – 3 мм/год. Оценим для этого дефекта время наступления условных критических и предельных состояний:

- времена  $t_{dp}, t_{df}$  достижения глубиной дефекта 80 и 100% толщины стенки трубы соответственно (критическое и предельное состояние дефекта по возможному отказу типа “течь”);

- время  $t_s$  достижения максимально допустимым рабочим давлением дефекта величины рабочего давления (критическое состояние дефекта по возможному отказу типа “разрыв”);

- время  $t_f$  достижения давлением разрушения дефекта величины рабочего давления (предельное состояние дефекта по возможному отказу типа “разрыв”).

Построим для рассматриваемого дефекта график изменения энтропии как функции времени и

нанесем на этот график времена наступления предельных состояний. Полученные результаты представлены на рис. 2. На рис. 2 пунктирные линии соответствуют моментам времени условного отказа дефекта по типу “разрыв”, а сплошные линии – моментам времени отказа по типу “течь”.

Согласно проведенному исследованию, времена наступления детерминированных критических и предельных состояний дефекта располагаются после точки максимума энтропии, что говорит о том, что энтропийный показатель (точка максимума энтропии) может быть использован для ранней диагностики критического состояния трубопровода.

## 5. ВЫВОДЫ

Разработана, по видимому впервые, методика оценки энтропии, создаваемая процессом деградации сечения трубопровода с дефектом, а также всего трубопровода как системы, в целях установления соотношений между различными физическими и вероятностными состояниями ТС, и возможностью ранней ее диагностики по показателю информационной энтропии и оптимизации планирования ее технического обслуживания. Этот физический показатель является более общим, чем вероятность.

Согласно проведенному исследованию, величина максимума энтропии дефектного сечения инвариантна относительно используемой нормы расчета прочности, глубины дефекта и скорости коррозии, что подтверждает его фундаментальную природу.

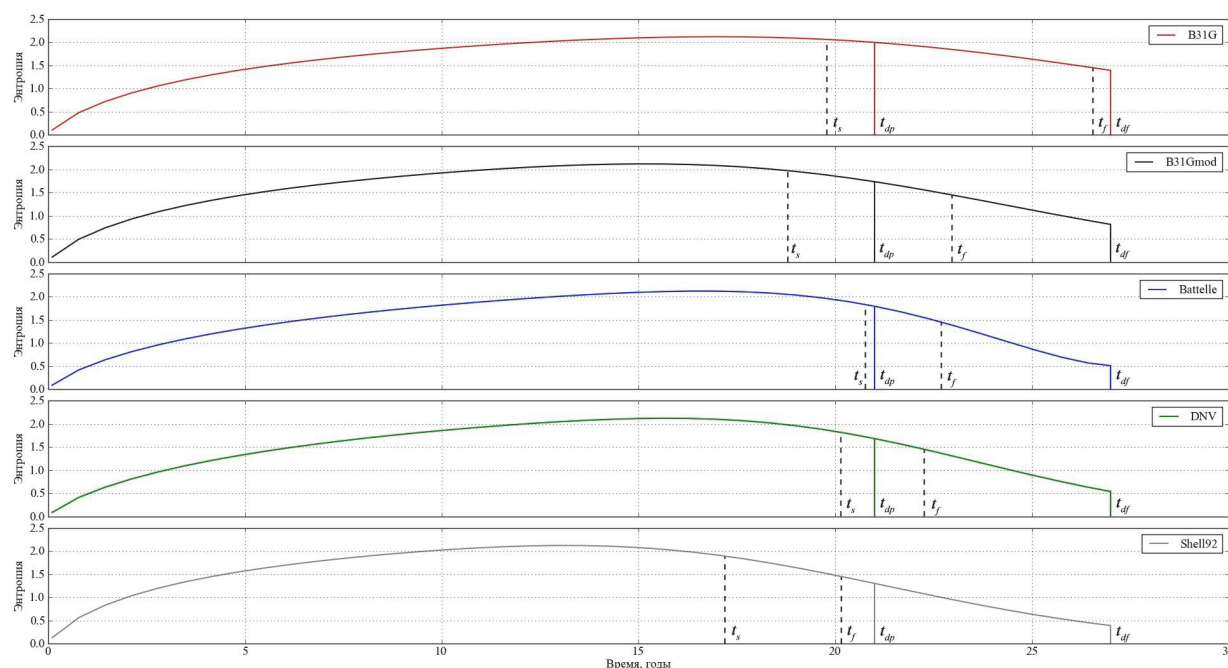


Рис. 2. Энтропия дефектного сечения ТП как функция времени. Критические и предельные моменты времени

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей: учеб. для вузов. 6-е изд. стер. М.: Высш. шк., 1999. 576 с.
2. *Шамбадаль П.* Развитие и приложение понятия энтропии М.: Наука, 1967. 280 с.
3. *Мартин Н.* Математическая теория энтропии. Пер. с англ. М.: Мир, 1988. 350с.
4. *Хинчин А.Я.* Понятие энтропии в теории вероятностей // Успехи математических наук. 1953. Т. 8. В. 3. С. 2-20.
5. *Шеннон К.* Работы по теории информации и кибернетике. М.: Изд. иностр. лит. 1963. 830 с.
6. *Осипов А.И.* Энтропия и ее роль в науке // Сетевой образовательный журнал. 2004. Т. 8. № 1. С. 70-79.
7. *Shannon C.E.* A Mathematical Theory of Communication // Bell System Technical Journal. 1948. V. 27. P. 379–423, 623–656.
8. *Shannon C.E.* Communication in the presence of noise // Proc. Institute of Radio Engineers. Jan. 1949. V. 37. № 1. P. 10-21.
9. ANSI/ASME B31G-1991. Manual for Determining the Remaining Strength of Corroded Pipelines. National Standard of USA. New York: ASME. 1991. 140 p.
10. *Kiefner J.F., Vieth P.H.* A Modified Criterion for Evaluating the Remaining Strength of Corroded Pipe // AGA Pipeline Research Committee. Report PR 3-805, 1989. 78 p.
11. DNV-RP-F101. Corroded pipelines. Recommended Practice. Norway: Det Norske Veritas, 2004. 42 p.
12. *Stephens D.R., Leis B.N.* Development of an Alternative Criterion for Residual Strength of Corrosion Defects in Moderate to High-Toughness Pipe // Proceedings of the Third International Pipeline Conference. Calgary, Canada, American Society of Mechanical Engineers, 2000. P.781-792.
13. *Ritchie D., Last S.* Burst Criteria of Corroded Pipelines - Defect Acceptance Criteria // Proceedings of the EPRG/PRC 10th Biennial Joint Technical Meeting on Line Pipe Research. Cambridge, UK. 1995.
14. *Броек Д.* Основы механики разрушения. Технологический университет в Дельфте, Нидерланды. М.: Высшая школа, 1980. 367 с.
15. *Alkazraji D.* A Quick Guide to Pipeline. Cambridge, England, Series editor: Clifford Matthews, Woodhead Publishing Limited and Matthews Engineering Training Ltd, 2008. 157 p.
16. *Menon E.Shashi.* Liquid Pipeline Hydraulics. New York: Marcel Dekker Inc., 2004. 268 p.
17. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей. М.: Наука, 1969. 576с.
18. *Гнеденко Б.В.* Курс теории вероятностей: учебник. М.: Наука, 1988. 448 с.
19. *Тимашев С.А.* Надежность больших механических систем. М.: Наука, 1982 . 183 с.
20. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения [пер. с англ. Р.Л. Долгушина, А.А. Юшкевича, С.А. Молчанова, под ред. Е.Б. Дынкина]. М.: Мир, 1967. Т. 1, 2. 1266 с.
21. *Болотин В.В.* Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1988. 240 с.
22. Математические методы в теории надежности. Основные характеристики надежности и их статистический анализ / *Б.В. Гнеденко, Ю.К. Беляев, А.Д. Соловьев.* М.: Наука, 1965. 524 с.
23. *Bogdanoff J., Kozin F.* Probabilistic models of cumulative damage. NY: John Wiley & Sons, 1985. 344 p.

## ESTIMATION OF ENTROPY OF PIPELINE SYSTEMS WITH CORROSION DEFECTS BASED ON THE MARKOV PROCESS

© 2013 S.A. Timashev, A.V. Bushinskaya

Science and Engineering Center “Reliability and Safety of Large Systems and Machines”,  
Ural Branch, RAS, Ekaterinburg

The paper describes an approach to estimating the entropy of pipeline systems, produced residual strength degradation process due to the presence of surface corrosion defects of “loss of metal” type in the pipe wall thickness.

Keywords: entropy, pipelines, corrosion defects, Markov process, residual strength.