УДК 621.038.823:535.2+004.032.22

О ВОЗМОЖНОЙ ПРИЧИНЕ СТОХАСТИЧНОСТИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ИЗЛУЧЕНИЯ ИМПУЛЬСНОГО ЭЛЕКТРОИОНИЗАЦИОННОГО СО-ЛАЗЕРА (СО-ЭИЛ)

© 2013 Т.Э. Венцлавович, В.С. Казакевич

Самарский филиал Физического института им. П.Н.Лебедева РАН

Поступила в редакцию 27.02.2013

Проведен R/S-анализ временных характеристик мощности излучения импульсного СО-ЭИЛ. На основании экспериментальных данных рассчитан показатель Херста временных рядов импульсов излучения. Предложен критерий правильности разрабатываемых математических моделей импульсов излучения. Выявлено, что стохастичное поведение временных характеристик импульсов может быть объяснено переходом к хаосу, происходящим по сценарию Фейгенбаума в динамической системе СО-ЭИЛ. Ключевые слова: временные характеристики импульсов излучения, колебательно-вращательные переходы, селективный и неселективный резонатор, R/S-анализ, вейвлет-анализ, электроионизационной СО-лазер, динамический хаос, удвоение периода, сценарий Фейгенбаума.

1. ВВЕДЕНИЕ

Известно [1, 2, 3], что среди электроразрядных лазеров электроионизационные СО-лазеры (СО-ЭИЛ) обладают наибольшей эффективностью. Это определяет постоянный интерес исследователей к данному типу лазеров. До настоящего времени исследование СО-ЭИЛ проводилось либо экспериментально [2, 3, 4, 5, 6], либо путем численного расчета при использовании существующей модели [7, 8, 9]. Однако наличие в этой модели большого количества взаимозависимых параметров молекулы СО делает такой расчет достаточно приближенным. На наш взгляд, создание модели можно ускорить, если при анализе экспериментальных результатов использовать вейвлет- и R/S анализ, а также математические методы нелинейной динамики, которые широко известны и используются во многих отраслях знаний (радиотехника, теория информации, метеорология, гидрология, медицина, финансы, астрономия и т.д. [10, 11, 12, 13]), но до сих пор при анализе экспериментальных данных по СО-ЭИЛ не применялись.

2. ОПИСАНИЕ И РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

При выполнении работы [14] был накоплен большой объем данных по спектрально-временным и энергетическим характеристикам излуче-

Венцлавович Татьяна Эдуардовна, аспирант СамГУ, инженер-исследователь лаборатории технологических лазеров. E-mail:venclavovich@mail.ru ния СО-ЭИЛ при использовании резонаторов различного типа (неселективный, селективный с дифракционной решеткой). Наличие этих данных, а так же новых аппаратных и программных методов их обработки позволило провести изучение временных характеристик импульсов излучения на новом уровне. Целью исследования был поиск общих закономерностей объединяющих временные характеристики импульсов излучения СО-ЭИЛ при всем их многообразии форм (рис. 1).

На наш взгляд, достичь цели исследования можно, проведя R/S – анализ временных рядов излучения СО-ЭИЛ. R/S – анализ или метод нормированного размаха основан на интерпретации Бенуа Мандельбротом работ английского гидрогеолога Гарольда Херста (Hurst), исследовавшего закономерности изменения уровня воды в реке Нил. Данный метод был подробно рассмотрен в работах [11, 12, 15].

3. РЕЗУЛЬТАТ R/S-АНАЛИЗА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВИЗЛУЧЕНИЯ СО-ЭИЛ НА ОТДЕЛЬНЫХ КОЛЕБАТЕЛЬНО-ВРАЩАТЕЛЬНЫХ ПЕРЕХОДАХ МОЛЕКУЛЫ ОКИСИ УГЛЕРОДА

R/S-анализ временных рядов излучения проводился по следующей схеме. На первом этапе с помощью программы Graph Digitizer 1.8 проводилась оцифровка осциллограмм импульсов излучения. Оцифрованный временной ряд импульса излучения содержал свыше 1000 отсчетов. На втором этапе с помощью программы Fractan 4.4¹,

Казакевич Владимир Станиславович, кандидат физикоматематических наук, заместитель директора по науке E-mail: kazakevich@fian.smr.ru

¹ Fractan 4.4 – программа предназначена для вычисления корреляционной размерности, корреляционной энтропии и показателя Херста по временному ряду данных. Минимальная длина временного ряда данных для обработки равна 512.



Переход $P_{10 \to 9}(13)$ $\tilde{v} = 1858.924 \text{ см}^{-1}$ $CO:N_2 = 1:9$ Неселективный резонатор





Рис. 1. Форма импульсов излучения СО-ЭИЛ для неселективного и селективного резонаторов для смесей СО:N₂=1:9 и СО:N₂:He=1:9, N= 0.5 Амага. (T=100K, t_{вл}=50мкс, Q_{вкл,уа}=350Дж×л^{-1×} Амага⁻¹, N=0.5 Амага. Развертка – 25мкс/дел. Внизу показан импульс тока электронного пучка) ×

разработанной в Институте математических проблем биологии РАН (г. Пущино), либо с помощью оригинальной авторской программы, работающей в среде МАТНLAB, определялся показатель Херста.

Анализ полученных результатов показал, что значение показателя Херста в широком спектральном диапазоне практически не зависит от величины удельного энерговклада. Для смесей $\text{CO:N}_2=1:9$ и $\text{CO:N}_2:\text{He}=1:9:10$ он составляет соответственню H~0.84 и H~0.87 для резонаторов обоих типов (рис. 2). Полная погрешность составляла 0.004, округление значений показателя Херста до 2-го знака после запятой является рациональным, а различие значений в сотых долях - значимым.

Поскольку величина *H* для обоих резонаторов лежит в диапазоне 0.5<H<1, это означает, что временные ряды импульсов излучения СО-ЭИЛ персистентны, и это подразумевает наличие взаимосвязи последовательных элементов временного ряда данных или предсказуемость исследуемого ряда в той или иной степени.

Несмотря на все многообразие форм импульсов излучения для СО-ЭИЛ с резонаторами различного типа, показатель Херста одинаков для каждого состава смеси. К таким же выводам должна приводить любая математическая модель, которая претендует на то, что она правильно описывает работу импульсного СО-ЭИЛ. В этом случае критерием правильности предлагаемой теоретической модели лазера, может служить тот факт, что величина показателя Херста временных рядов излучения импульсного СО-ЭИЛ, рассчитанных теоретически, соответствует показателю, полученному на основании экспериментальных данных.

Следующий важный вопрос, на который необходимо ответить, заключается в следующем: какова возможная причина стохастичности временных рядов импульсов излучения СО-ЭИЛ на выделенных колебательно-вращательных переходах? Ответ на данный вопрос, на наш взгляд может дать вейвлетный анализ исследуемых временных рядов.

4. НЕПРЕРЫВНЫЙ ВЕЙВЛЕТНЫЙ АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ИЗЛУЧЕНИЯ ИМПУЛЬСНОГО ЭЛЕКТРОИОНИЗАЦИОННОГО СО-ЛАЗЕРА

Вейвлетный анализ [10, 13, 16] исследуемой базы временных рядов импульсов излучения СО-ЭИЛ проводился с использованием математического аппарата МАТНLАВ. Ниже на рис. 3(а, б), показаны вейвлет-спектры импульсов излучения при использовании вейвлета Гаусса. Для того чтобы уверенно различать временной масштаб вейвлета, выбиралась вейвлетная функция Гаусса(1) с порядком производной m=16 [13].

$$\psi_0(t) = \frac{(-1)^{m+1}}{\left[\Gamma(m+\frac{1}{2})\right]^{\frac{1}{2}}} \frac{d^m}{dt^m} \exp\left(\frac{-t^2}{2}\right).$$
 (1)



Рис. 2. Зависимость показателя Херста временных рядов мощности излучения СО-ЭИЛ с неселективным (1) и селективным резонаторами в режиме свободной генерации от частоты излучения (Смесь CO:N₂=1:9, T=100K, N=0.5 Amara.)



Рис. 3. Вейвлет-спектр импульса излучения СО-ЭИЛ с селективным резонатором в режиме свободной генерации на переходе Р10 → 9(13) (а), и на переходе Р17 → 16(18)(6) (Смесь СО:N2=1:9, T=100K, N=0.5 Амага, число отсчетов Nmax=1137 и Nmax=1113 соответственно)

Ось абсцисс: b – величина временного сдвига вейвлета (в числах отсчета)

Ось ординат: а – временной масштаб вейвлета (в числах отсчета)

Параметр *а*, называемый масштабом вейвлетного преобразования, отвечает за ширину вейвлета, а *b* – параметр сдвига, определяет положение вейвлета на оси t.

Анализ данных вейвлет-спектров позволяет сделать вывод о том, что анализируемые сигналы для разных временных масштабов являются периодическими[13] в определенных временных интервалах, а также во временных рядах присутствуют составляющие нескольких временных масштабов (выделены на рис. 3 белыми прямоугольниками).

Это подтверждается данными рис. 4, на котором представлены интегральные распределения энергии по масштабам вейвлетного преобразования:

$$\langle E(a) \rangle = \int |C(a,b)|^2 db$$
. (2)

Анализ результатов интегрального распределения энергии по масштабам вейвлетного преобразования показал, что в распределении (а) три локальных максимума приходятся на значения $a_1 \cong 6.4$ мкс, $a_2 \cong 12.6$ мкс и $a_3=26.6$ мкс. Нетрудно видеть, что для этих максимумов хорошо выполняется равенство

$$\gamma = \frac{a_2}{a_1} \approx \frac{a_3}{a_2} \approx 2.$$
 (3)

Для двух локальных максимумов распределения представленного на рис. 4(б) отношение γ также приблизительно равно двум ($a_1 = 6.8$ мкс и $a_2 = 13.7$ мкс).

На рис. 5 представлена зависимость отношения *γ* от частоты излучения для СО-ЭИЛ с селективным резонатором.

Видно, что указанное соотношение (3) хорошо выполняется во всем спектральном диапазоне излучения импульсного СО-ЭИЛ.

Полученное соотношение характерно для вейвлет-спектров сигналов, демонстрирующих переход к хаосу через удвоение периода по сценарию Фейгенбаума.

Интересен ответ на следующий вопрос: почему во временных рядах СО-ЭИЛ наблюдается данное соотношение? Для ответа на этот вопрос можно попытаться использовать математический аппарат нелинейной динамики.



Рис. 4. Интегральное распределение энергии ⟨*E*(*a*)⟩ (отн.ед) по масштабам вейвлетного преобразования импульса излучения СО-ЭИЛ с селективным резонатором в режиме свободной генерации на переходе Р10 → 9(13) (а), и на переходе Р17 → 16(18)(б) (Смесь СО:N2=1:9, T=100K, N=0.5 Амага, число отсчетов Nmax=1137 и Nmax=1113 соответственно). Ось абсцисс: b – величина временного сдвига вейвлета (в числах отсчета) Ось ординат: а – величина интегрального распределения энергии



Рис. 5. Зависимость отношения г от частоты излучения для СО-ЭИЛ с селективным резонатором (Смесь CO:N2=1:9, T=100K, N=0.5 Амага)

5. КАСКАД УДВОЕНИЙ ПЕРИОДА, КАК ПРИЧИНА СЛОЖНОГО ПОВЕДЕНИЯ ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МОЩНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ СО-ЭИЛ

Подробный анализ известных кинетических уравнений [17] позволил установить возможную причину возникновения зависимости рис. 5. Для этого были исследованы временные характеристики коэффициента усиления слабого сигнала на отдельных колебательно-вращательных переходах. Изучение временных характеристик коэффициента усиления слабого сигнала является корректным, поскольку он определяет поведение интенсивности излучения лазера. С учетом характерного времени колебательно-колебательного обмена (ф~2 ÷ Змкс[18]) в среде СО-ЭИЛ это уравнение может быть представлено в виде.

$$\alpha_{i+1} = (1+\lambda_1)\alpha_i - \lambda_2 \alpha_i^2, \qquad (4)$$

где λ_i (i=1,2) параметр.

Свойства этого уравнения следующие:

1) При -1 $\leq \lambda_1 \leq 0$ точка $\alpha = 0$ является единственной неподвижной точкой;

2) При $0 < \lambda_1 \leq 2$ независимо от того, насколько близко точка α_0 лежит к неподвижной точке $\alpha = 0$, многократные итерации удаляются от последней. Такая неподвижная точка называется неустойчивой. С другой стороны, для всех значений α_0 итерационная последовательность сходится к $\alpha = \lambda_1 / \lambda_2$. Такая неподвижная точка называется устойчивой или аттрактором с периодом 1.

3) При $\lambda_2 = 0$ проблема вычисления решается тривиально.

4) Если λ_1 немного превысило значение 2, итерации испытывают удвоение периода, т.е. вместо устойчивого цикла с периодом 1, соответствующего одной неподвижной точке система имеет устойчивый цикл с периодом 2, т.е. цикл, содержащий две точки. При дальнейшем увеличении λ_1 возникает устойчивый цикл с периодом 8, цикл с периодом 16 и т.д. Данное поведение характерно для уравнений вида уравнения Фейгенбаума [19].

Таким образом, при импульсной накачке СО-ЭИЛ временной ход импульса излучения будет демонстрировать переход к детерминированному хаосу в случае, если время достижения удвоенного значения порогового коэффициента усиления на отдельных колебательно-вращательных переходах молекулы СО не превышает характерного времени колебательно-колебательного обмена. Как видно из рис. 6(a,b) [18], в СО-ЭИЛ это условие вполне реализуемо.

Так, например, для случая, представленного на рис. 6(а), это условие выполняется на временном интервале от 52 мкс до 55 мкс.

Таким образом, в условиях проведения эксперимента излучающая система СО-ЭИЛ демонстрировала переход к хаосу через удвоение периода (сценарий Фейгенбаума).



Рис. 6. Зависимость коэффициента усиления слабого сигнала от времени, в смеси O:N₂: He=1:9:10. Qвкл.уд.=140Джгл⁻¹ × Амага⁻¹, tвкл=60мкс, T₀=120К, N=0.5Амага

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1) Впервые проведен R/S анализ временных рядов импульсов излучения СО-ЭИЛ с резонаторами различных типов. На основании экспериментальных данных рассчитан показатель Херста. Для лазера с составом рабочей смеси СО:N2 = 1:9 этот показатель равен 0.84, для смеси с гелием величина H~0.87. Данное значение показателя Херста говорит о том, что временные ряды импульсов излучения СО-ЭИЛ относится к классу персистентных рядов.

2) Разработан критерий правильности модели импульсного СО-лазера: величина показателя Херста временных рядов излучения импульсного СО-ЭИЛ, рассчитанных теоретически, должна соответствовать показателю, полученному на основании экспериментальных данных;

 Показано, что причиной стохастичного поведения временных зависимостей импульсов мощности излучения электроионизационного СО-лазера может быть переход к хаосу в динамической системе СО-ЭИЛ, происходящий через удвоение периода (сценарий Фейгенбаума).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Mann M.M., Rice D.K., Equchi R.G.* An Experimental Investigation of High Energy CO Laser// IEEE J. Quantum Electron., 1974, v.QE-10, p.682-685.
- Вальтер С. и др. Импульсно-периодический электроионизационный лазер на окиси углерода, работающий при комнатной температуре // Квантовая электроника. 1995. Т.22, №9. С. 883-886.
- Бородин А.М. и др. Электроионизационный СО-лазер с дозвуковым потоком рабочей среды // Квантовая электроника. 1996. Т.23, №5. С. 405-408.
- Данилычев В.А., Керимов О.М., Ковш И.Б. Итоги науки и техники, сер. Радиотехника. М.:ВИНИТИ. 1977. Т.12. С. 126-164.
- 5. Ионин А.А., Ковш И.Б., Соболев В.А. и др. Итоги на-

уки и техники, сер. Радиотехника. М.:ВИНИТИ 1984. Т.32.

- Басов Н.Г., Ионин А.А., Климачев Ю.М., Котков А.А., Курносов А.К., МакКорд Дж. Е., Напартович А.П., Селезнев Л.В., Синицын Д.В., Хагер Г. Д., Шнырев С.Л. Импульсный лазер на первом колебательном обертоне молекулы СО, действующий в спектральном диапазоне 2.5-4.2мкм. З Коэффициент усиления и кинетические процессы на высоких колебательных уровнях // Квантовая электроника. 2002. Т.32. №5. С. 404-410.
- Treanor C.E., Rich J.W., Rehm R.G. Vibrational relaxation of anharmonic oscillators with exchange-dominated collisions // J. Chem. Phys. 1968 v.48 pp. 1798-1807.
- Игошин В.И., Пичугин С.Ю. Эквивалентная двухуровневая модель СО лазера: Краткие сообщения по физике // ФИАН 1995. №5-6, С. 45-49.
- 9. Арасланов Ш.Ф., Сафиуллин Р.К. Численное моделирование электроионизационного и проточного электроразрядного СО-лазеров // Квантовая электроника 2001. Т. 31. №8. С. 697-703.
- Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. М. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». 2004.
- 11. *Петерс Э.* Хаос и порядок на рынках капитала М.: Мир, 2000.
- *Федер Е.* Фракталы. Пер. с англ. М.: Мир,1991. 254
 c. (Jens Feder, Plenum Press, NewYork, 1988).
- Короновский А.А., Храмов А.Е. Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения. М.: Физматлит, 2003.
- Басов Н.Г., Казакевич В.С., Ковш И.Б. Спектр излучения импульсного электроионизационного СО-лазера с селективным и неселективным резонаторами // Квантовая электроника. 1982. Т.9. №4 С.763-771.
- 15. Венцлавович Т.Э., Казакевич В.С. R/S-анализ временных рядов излучения импульсного электроионизационного СО-лазера (СО-ЭИЛ)// Известия Самарского научного центра РАН. 2007. Т. 9. №3. С. 610.
- Астафьева Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // УФН. 1996. Т.166. №11. С. 1145-1170.
- Конев Ю.Б., Кочетов И.В., Певгов В. Г., Шарков В.Ф. Анализ кинетических процессов, определяющих параметры СО2-лазеров // Препр. ИАЭ. 1977. № 2821,
- Казакевич В.С. Спектрально-временные характеристики излучения импульсного электроионизационного СО-лазера. Дисс. ... канд. физ.-мат. наук, ФИАН, Москва, 1985.
- Фейгенбаум М. Универсальность в поведении нелинейных систем //УФН. 1983. Т.2. №141. С.343-374.

RESEARCH INTO THE CAUSES OF EBCD CARBON MONOXIDE LASER RADIATION PULSES NONLINEAR BEHAVIOR

© 2013 T.E. Ventslavovich, V.S. Kazakevich

Samara Branch of P.N. Lebedev Physical Institute of RAS

In the work for the first time the empirical Hurst's law, the wavelet-analysis and mathematical methods of nonlinear dynamics are used for the EBCD laser the output pulses analysis. It has been shown that among a great number of the processes occurring in active medium, there is certain process manifests itself in peculiar features of the laser radiation time characteristics and introduces an element of unpredictability. The criterion is offered for the correctness of EBCD laser mathematical models being developed. The research of the frequency structure of EBCD laser output pulses was carried out on the base wavelet-analysis. It is shown that the transition to chaos in the EBCD laser dynamic system occurs through the period duplication. Keywords: laser radiation time characteristics, vibration-rotation transitions, selective resonator, non-selective resonator, EBCD laser the output pulses, empirical Hurst's law, R/S-analysis, wavelet-analysis, nonlinear dynamics, unpredictability, chaos, period duplication.

Vladimir Kazakevich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Deputy Director. E-mail: kazakevich@fian.smr.ru Tatyana Ventslavovich, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Graduate Student of SSU, Research Engineer at the Industrial Lasers Laboratory. E-mail: venclavovich@mail.ru