

## МНОГОКАНАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖУЩИМИСЯ ОБЪЕКТАМИ С УЧЁТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ НА РЕЖИМЫ ДВИЖЕНИЯ И УПРАВЛЯЮЩИЕ ЗАВИСИМОСТИ

© 2013 Ю.Н. Лазарев

Самарский научный центр РАН

Поступила в редакцию 11.06.2013

Рассмотрено применение численного метода на основе последовательной линеаризации при решении задачи многоканального управления движущимися объектами с учётом ограничений на режимы движения и управляющие зависимости. Рассмотрен пример формирования трёхканального управления движением аэрокосмического аппарата при изменении наклона плоскости орбиты в атмосфере. Ключевые слова: численный метод, многоканальное управление, режимы движения, управляющие зависимости.

### ВВЕДЕНИЕ

Работы в области многоканального управления движущимися объектами с учётом ограничений активно ведутся в технически развитых странах, активно участвующих в освоении стратосферы и околоземного космического пространства.

В настоящее время разрабатываются проекты и создаются образцы новой манёвренной аэрокосмической техники, которая позволяет реализовать разнообразные траектории движения в стратосфере и околоземном космическом пространстве и решать сложные задачи управления. В значительной степени усложняются траекторные задачи, которые ставятся перед самолётами новых поколений, а также другими высокотехнологичными движущимися объектами.

Используемые в настоящее время методы и алгоритмы управления не позволяют полностью использовать манёвренные возможности перспективных движущихся объектов на всех возможных режимах движения. С их помощью не всегда возможно формирование как номинальных управляющих зависимостей с учётом всех ограничений, так и командных, реализующихся в реальном времени в условиях действия априорно неопределённых возмущений. Современные вычислительные системы снимают ограничения на применение сложных численных методов при решении задач многоканального управления движением объектов, в том числе и методов, основанных на последовательной линеаризации.

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задача управления движущимися объектами при наличии ограничений имеет следующую математическую формулировку. Задана математическая модель движения в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (1)$$

с начальным условием

$$x(0) = x_0, \quad (2)$$

где  $f = (f_1, \dots, f_n)$  – вектор-функция правых частей размерности  $n$ ,

$x = (x_1, \dots, x_n)$  – вектор фазовых координат размерности  $n$ ,

$u = (u_1, \dots, u_r)$  – вектор управляющих воздействий размерности  $r$ .

Требуется определить управление  $u(t)$  на отрезке времени  $[0, T]$  для системы (1) с начальным условием (2), удовлетворяющее ограничениям на управление

$$u(t) \in U, \quad \dot{u}(t) \in \dot{U} \quad \text{при всех } t \in [0, T], \quad (3)$$

ограничениям на функционалы

$$F_j[u(t)] \leq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (4)$$

и минимизирующее функционал

$$F_o[u(t)]. \quad (5)$$

Функционалы  $F_j$  ( $j = 1, 2, \dots, m$ ) рассматриваются как неявные зависимости управляющих воздействий  $u(t)$ , поэтому в общем случае запись  $F_j[u(t)]$  выражает принципиальную возможность вычислить  $F_j$  по известной зависимости  $u(t)$ .

### МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ

Решение задач формирования многоканального управления движущимися объектами в фор-

*Лазарев Юрий Николаевич, доктор технических наук, профессор, заместитель председателя.*  
E-mail: lazarev@ssc.smr.ru

ме задач оптимизации управления, многокритериальной задачи управления или основной задачи управления основано на использовании методов нелинейного программирования. При численном решении задачи управления результат всегда формируется приближённо. Существует несколько основных направлений [1] построения приближённых методов решения задач управления, на базе которых в принципе возможна разработка численных методов и алгоритмов формирования многоканального номинального и(или) командного управления движущимися объектами.

При решении задач многоканального управления движущимися объектами при наличии многочисленных ограничений перспективным является использование направления, связанного с построением минимизирующей последовательности управлений. К достоинствам этого направления относится естественность выбора именно управления в качестве независимого аргумента. Это позволяет, во-первых, относительно легко, в отличие от других направлений, учесть ограничения на управление любой сложности, во-вторых, преодолеть трудности, связанные с фазовыми ограничениями, и, в-третьих, использовать при разработке численных методов разнообразные теоретические и эвристические подходы.

В основу численных методов и алгоритмов формирования номинальных и командных управляющих зависимостей в качестве единого подхода к решению рассматриваемой проблемы предлагается метод последовательной линеаризации. Этот метод позволяет сочетать строго обоснованные научные подходы с эвристическими приёмами численного исследования. Подробное описание метода последовательной линеаризации, а также вопросов, связанных с его численной реализацией, приведены в [2]. Модификации метода, разработки по его применению в задачах формирования управления движением аэрокосмических в атмосфере и результаты решения конкретных задач описаны в [3-5].

Метод последовательной линеаризации является типичным методом спуска в пространстве управлений и сводится к итерационному улучшению управления: начальное приближение управления  $u(t)$  последовательно улучшается с целью удовлетворения условиям задачи (3) – (5). На каждой итерации вычисляется малое приращение  $\delta u(t)$ , позволяющее перейти к улучшенному управлению  $u(t) + \delta u(t)$  по следующей схеме.

1. Интегрируется система (1) с некоторым опорным управлением  $u(t)$ . Вычисляется опорное решение  $x(t)$  и функционалы задачи  $F_j$  ( $j = 0, 1, \dots, m$ ).

2. Для опорного закона движения  $\{u(t), x(t)\}$  вычисляются функциональные производные  $\omega^{(j)}(t)$  от функционалов  $F_j$  по управлению  $u(t)$ :

$$\omega^{(j)}(t) = \frac{\partial F_j[u(t)]}{\partial u(t)} \quad (j = 0, 1, \dots, m). \quad (6)$$

3. Вводится малая окрестность  $\delta U$  опорного управления  $u(t)$ .

4. Определяется приращение  $\delta u(t)$ , являющееся решением линейного приближения исходной задачи (3) – (5) в окрестности опорного закона движения  $\{u(t), x(t)\}$ . В соответствии с этим  $\delta u$  должно удовлетворять следующим условиям:

$$\delta u(t) \in \delta U \quad \text{при всех } t \in [0, T], \quad (7)$$

$$\begin{aligned} F_j[u(t)] + \delta F_j[\delta u(t)] = \\ = F_j[u(t)] + \int_0^T \omega^{(j)}(t) \delta u(t) dt \leq 0, \quad (j = 1, \dots, m), \quad (8) \end{aligned}$$

$$\min_{\delta u(t)} \delta F_0[\delta u(t)] = \min_{\delta u(t)} \int_0^T \omega^{(0)}(t) \delta u(t) dt. \quad (9)$$

5. Проверяется выполнение условий окончания поиска. Если улучшенное управление  $u(t) + \delta U(t)$  удовлетворяет условиям (3) – (5), то поиск искомого управления считается законченным. В противном случае выполняется следующая итерация улучшения управления с опорным управлением  $u(t) + \delta U(t)$ .

### ТРЁХКАНАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

В качестве примера рассмотрим формирование трёхканального управления в модельной задаче поворота в атмосфере плоскости орбиты аэрокосмического аппарата. Манёвр может быть выполнен в результате формирования трёхканального управления по каналам управления углами атаки и крена, а также силы тяги двигателей [6].

Требовалось сформировать программы управления углами атаки и крена, а также секундного расхода топлива двигательной установки аэрокосмического аппарата, максимизирующие конечную массу аппарата при наличии ограничений на угол атаки, секундный расход топлива, удельный тепловой поток в критической точке и на отклонения конечных значений угла пути, скорости, высоты и угла наклона траектории от требуемых значений, то есть найти

$$\{\alpha(t), \gamma_a(t), \beta(t)\} = \arg \max_{\alpha, \gamma_a, \beta} [m(T)]$$

при наличии ограничений на управление

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad 0 \leq \beta \leq \beta_{\max},$$

и ограничений на удельный тепловой поток

$$q_{T_{\max}} - q_{T_{\text{доп}}} \leq 0,$$

и терминальные условия

$$\Delta\chi_k - \Delta\chi_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta V_k - \Delta V_{\text{доп}} \leq 0,$$

$$\Delta H_k - \Delta H_{\text{доп}} \leq 0, \quad \Delta\theta_k - \Delta\theta_{\text{доп}} \leq 0$$

где  $\Delta\chi_k = |\chi(T) - \chi_{\text{треб}}|$ ,  $\Delta V_k = |V(T) - V_{\text{треб}}|$ ,

$$\Delta H_k = |H(T) - H_{\text{треб}}|, \quad \Delta\theta_k = |\theta(T) - \theta_{\text{треб}}|.$$

Исходной орбитой являлась экваториальная. Внеатмосферный участок траектории не рассматривался. В начальный момент времени задавались значения фазовых координат аппарата, соответствующие моменту входа в атмосферу: начальная высота над поверхностью Земли  $H_0 = 100$  км, начальная скорость относительно Земли  $V_0 = 7730$  м/с, начальный угол наклона траектории  $\theta_0 = -2^\circ$ , начальный угол пути  $\chi_0 = 0$ .

Момент окончания манёвра фиксировался после отражения аппарата от плотных слоёв атмосферы при выполнении условия достижения аппаратом требуемой высоты конечной орбиты или требуемого угла наклона траектории. На каждой итерации улучшения управления при выполнении одного из условий окончания траектории поворота плоскости орбиты, выполнение другого также контролировалось, то есть одно из рассматриваемых условий являлось критерием окончания траектории, а другое – одним из функционалов задачи, причём, в процессе численного решения задачи на разных итерациях улучшения управления они могли неоднократно меняться местами.

Критерием оптимальности являлось конечное значение массы аппарата, которую надо было максимизировать. Накладывались ограничения на угол атаки и силу тяги двигателей, на удельный тепловой поток в критической точке аппарата, а также на отклонения требуемых конечных значений угла пути, скорости и угла наклона траектории.

Конечные значения и допустимые отклонения конечных значений фазовых координат принимались равными соответственно: по высоте  $H_k = 200$  км и  $\Delta H_{\text{доп}} = 0,1$  км, по скорости  $V_k = 7400$  м/с и  $\Delta V_{\text{доп}} = 5$  м/с, по углу наклона траектории  $\theta_k = 0$  и  $\Delta\theta_{\text{доп}} = 0,01^\circ$ . Вместо изменения наклона рассматривалось изменение угла пути до конечного значения:  $\chi_k = 5^\circ$  при допустимом отклонении  $\Delta\chi_{\text{доп}} = 0,1^\circ$ .

Модель движения учитывала нецентральность поля тяготения Земли и её вращение вокруг собственной оси. Параметры атмосферы соответствовали стандартным значениям и задавались, как и аэродинамические характеристики аппарата (коэффициенты аэродинамической

подъёмной силы и силы лобового сопротивления) таблично. Максимальное значение аэродинамического качества аэрокосмического аппарата на гиперзвуковых скоростях полёта в атмосфере равнялось 2. Радиус кривизны поверхности аппарата в критической точке принимался равным 1 м, а допустимое значение удельного теплового потока  $q_{T_{\text{доп}}}$  равнялось 1700 кДж/(м<sup>2</sup>с).

Угол атаки мог принимать значения от  $10^\circ$  до  $50^\circ$ , максимальная тяговооружённость составляла 0,3 при максимальном значении относительного секундного расхода топлива  $\bar{\beta}_{\max} = 0,001$  1/с, где  $\bar{\beta} = \beta / m_0$ ,  $m_0$  – начальная масса аппарата. В качестве начального приближения опорных программ управления во всех задачах принимались следующие постоянные величины:  $\alpha_0 = 30^\circ$ ,  $\gamma_{a0} = 45^\circ$ ,  $\beta_0 = 0$ , то есть в качестве опорного движения рассматривалось пассивное.

Размеры допустимых окрестностей управляющих зависимостей  $\delta U$  уменьшались по мере приближения к оптимальным программам и составляли по углу атаки от  $0,5^\circ$  на первых итерациях до  $0,01^\circ$  на последних, по углу крена от  $1^\circ$  до  $0,1^\circ$ , а по относительному секундному расходу топлива от  $2 \cdot 10^{-5}$  1/с до  $10^{-6}$  1/с. Количество выполненных итераций составило примерно 200.

При решении задач использовались методы конечномерной аппроксимации, способы учёта ограничений на управление, максимальные значения контролируемых параметров, а также приёмы повышения эффективности процесса поиска и процедура его окончания, приведённые в [1].

На рис. показаны полученные оптимальные управляющие зависимости по каналам изменения углов атаки, крена и секундного расхода топлива

$\{\alpha_{\text{opt}}, \gamma_{a\text{opt}}, \beta_{\text{opt}}\}$ , удовлетворяющие всем условиям задачи, а также зависимость высоты  $H$  от времени. Затраты топлива на проведение манёвра составили 29% от начальной массы аппарата.

В рассмотренной задаче основная трудность поиска оптимального трёхканального управления заключалась в том, что даже кратковременное включение двигательной установки на любом участке траектории приводит к существенному изменению времени движения аппарата и, следовательно, к возникновению значительных ошибок в определении производных функционалов по всем каналам управления. Поэтому при решении применялся метод плавающих узлов [7], позволяющий учитывать изменение контролируемых функционалов в процессе улучшения управления при существенном изменении продолжительности траектории.

Введение ограничения на удельный тепловой поток приводит к необходимости трёхкратного включения тяги: первый импульс тяги расходует-

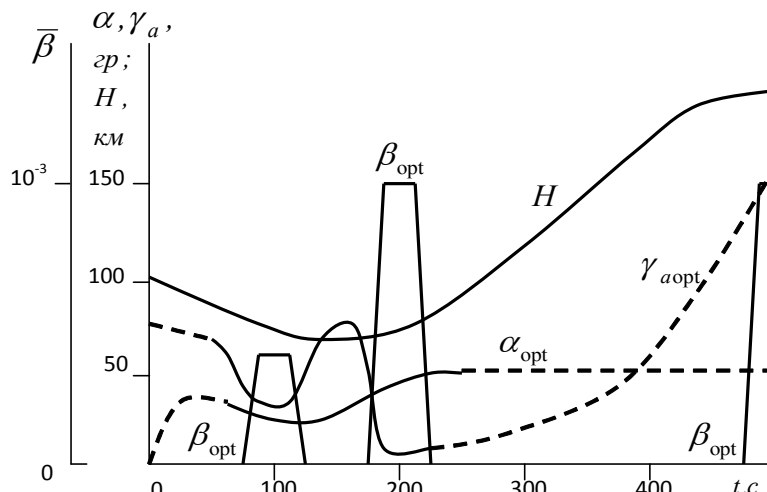


Рис. Программы управления и зависимость высоты от времени

ся на разгон аппарата при входе в плотные слои атмосферы для поддержания его на больших высотах, второй – при выходе из плотных слоёв для подъёма на высоту конечной орбиты, а третий – на увеличение скорости до орбитальной.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты решения задач позволяют сделать вывод о работоспособности и эффективности численного метода на основе последовательной линеаризации при решении задач формирования многоканального управления движущимися объектами с учётом ограничений на режимы движения и управляющие зависимости.

Практика применения численного метода на основе последовательной линеаризации позволяет охарактеризовать его как универсальный подход к решению широкого круга задач управления движущимися объектами. Достоинствами метода являются малая чувствительность к исходному управлению, возможность учёта ограничений, возможность контроля над процессом поиска и влияния на него, относительная простота

перенастройки вычислительных процедур при изменении условий задачи, в том числе при появлении дополнительных ограничений.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лазарев Ю.Н. Управление траекториями аэрокосмических аппаратов. Теоретические основы, алгоритмы, результаты решения задач. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012.
2. Федоренко Р.П. Приближенное решение задач оптимального управления. М.: Наука, 1978.
3. Голубев Ю.Ф., Хайруллин Р.З. К решению задач оптимального управления при входе в атмосферу // Космические исследования. 1987. Т.25. Вып. 1.
4. Лазарев Ю.Н. Решение задач формирования программ управления движением в атмосфере аэрокосмических аппаратов на основе последовательной линеаризации // Космические исследования. 1994. Т.32. Вып.4-5.
5. Лазарев Ю.Н. Управление движением аэрокосмического аппарата в атмосфере на основе метода последовательной линеаризации // Известия Академии наук. Теория и системы управления. 1996. N 2.
6. Балакин В.Л., Лазарев Ю.Н., Филиппов Е.А. Оптимизация управления аэрокосмическим аппаратом при изменении в атмосфере наклона плоскости орбиты // Космические исследования. 1996. Т.34. Вып.2.
7. Голубев Ю.Ф., Серёгин И.А., Хайруллин Р.З. Метод плавающих узлов // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1991. № 2.

## MOVING OBJECTS MULTI-CHANNEL CONTROL WITH CONSTRAINTS FOR GUIDANCE AND MOTION REGIMES

© 2013 Yu.N. Lazarev

Samara Science Centre of RAS

The application of the numerical method based on a sequential linearization for solving the problem of multi-channel control of moving objects with constraints for guidance and motion regimes is investigated. The forming of aerospace vehicle three-channel control during the maneuver of shifting the orbital plane in atmosphere is considered.

Keywords: moving objects, multi-channel control, sequential linearization, numerical method.

Yu. Lazarev, Doctor of Technics, Professor, Vice-Chairman.  
E-mail: lazarev@ssc.smr.ru