УДК 629:7.05.001.4

МЕТОДИКА УЧЕТА НЕЛИНЕЙНЫХ ДИССИПАТИВНЫХ СИЛ, СВЯЗАННЫЕ С ПОДВИЖНОСТЬЮ ЖИДКОСТИ В ТОПЛИВНЫХ БАКАХ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ

© 2013 А.И. Селиверстов[1], И.В. Шевченко[2]

[1] ГКНПЦ имени М.В.Хруничева, г. Москва
[2] МАТИ-РГТУ имени К.Э.Циолковского, г. Москва

Поступила в редакцию 26.02.2013

Разработана методика для учета нелинейных диссипативных сил, обусловленных подвижностью жидкости в топливных баках. Данная методика использовалась при анализе математической модели колебаний жидкости в дополнительных топливных баках РБ БРИЗ-М и РН «Ангара А5» и показала свою эффективность при инженерных расчётах.

Ключевые слова: *диссипативные силы, топливные баки, модель колебаний*

Диссипативные свойства деформируемых конструкций, какими являются элементы ракет-носителей, определяются тремя видами энергетических потерь: конструкционным рассеянием энергии колебаний, рассеянием энергии в материале и потерями при относительном движении жидкого топлива в баках. Для оценки энергетических потерь обычно используется логарифмический декремент колебаний

$$\delta = \frac{\Delta E}{E}, \qquad (1)$$

где: ΔE – рассеяние энергии колебаний за период; E – полная энергия системы.

Логарифмический декремент δ связан с коэффициентом демпфирования β, входящим непосредственно в уравнения колебаний, соотношением

$$\delta = \frac{2\pi\beta}{\sqrt{\sigma^2 - \beta^2}}, \qquad (2)$$

где σ^2 – квадрат частоты в уравнениях колебаний. При $\beta \ll \sigma$, т.е. при слабом демпфировании, формула (2) переходит в приближенное соотношение

$$\delta = 2\pi\frac{\beta}{\sigma}. \qquad (3)$$

Логарифмические декременты определяются экспериментально или теоретически для конкретных баков РН или РБ и для каждого учитываемого тона колебаний.

Селиверстов Александр Иванович, генеральный директор
Шевченко Игорь Владимирович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой. E-mail: mmm@mati.ru

При исследовании устойчивости движения РН, разгонных блоков (РБ) и космических аппаратов (КА) большое значение имеет учет подвижности жидких масс в баках [1]. Как правило, большая часть КА и РБ не являются устойчивыми на активном участке своего полёта при работе ЖРД в основном из-за невозможности стабилизировать их полёт с помощью систем управления на частотах твёрдого тела и частотах колебаний жидкого топлива в баках одновременно. Значительно реже полёт КА благодаря выбранным конструктивным параметрам является собственно динамически неустойчивым. В таких неблагоприятных случаях путём установки в баки дополнительных демпфирующих устройств добиваются так называемой «технической» устойчивости полёта с приемлемой амплитудой автоколебаний КА, которая обеспечивает нормальное функционирование аппаратуры и космонавтов. Это дается недаром: для мощных носителей вес демпферов может достигать нескольких тонн. На большинстве РБ и КА в качестве ёмкостей баки имеют вид полостей вращения (тор, сфера, цилиндр, «чечевица» и т. п.). Особенностью таких полостей является наличие двух различных форм колебаний жидкости с одинаковой парциальной частотой колебаний. Во всех перечисленных случаях, обычно производя вычисления декрементов колебаний жидкости с помощью одного из вариантов теории возмущений, учитывают эти колебания (с близкими или равными частотами) раздельно или, по крайней мере, раздельно для разных плоскостей стабилизации (плоскость рыскания и плоскость тангажа). Очевидно при этом могут возникнуть достаточно большие ошибки как в сторону увеличения значения декремента колебаний жидкости, так и в сторону его уменьшения.

Движение жидкости в баках описывается уравнениями гидродинамики. Для их составления необходимо решать краевые задачи, связанные с колебаниями свободной поверхности жидкости.

Решение этих задач позволяет определить потенциал Н.Е. Жуковского Ψ и потенциал φ, соответствующий колебаниям жидкости в полости Q, занятой жидкостью со свободной поверхностью Σ и смоченной поверхностью S. К числу этих коэффициентов относятся: J_{xx}, J_{yy}, J_{zz} – присоединенные моменты инерции жидкости в баке относительно осей декартовых координат; λ_n – коэффициенты гидродинамических сил в двух плоскостях стабилизации; λ_{0n} – гидродинамические коэффициенты моментов сил в плоскостях тангажа и рыскания; μ_n – приведенные массы колеблющейся жидкости; ω_n – частоты собственных колебаний жидкости; n – номер тона колебаний.

Далее будем предполагать, что рассматриваемая полость является полостью вращения. Сначала решается «линеаризованная» задача о нахождении частот колебаний, собственных форм колебаний и потенциалов Н.Е.Жуковского Ψ. Далее будет необходимо искать потенциалы φ_{r0} и φ_{p0}, описывающие собственные колебания жидкости в полости вращения:

$$\varphi_{r0}=\varphi_{r0}(\rho,x,\theta)=\sin(\theta)\,\chi(\rho,x),$$
$$\varphi_{p0}=\varphi_{p0}(\rho,x,\theta)=\cos(\theta)\,\chi(\rho,x). \tag{4}$$

Здесь ρ, x, θ – цилиндрические координаты, начало которых (точка О) выбирается исходя из удобств решения задачи.

После нахождения функций $\varphi_{r0},\varphi_{p0},\chi$ вычисляются квадратуры, определяющие безразмерные присоединённые массы λ_n, λ_{0n}, μ_n, J по следующим формулам:

$$\lambda_n=\int_\Sigma z\,\psi_n\,dS=\oint_{S+\Sigma}\varphi_{r0}\,\nu_z\,dS,$$
$$\lambda_{0n}=\int_\Sigma \Psi\,\psi_n\,dS=\oint_{S+\Sigma}\varphi_{r0}\frac{\partial\Psi}{\partial n}dS,$$
$$\mu_n=\int_\Sigma \psi_n\,\varphi_{n0}\,dS=\int_Q \nabla\varphi_{n0}\,\nabla\varphi_{n0}\,dQ,$$
$$J=\int_Q \nabla\Psi\,\nabla\Psi\,dQ=\int_{\Sigma+S}\Psi\frac{\partial\Psi}{\partial n}dS. \tag{5}$$

Будем считать, что движение жидкости происходит в плоскости рыскания OXZ с потенциалом скоростей φ_r

$$\varphi_r=\dot r(t)\,\varphi_{r0}(\rho,x,\theta)=\dot r(t)\sin(\theta)\,\chi(\rho,\theta),\quad \dot r(t)=dr/dt, \tag{6}$$

а в плоскости тангажа OXY с потенциалом скоростей φ_p

$$\varphi_p=\dot p(t)\,\varphi_{p0}(\rho,x,\theta)=\dot p(t)\cos(\theta)\,\chi(\rho,x),\quad \dot p(t)=dp/dt \tag{7}$$

где функция $\chi(\rho,x)$ имеет размерность длины, $OXYZ$ является декартовой системой координат, соответствующей введённой ранее цилиндрической системе координат $O\rho x\theta$.

Пусть

$$r(t)=r_0\sin(\omega t)\,,\ p(t)=p_0\sin(\omega t+\varphi). \tag{8}$$

Будем считать, что бак имеет продольные и поперечные перегородки.

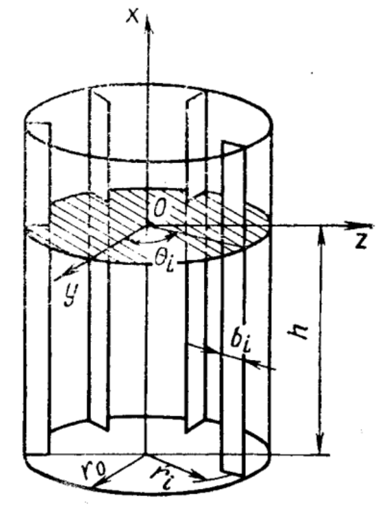

Рис. 1. Схематическое изображение цилиндрического бака с вертикальными и горизонтальной перегородкой

Тогда тангенциальные составляющие относительно продольных рёбер скорости можно записать в виде

$$v_{r\theta}=\omega r_0\frac{\chi}{\rho}\cos(\theta)\cos(\omega t),$$
$$v_{p\theta}=-\omega p_0\frac{\chi}{\rho}\sin(\theta)\cos(\omega t+\varphi). \tag{9}$$

Суммарную тангенциальную скорость жидкости v_θ относительно ребра можно записать в виде

$$v_\theta=\omega\frac{\chi}{\rho}\left(r_0\cos(\theta)\cos(\omega t)-p_0\sin(\theta)\cos(\omega t+\varphi)\right)=$$
$$=\omega\frac{\chi}{\rho}C\cos(\omega t+\alpha),\quad C=\sqrt{A^2+B^2+2AB\cos(\varphi)},$$
$$A=r_0\cos(\theta),\qquad B=-p_0\sin(\theta),$$
$$\mathrm{tg}(\alpha)=\frac{B\sin(\varphi)}{A+B\cos(\varphi)}=-\frac{p_0\sin(\theta)\sin(\varphi)}{r_0\cos(\theta)-p_0\sin(\theta)\cos(\varphi)}. \tag{10}$$

Обозначив амплитуду скорости через v_0, запишем следующие равенства:

$$v_0=\omega\frac{\chi}{\rho}C\ ,\quad v_\theta=\omega\frac{\chi}{\rho}C\cos(\omega t),\qquad (11)$$
$$v_\theta=v_0\cos(\omega t+\alpha)\ .$$

Для определения коэффициента нелинейного демпфирования δ обычно пользуются формулой (1). Входящие в нее величины можно представить в виде:

$$\Delta E=\frac{\rho_0}{2}\int_0^{T_1}\int_{S_0}c_b\,v_\theta^2|v_\theta|\,dS\,dt,$$
$$E=\frac{\rho_0}{2}\mu'\omega^2r_0^2\ ,\ \mu=\rho_0\,\mu',\qquad (12)$$

где ρ_0 – плотность жидкости.

Интегрирование в (12) производится по поверхности ребра S_0. При этом необходимо знать выражение для коэффициента сопротивления c_b. Можно воспользоваться следующей хорошо себя зарекомендовавшей зависимостью

$$c_b=19.1\left(\frac{2\pi v_{01}}{b\omega_1}\right)^{-\frac{1}{2}}g(x)\ ,\qquad (13)$$
$$g(x)=e^{-\frac{0.138(x-h)}{b}},$$

где b – текущая ширина ребра, v_{01} – амплитудное значение скорости по основному тону колебаний, ω_1 – круговая частота колебаний, h – глубина жидкости.

Величину ΔE запишем в виде:

$$\Delta E=\frac{19.1\rho_0}{\sqrt{8\pi}}\omega^3r_0^{\frac{3}{2}}\int_0^{T_1}\int_{S_0}g(x)b^{\frac{3}{2}}\left(\frac{\chi}{\rho}\right)^{\frac{5}{2}}\overline{C}^{\frac{3}{2}}\times$$
$$\times\cos^2(\omega t+\alpha)\left|\cos(\theta)\cos(\omega t)-\frac{p_0}{r_0}\sin(\theta)\cos(\omega t+\varphi)\right|dx\,dt,$$
$$b=b(x).\qquad (14)$$

Выше было приведено выражение для потери энергии благодаря вихреобразованию в колеблющейся жидкости на одном ребре. Для нахождения полной потери необходимо просуммировать потери энергии на всех рёбрах. В результате для декремента колебаний жидкости δ можем записать формулу:

$$\delta=\frac{\sum_{i=1}^{N}\Delta E_i}{2E}=\frac{19.1}{\sqrt{8\pi}}r_0^{\frac{1}{2}}\frac{1}{\mu'}\sum_{i=1}^{N}G_i\,T_i\ ,$$
$$\mu'=\mu/\rho_0\ .\qquad (15)$$

Здесь ρ_o – плотность жидкости, а величины G_i и T_i характеризуют i-ое ребро. Они имеют вид:

$$G_i=\int_{S_{0i}}g(x)(b_i(x))^{\frac{3}{2}}\left(\frac{\chi}{\rho}\right)^{\frac{5}{2}}dx\ ,\qquad (16)$$

$$T_i=\int_0^{2\pi}\overline{C}_i^{\frac{3}{2}}\cos^2(\gamma+\alpha_i)|\cos(\theta_i)\cos(\gamma)-\overline{p}_0\sin(\theta_i)\cos(\gamma+\varphi)|d\gamma\ .\qquad (17)$$

В случае, если все рёбра идентичны (что почти всегда бывает на практике) величина G_i не зависит от индекса i, поэтому

$$G=G_i=\int_{S_{0i}}g(x)(b(x))^{\frac{3}{2}}\left(\frac{\chi}{\rho}\right)^{\frac{5}{2}}dx\ .\qquad (18)$$

Вместо величины T_i из (17) будем использовать T_{0i}:

$$T_i=\overline{C}_i^{\frac{3}{2}}\ T_{i0}\ ,T_{i0}=\int_0^{2\pi}\cos^2(\gamma+\alpha_i)\,|\cos(\theta_i)\cos(\gamma)-\overline{p}_0\sin(\theta_i)\cos(\gamma+\varphi)|d\gamma.\qquad (19)$$

В этом случае выражение для декремента колебаний δ будет иметь вид:

$$\delta=\frac{\sum_{i=1}^{N}\Delta E_i}{2E}=\frac{19.1}{\sqrt{8\pi}}r_0^{\frac{1}{2}}\frac{1}{\mu'}G\sum_{i=1}^{N}\overline{C}_i^{\frac{3}{2}}\ T_{i0}\ .\qquad (20)$$

$$G = G_i = \int_{S_{0i}} g(x)(b(x))^{\frac{3}{2}} \left(\frac{\chi}{\rho}\right)^{\frac{5}{2}} dx \; . \tag{21}$$

$$\overline{C}_i = \sqrt{\cos^2(\theta_i) + \overline{p}_0^2 \sin^2(\theta_i) - 2\overline{p}_0 \sin(\theta_i)\cos(\theta_i)\cos(\varphi)} \; . \tag{22}$$

$$T_{i0} = \int_0^{2\pi} \cos^2(\gamma + \alpha_i) \left|\cos(\theta_i)\cos(\gamma) - \overline{p}_0 \sin(\theta_i)\cos(\gamma + \varphi)\right| d\gamma \; . \tag{23}$$

где α_i вычисляется с помощью формулы:

$$tg(\alpha_i) = -\frac{p_0 \sin(\theta_i)\sin(\varphi)}{r_0 \cos(\theta_i) - p_0 \sin(\theta_i)\cos(\varphi)} = -\frac{\overline{p}_0 \sin(\theta_i)\sin(\varphi)}{\cos(\theta_i) - \overline{p}_0 \sin(\theta_i)\cos(\varphi)} \tag{24}$$

Это основные расчётные формулы для наиболее часто встречающегося случая наличия в баке N одинаковых рёбер. Если не учитывать взаимное влияние колебаний жидкости по основному тону в двух плоскостях стабилизации на величину коэффициента нелинейного демпфирования следует пользоваться упрощёнными формулами:

$$\mathrm{tg}(\alpha_i) = 0, \; \alpha_i = 0,$$

$$\overline{C}_i = |\cos(\theta_i)|, \; T_{i0} = \frac{8}{3}|\cos(\theta_i)|,$$

$$G = \int_{S_{0i}} g(x)(b(x))^{\frac{3}{2}} \left(\frac{\chi}{\rho}\right)^{\frac{5}{2}} dx. \tag{24}$$

Тогда величина коэффициента нелинейного демпфирования равна:

$$\delta = 19.1 \sqrt{\frac{8}{9\pi}} r_0 \frac{G}{\mu'} \sum_{i=1}^{N} |\cos(\theta_i)|^{\frac{5}{2}} \tag{25}$$

В заключение подчеркнём, что приведённые формулы справедливы для случая, когда параметр $p(t)$ при колебаниях опережает по фазе параметр $r(t)$ на величину φ.

Данная методика использовалась при анализе математической модели колебаний жидкости в дополнительных топливных баках РБ БРИЗ-М и РН «Ангара А5» и показала свою эффективность при инженерных расчётах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Микишев, Г.Н.* Экспериментальные методы в динамике космических аппаратов. – М.: Машиностроение, 1978. 248 с.

METHOD OF THE ACCOUNTING THE NONLINEAR DISSIPATIVE FORCES, CONNECTED WITH LIQUIDS MOBILITY IN FUEL TANKS OF THE CARRIER ROCKET

© 2013 A.I. Seliverstov[1], I.V. Shevchenko[2]

[1] M.V. Khrunichev State Research and Production Space Center, Moscow
[2] MATI – Russian State Technical University named after K.E. Tsiolkovsky, Moscow

The method for accounting the nonlinear dissipative forces caused by liquid mobility in fuel tanks is developed. This method was used in the analysis of mathematical model of liquid oscillation in additional fuel tanks of RB Breeze-M and CR “Angara A5” and showed the efficiency at engineering calculations.

Key words: *dissipative forces, fuel tanks, model of oscillations*

Alexander Seliverstov, General Director
Igor Shevchenko, Doctor of Technical Sciences, Head of the Department. E-mail: mmm@mati.ru