

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УСТРОЙСТВ НА БАЗЕ НАПРЯЖЕННЫХ МАГНИТОАНИЗОТРОПНЫХ СТРУКТУР

© 2013 А. Е. Дубинин, А. В. Зорина, А. А. Дубинин

Самарский государственный университет путей сообщения

Поступила в редакцию 27.01.2012

Рассматривается математическая модель устройств на базе напряженных магнитоанизотропных структур (НМАС). При этом физическая модель НМАС представлена в виде четверти кольца в электромагнитном поле при силовом воздействии на него, которая описывается системой дифференциальных уравнений теорий электромагнитного поля, ферромагнетизма и упругости в полярных координатах. Магнитная цепь устройств описывается системой алгебраических уравнений. Совместное решение системы дифференциальных и алгебраических уравнений позволяет определить электрические и магнитные параметры устройств на базе НМАС, а так же построить выходную статическую характеристику.

Ключевые слова: напряженная магнитоанизотропная структура; физическая модель, математическая модель, чувствительный элемент, компенсационный элемент, функциональная схема, выходная статическая характеристика.

В настоящее время разработано множество разнообразных функциональных устройств на базе НМАС: модуляторы, ключи и переключатели, преобразователи перемещения, регулируемые линии задержки, преобразователи силы и крутящего момента [1, 2], ключевые элементы [3] и акселерометры [4, 5].

В качестве базовой схемы перечисленных функциональных устройств используется компенсационная резонансная схема измерения, в которой чувствительный (ЧЭ) и компенсационный (КЭ) магнитные выполнены на кольцевых ферритовых магнитопроводах (рис. 1).

На ЧЭ 1 и КЭ 2 элементах расположены обмотки возбуждения 4, 5 и измерительные обмотки 3, 6. Обмотки возбуждения 4, 5 включены пос-

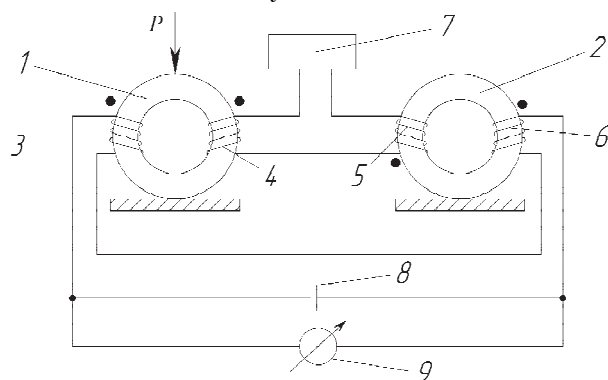


Рис. 1. Компенсационная резонансная схема

*Дубинин Александр Ефимович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой “Электротехника”.
Зорина Анна Владимировна, аспирант, преподаватель кафедры “Электротехника”. E-mail: risulja@mail.ru
Дубинин Александр Александрович, аспирант кафедры “Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте”.*

ледовательно-согласно и питаются от генератора синусоидального напряжения 7. Измерительные обмотки 3, 6 соединены последовательно-встречно и подключены к выходу измерительного прибора 9. Параллельно обмоткам 3, 6 включен конденсатор 8, образующий совместно с обмотками резонансный контур. При отсутствии усилия P сигнал на выходе измерительного прибора 9 равен нулю. При давлении силы P в кольцевом ЧЭ 1 возникают механические напряжения, которые приводят к изменению его магнитной проницаемости. При этом увеличивается разностный сигнал на выходе измерительных обмоток 3, 6. Выходной сигнал достигает максимума при максимальном усилии $P = P_{max}$. Дальнейшее увеличение силы P уменьшает выходной сигнал.

Физическая модель ферромагнитного ЧЭ представлена в виде четверти кольца на рис. 2, где P – сила воздействия на кольцо; $a = r_n - r_e$ – ширина кольца; r_n, r_e – наружный и внутренний радиус

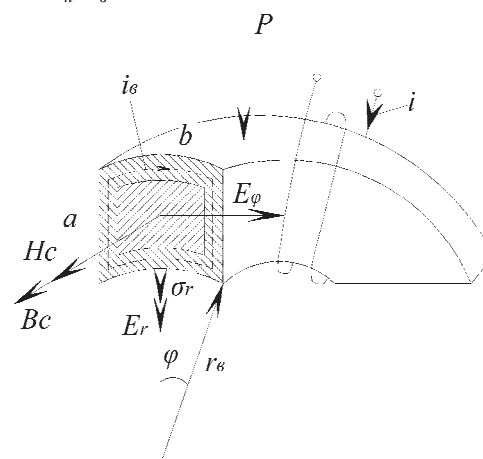


Рис. 2. Физическая модель ЧЭ

кольца соответственно; b – толщина кольца;

$r_0 = \frac{r_n - r_e}{2}$ – средний радиус кольца; φ – угол

между осью и радиусом; E_r, E_φ – напряженности электрического поля на гранях сечения; B_C – магнитная индукция внешнего электромагнитного поля; H_C – напряженность магнитного поля по поверхности сечения кольца; i – ток, протекающий через обмотку возбуждения; i_b – вихревой ток.

Математическая модель ферромагнитного ЧЭ НМАС описывается уравнениями теории электромагнитного поля, ферромагнетизма и упругости. Решение этой модели в трехмерном пространстве связано с большими трудностями. Поэтому задача была сведена к двумерной и решена в полярных координатах. При этом принимается ряд следующих допущений:

1. Магнитная индукция B_C внешнего электромагнитного поля, в котором находится ЧЭ, изменяется по синусоидальному закону.

2. Магнитное поле равномерно и имеет только нормальную составляющую магнитной индукции B_C .

3. Комплексная магнитная проницаемость $\underline{\mu}_\sigma$ зависит от значения механической силы P , $\underline{\mu}_\sigma = f(P)$.

4. Плотность токов δ_r, δ_φ по толщине кольца не изменяется, что имеет место при $b/(2\Delta) \leq 0.5$, где Δ – эквивалентная глубина проникновения электромагнитного поля в кольцо.

5. Тангенциальные составляющие напряженностей электрического поля E_r и E_φ на гранях сечения кольца постоянны.

6. Поля выпучивания, идущие в обход сечения кольца, относятся к полям рассеяния.

7. Механическая сила P (напряжение y) направлена по радиусу кольца под прямым углом к магнитному полю B_C .

8. Среда структуры кольца анизотропна или изотропна.

При принятых допущениях в двумерном пространстве при одновременном воздействии силового поля и электромагнитного поля возбуждения состояние ЧЭ описывается дифференциальными уравнениями в полярных координатах.

$$\frac{\partial \underline{H}_C}{\partial r} = \gamma_\varphi \underline{E}_\varphi; \quad (1)$$

$$-\frac{\partial \underline{H}_C}{\partial \varphi} = \gamma_r \underline{E}_r; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \underline{E}_r}{\partial r} - \frac{\partial \underline{E}_\varphi}{\partial \varphi} = -\frac{\partial \underline{B}_C}{\partial t} = -j\omega \underline{\mu}_\sigma \underline{H}_C; \quad (3)$$

$$\frac{\partial \underline{B}_C}{\partial \underline{H}_C} - \frac{1}{B^2} \cdot \frac{\partial \underline{B}_C}{\partial \underline{H}_C} \cdot \frac{\partial \underline{H}_C}{\partial \sigma} = \underline{\mu}_\sigma; \quad (4)$$

$$E \frac{\partial w_r}{\partial r} = \sigma_r, \quad (5)$$

где γ_r, γ_φ – удельные электрические проводимости по направлениям; $\underline{E}_r, \underline{E}_\varphi, \underline{H}_C$ – комплексы действующих значений напряженностей электрического и магнитного полей по поверхности сечения кольца по переменным r, φ и c ; $c = 2\pi r_0 = const$ – длина кольца; r_0 – средний радиус кольца; ω – круговая частота; $\underline{\mu}_\sigma$ – магнитная проницаемость от механического напряжения σ , w_r – перемещение точки структуры по радиусу r ; E – модуль упругости.

Граничные условия при этом имеют вид (рис. 2).

$$\underline{H}_C(r, \varphi) = \underline{H}_C(r) \text{ при } r = r_B \pm b/2, \varphi = 0; \\ r_e \leq r \leq r_n; \quad (6)$$

$$\underline{H}_C(\varphi, r) = \underline{H}_C(\varphi)$$

$$\text{при } -\arcsin \frac{b}{2r_B} \leq \varphi \leq \arcsin \frac{b}{2r_B},$$

$$\text{при малых углах } \varphi \quad b \approx L = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} r_0 d\varphi. \quad (7)$$

$$\underline{H}_C(r, \varphi) = 0 \text{ при } \varphi = \pm \arcsin \frac{b}{2r_B}.$$

$$\underline{H}_C(\varphi, r) = 0 \text{ при } r = r_B \pm b/2. \quad (8)$$

Из уравнений (1) и (2) следует:

$$\underline{E}_\varphi = \frac{1}{\gamma_\varphi} \frac{\partial \underline{H}_C}{\partial r}; \underline{E}_r = \frac{1}{\gamma_r} \frac{\partial \underline{H}_C}{\partial \varphi}. \quad (9)$$

Уравнений (9) подставим в уравнение (3).

$$-\frac{1}{\gamma_r} \frac{\partial^2 \underline{H}_C}{\partial \varphi^2} - \frac{1}{\gamma_\varphi} \frac{\partial^2 \underline{H}_C}{\partial r^2} = -j\omega \underline{\mu}_\sigma \underline{H}_C$$

$$\underline{H}_C = \frac{1}{\gamma_r j\omega \underline{\mu}_\sigma} \frac{\partial^2 \underline{H}_C}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{\gamma_\varphi j\omega \underline{\mu}_\sigma} \frac{\partial^2 \underline{H}_C}{\partial r^2},$$

где $\chi_r = \sqrt{\gamma_r j\omega \underline{\mu}_\sigma}$; $\chi_\varphi = \sqrt{\gamma_\varphi j\omega \underline{\mu}_\sigma}$.

Тогда совместное решение системы уравнений (1) – (5) дает:

$$\underline{H}_C = \frac{\partial^2 \underline{H}_C}{\chi_r^2 \partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \underline{H}_C}{\chi_\varphi^2 \partial r^2} = \underline{H}_C(r, \varphi) + \underline{H}_C(\varphi, r), \quad (10)$$

$$\text{где } \chi_r = \sqrt{\gamma_r j \omega \mu_\sigma} = \frac{e^{j\psi}}{\Delta_r}; \Delta_r = \frac{1}{\sqrt{\omega \gamma_r \mu_\sigma}}; \quad (11)$$

$$\chi_\varphi = \sqrt{\gamma_\varphi j \omega \mu_\sigma} = \frac{e^{j\psi}}{\Delta_\varphi}; \Delta_\varphi = \frac{1}{\sqrt{\omega \gamma_\varphi \mu_\sigma}};$$

χ_r, χ_φ – постоянные распределения электромагнитной волны в материал кольца; Δ_r, Δ_φ – эквивалентная глубина проникновения электромагнитного поля в материал; $\psi = \frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2}$ – фазовый угол между индуцированной ЭДС и вихревым током; β – угол магнитных потерь.

Так как постоянные (11) являются комплексными величинами, то решение уравнения (10) ищется в комплексном виде через круговые и гиперболические функции:

$$\underline{H}_C(r, \varphi) = A_1 \cos(q_1 \varphi + jp_1 r);$$

$$\underline{H}_C(\varphi, r) = A_2 \cos(p_2 r + jq_2 \varphi), \quad (12)$$

где $A_1, A_2, p_1, p_2, q_1, q_2$ – постоянные разложения (12).

$$\underline{H}_C(r, \varphi) = A_1 \cos q_1 \varphi \cos jp_1 r - A_1 \sin q_1 \varphi \sin jp_1 r;$$

$$\underline{H}_C(\varphi, r) = A_2 \cos p_2 r \cos jq_2 \varphi - A_2 \sin p_2 r \sin jq_2 \varphi.$$

Определим вторые производные:

$$\underline{H}_C = \frac{\partial^2 \underline{H}_C(r, \varphi)}{\partial r^2} = A_1 \cos q_1 \varphi \cos jp_1 r;$$

$$\underline{H}_C = \frac{\partial^2 \underline{H}_C(\varphi, r)}{\partial \varphi^2} = A_2 \cos p_2 r \cos jq_2 \varphi. \quad (13)$$

Сравнивая (13) с (11), запишем, что

$$p_1 = \chi_r = \sqrt{\gamma_r j \omega \mu_\sigma}; q_2 = \chi_\varphi = \sqrt{\gamma_\varphi j \omega \mu_\sigma}.$$

Используя эти величины и связь с круговыми и гиперболическими функциями, получим:

$$\begin{cases} \underline{H}_C(r, \varphi) = A_1 \operatorname{ch} \chi_r r \cos q_1 \varphi \\ \underline{H}_C(\varphi, r) = A_2 \operatorname{ch} \chi_\varphi \varphi \cos p_2 r \end{cases} \quad (14)$$

После подстановки граничных условий (6) и (7) в (14) получим выражения:

$$\underline{H}_C(r) = A_1 \operatorname{ch} \chi_r (r_B + \frac{b}{2}),$$

$$\text{откуда } A_1 = \frac{\underline{H}_C(r)}{\operatorname{ch} \chi_r (r_B + \frac{b}{2})};$$

$$\underline{H}_C(\varphi) = A_2 \operatorname{ch} \chi_\varphi (\arcsin \frac{b}{2r_B}),$$

$$\text{откуда } A_2 = \frac{\underline{H}_C(\varphi)}{\operatorname{ch} \chi_\varphi (\arcsin \frac{b}{2r_B})}. \quad (15)$$

Уравнения (15) подставим в (14):

$$\underline{H}_C(r, \varphi) = \underline{H}_C(r) \frac{\operatorname{ch} \chi_r r}{\operatorname{ch} \chi_r (r_B + \frac{b}{2})} \cos q_1 \varphi;$$

$$\underline{H}_C(\varphi, r) = \underline{H}_C(\varphi) \frac{\operatorname{ch} \chi_\varphi \varphi}{\operatorname{ch} \chi_\varphi (\arcsin \frac{b}{2r_B})} \cos p_2 r. \quad (16)$$

С учетом того, что $\cos q_1 \varphi = \cos p_2 r = 0$, т.е. $q_1 \varphi = p_2 r = \pm \frac{\pi}{2}$, уравнение (10) принимает вид:

$$\underline{H}_C = \underline{H}_C(r) \frac{\operatorname{ch} \chi_r r}{\operatorname{ch} \chi_r (r_B + \frac{b}{2})} + \underline{H}_C(\varphi) \frac{\operatorname{ch} \chi_\varphi \varphi}{\operatorname{ch} \chi_\varphi (\arcsin \frac{b}{2r_B})}. \quad (17)$$

Тогда уравнения (1) и (2) принимают вид:

$$\underline{\delta}_r = \frac{\partial \underline{H}_C(r, \varphi)}{\partial r} = \gamma_r \underline{E}_\varphi \frac{\operatorname{sh} \chi_r r}{\operatorname{sh} \chi_r (r_B + \frac{b}{2})}$$

$$\underline{\delta}_\varphi = -\frac{\partial \underline{H}_C(\varphi, r)}{\partial \varphi} = \gamma_r \underline{E}_r \frac{\operatorname{sh} \chi_\varphi \varphi}{\operatorname{sh} \chi_\varphi (\arcsin \frac{b}{2r_B})}, \quad (18)$$

где

$$\underline{E}_r = -\rho \chi_r \underline{H}_C(r, \varphi) \operatorname{th} \chi_r a = -j \omega \underline{B}_C a_{Br};$$

$$\underline{E}_\varphi = -\rho \chi_\varphi \underline{H}_C(\varphi, r) \operatorname{th} \chi_\varphi b = -j \omega \underline{B}_C b_{B\varphi}. \quad (19)$$

\underline{B}_C – комплекс действующего значения индукции, равномерно распределенный на эквивалентных глубинах a_{Br} и $b_{B\varphi}$, которые позволяют найти участки эквивалентного контура L_Σ вихревых токов.

$$L_\Sigma = a + b. \quad (20)$$

В эквивалентном контуре действует ЭДС

$$\underline{\mathcal{E}} = 2(\underline{E}_r a + \underline{E}_\varphi b) = -j \omega \underline{\Phi}. \quad (21)$$

Полученные выражения (17)-(20) позволяют определить сопротивления магнитных элементов НМАС силы вихревому и намагничивающему токам при действии на них силовой нагрузки.

Вихревые токи в эквивалентном контуре $L_\Sigma = a + b$ сечения кольца находятся путем интегрирования выражений (18):

$$\underline{I}_{r\varphi} = \int_0^r \underline{\delta}_\varphi dr = \frac{c \underline{E}_r}{\rho \chi_r} \frac{\operatorname{ch} \varphi - 1}{\operatorname{sh} \chi_\varphi (\arcsin(\frac{b}{2r_B}))}$$

$$\underline{I}_{\varphi r} = \int_0^L \underline{\delta}_r d\varphi = \frac{c \underline{E}_\varphi}{\rho \chi_\varphi} \frac{\operatorname{ch} \varphi - 1}{\operatorname{sh} \chi_r (r_B + \frac{b}{2})} \quad (22)$$

Сопротивления ЧЭ вихревым токам вычисляются с учетом выражений (19), (21) и (22) вычисляются:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{r\phi} &= \frac{\underline{\mathcal{E}}_r}{\underline{I}_{r\phi}} = \frac{a}{ca_{Er}} \rho e^{j\psi_r}; \\ \underline{Z}_{\phi\phi} &= \frac{\underline{\mathcal{E}}_\phi}{\underline{I}_{\phi\phi}} = \frac{b}{cb_{E\phi}} \rho e^{j\psi_\phi}. \end{aligned} \quad (23)$$

Полное сопротивление вихревому току запишется как сумма выражений (23):

$$\underline{Z}_B = \underline{Z}_{r\phi} + \underline{Z}_{\phi\phi} = \frac{a}{ca_{Er}} \rho e^{j\psi_r} + \frac{b}{cb_{E\phi}} \rho e^{j\psi_\phi}, \quad (24)$$

где ρ – удельное электрическое сопротивление кольца; ψ_r, ψ_ϕ – углы сдвига между вихревым током и ЭДС по соответствующим направлениям эквивалентного контура; c – средняя длина пути магнитного потока;

$$-a_{Er} = b_{E\phi} = \frac{a}{K} \sqrt{\frac{chK_1 - \cos K_2}{chK_1 + \cos K_2}}; \quad (25)$$

- эквивалентные глубины проникновения электрического поля в кольцо, определяются с учетом выражений (11):

$$\begin{aligned} K &= \frac{a}{\Delta} = a\sqrt{\omega\gamma_r\mu_\sigma}; K_1 = K_2 \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2}\right); \\ K_2 &= K \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2}\right); \gamma_r = \frac{1}{\rho} = \gamma_r \cos\psi - j\gamma_r \sin\psi. \end{aligned} \quad (26)$$

Углы сдвига между вихревым током и ЭДС:

$$\begin{aligned} \cos \psi_r &= \cos \psi_\phi = \frac{K_1 shK_1 + K_2 \sin K_2}{K \sqrt{sh^2 K_1 + \sin^2 K_2}}; \\ \sin \psi_r &= \sin \psi_\phi = \frac{K_1 shK_1 + K_2 \sin K_2}{K \sqrt{sh^2 K_1 + \sin^2 K_2}}. \end{aligned} \quad (27)$$

Сопротивление кольца намагничивающему току $\underline{I}_\phi = c\underline{H}_C$ по соответствующим направлениям эквивалентного контура определяются с учетом выражений (19) и (21)

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{r\phi} &= \frac{\underline{\mathcal{E}}_r}{c\underline{H}_C} = \frac{a\omega a_{Br}}{c} \mu_\sigma e^{j\alpha_r}; \\ \underline{Z}_{\phi\phi} &= \frac{\underline{\mathcal{E}}_\phi}{c\underline{H}_C} = \frac{b\omega b_{B\phi}}{c} \mu_\sigma e^{j\alpha_\phi}. \end{aligned} \quad (28)$$

Полное сопротивление намагничивающему току запишется как сумма выражений (28):

$$\underline{Z}_\phi = (a \cdot a_{Br} e^{j\alpha_r} + b \cdot b_{B\phi} e^{j\alpha_\phi}) \frac{\omega\mu_\sigma}{c}. \quad (29)$$

где $a_{Br}, b_{B\phi}$ – эквивалентные глубины проникновения магнитного поля в ЧЭ НМАС; μ_σ – магнитная проницаемость кольца; α_r, α_ϕ – углы сдвига между намагничивающим током и магнитным потоком по соответствующим направлениям эквивалентного контура.

Эквивалентные глубины проникновения магнитного поля определяются с учетом выражений (11)

$$a_{Br} = b_{B\phi} = \frac{a}{K} \sqrt{\frac{ch2K_1 - \cos 2K_2}{ch2K_1 + \cos 2K_2}}, \quad (30)$$

где K_1, K_2, K – определяются по соотношениям (26).

Углы сдвига между намагничивающим током и магнитным потоком

$$\begin{aligned} \cos \alpha_r &= \cos \alpha_\phi = \frac{K_2 ch2K_1 + K_1 \sin 2K_2}{K \sqrt{sh^2 2K_1 + \sin^2 2K_2}}; \\ \sin \alpha_r &= \sin \alpha_\phi = \frac{K_1 sh2K_1 + K_2 \sin 2K_2}{K \sqrt{sh^2 2K_1 + \sin^2 2K_2}}. \end{aligned} \quad (31)$$

При отсутствии поверхностного эффекта, что имеет место при $K = a\sqrt{\omega\gamma_r\mu_\sigma} \leq 0.5$, эквивалентные глубины проникновения электрического и магнитного полей равны

$b_{Br} = \frac{b}{2}, a_{Br} = \frac{a}{2}, b_{E\phi} = a_{Er} = 0.5a_{Br}$, а магнитная индукция распределяется равномерно по

сечению элемента $B_c = \frac{Ba_{Br}}{a}$. При этом можно

пренебречь составляющими, пропорциональными круговым функциям в выражениях (27) и (31). Тогда

$$\begin{aligned} \cos \psi &= \sin \alpha = \frac{K_2}{K} = \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2}\right); \\ \cos \alpha &= \sin \psi = \frac{K_1}{K} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \psi\right). \end{aligned} \quad (32)$$

С учетом всех принятых условий, сопротивление вихревому току, приведенное к виткам соответствующей обмотки, принимает вид

$$\underline{Z}_\phi = \frac{L_\phi}{0.5a_{Br}c} \rho K_\Pi^2 e^{j\psi}, \quad (33)$$

где $K_\Pi = \frac{W}{W_q}$ – коэффициент приведения сопротивления чувствительного элемента к соответствующей обмотке W ; $W_q = 1$ – число витков ЧЭ.

Активная и индуктивная составляющие сопротивления вихревому току равны

$$r_\theta = Z_\theta \cos \psi; \quad x_\theta = Z_\theta \sin \psi. \quad (34)$$

Полное сопротивление намагничивающему току, приведенное к виткам соответствующей обмотки, принимает вид

$$\underline{Z}_\phi = \frac{\omega L_\Delta a_{Br}}{c} \mu_\sigma K_{II}^2 e^{j\alpha}. \quad (35)$$

Активная и индуктивная составляющие сопротивления намагничивающему току:

$$r_\phi = Z_\phi \sin \alpha; \quad x_\phi = Z_\phi \cos \alpha. \quad (36)$$

Приведенная к первичным виткам ЭДС эквивалентного контура

$$\mathcal{E} = \omega B_C L_\Delta a_{Br} W_1. \quad (37)$$

Поскольку сопротивления вихревому и намагничивающему токам расположены относительно друг друга параллельно, то комплекс полного результирующего сопротивления ЧЭ

$$\underline{Z}_P = \frac{\underline{Z}_\theta \underline{Z}_\phi}{\underline{Z}_\theta + \underline{Z}_\phi}. \quad (38)$$

Активная и реактивная составляющие

$$r_P = \frac{r_\theta r_\phi}{r_\theta + r_\phi}; \quad x_P = \frac{x_\theta x_\phi}{x_\theta + x_\phi}. \quad (39)$$

При отсутствии поверхностного эффекта ($K \leq 0.5$), что имеет место для ЧЭ МАПС из магнитомягкого феррита, глубины проникновения поля в элемент и его сопротивление вихревому току \underline{Z}_θ практически не зависят от давления силы P (механических напряжений σ), а сопротивление же намагничивающему току \underline{Z}_ϕ изменяется при действии силы P (напряжений σ). При радиальном воздействии на кольцевой элемент выражение (35) приобретает вид [1, 2]:

$$\underline{Z}_\phi = \frac{\omega S_\Delta}{c} \left(\mu_n - \frac{0.563 \lambda_S \alpha_S \mu_n^2 r_0 P}{\pi B^2 a \cdot b^2} \right) K_{II}^2 e^{j\alpha}. \quad (40)$$

Зависимости (33)-(40) позволяют определить электрические сопротивления чувствительных элементов НМАС и электрические потери и тангенс угла магнитных потерь $tg\beta$ при силовом воздействии на них.

Схема замещения магнитной цепи НМАС представлена на рис. 3.

Для схемы замещения по второму закону Кирхгофа составляется систему алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \underline{U}_q + \underline{U}_K = \underline{U}_1 \\ \underline{U}_q - \underline{U}_K - \underline{U}_C = 0. \end{cases} \quad (41)$$

где $\underline{U}_q, \underline{U}_K, \underline{U}_C$ – соответствующие напряжения на обмотках ЧЭ и КЭ и контурном конденсаторе

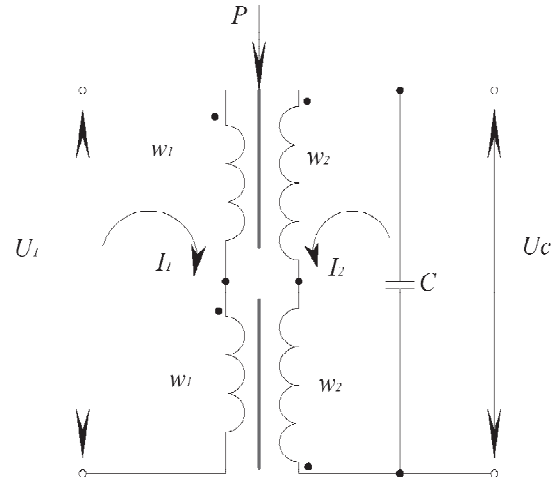


Рис. 3. Схема замещения магнитной цепи НМАС

Ск; \underline{U}_1 – напряжение питания преобразователя.

Система уравнений (41) после перехода к магнитным индукциям принимает вид

$$\begin{cases} \underline{B}_q + \underline{B}_K = \underline{B}_1 \\ \underline{B}_q - \underline{B}_K - \underline{B}_{CK} = 0. \end{cases} \quad (42)$$

где $\underline{B}_q, \underline{B}_K$ – магнитные индукции в сердечниках ЧЭ и КЭ, \underline{B}_1 – магнитная индукция в сердечниках элементов за счет напряжения питания \underline{U}_1 ; \underline{B}_{CK} – магнитная индукция в сердечниках элементов за счет напряжения на конденсаторе.

Запишем выражения для магнитных индукций в виде

$$\begin{aligned} \underline{B}_q &= (\underline{H}_1 + \underline{H}_2) \mu_q; \quad \underline{B}_K = (\underline{H}_1 - \underline{H}_2) \mu_K; \\ \underline{B}_1 &= \frac{\underline{U}_1}{\omega S w_1}; \quad \underline{B}_{CK} = \frac{\underline{H}_2 c}{\omega^2 S C k \cdot w_2^2}; \end{aligned} \quad (43)$$

где \underline{H}_1 – напряженность магнитного поля, создаваемая в сердечниках ЧЭ и КЭ за счет протекания тока в первичной цепи преобразователя; \underline{H}_2 – напряженность магнитного поля, создаваемая в сердечниках элементов за счет протекания тока во вторичной (измерительной) цепи; μ_q и μ_K – комплексные магнитные проницаемости ЧЭ и КЭ, получим

$$\begin{aligned} \underline{\mu}_q &= \mu_q - j \mu_q tg\beta_q; \\ \underline{\mu}_K &= \mu_K - j \mu_K tg\beta_K, \end{aligned} \quad (44)$$

$tg\beta_q$ и $tg\beta_K$ – тангенсы магнитных потерь ЧЭ и КЭ, ω – круговая частота питающего напряжения; S – сечение магнитопроводов; w_1 и w_2 – число витков обмоток возбуждения и измерительной, c – средняя длина пути магнитного потока в элементе.

После подстановки (43) в систему уравнений (42) она преобразуется к виду

$$\begin{cases} H_1(\underline{\mu}_ч + \underline{\mu}_к) + H_2(\underline{\mu}_ч - \underline{\mu}_к) = \frac{U_1}{\omega S w_1}; \\ H_1(\underline{\mu}_ч - \underline{\mu}_к) + H_2(\underline{\mu}_ч + \underline{\mu}_к - \frac{C_k}{\omega^2 c S w_2^2}) = 0 \end{cases} \quad (45)$$

В результате решения системы уравнений определим напряженность магнитного поля:

$$H_2 = \frac{U_1(\underline{\mu}_к - \underline{\mu}_ч)\omega C_k \cdot K_T w_2}{c(\underline{\mu}_ч - \underline{\mu}_к) - 4\underline{\mu}_ч \underline{\mu}_к \omega^2 c S w_2^2}. \quad (46)$$

где $\underline{\mu}_к - \underline{\mu}_ч = \Delta\underline{\mu}$ – изменение магнитной проницаемости [1], которое при радиальном воздействии силы P на кольцо имеет вид:

$$\Delta\underline{\mu} = \frac{0.563 \lambda_S \alpha_S \mu_H^2 r_0 P}{\pi B^2 a \cdot b^2}; \quad K_T = \frac{w_2}{w_1} - \text{коэффициент трансформации ЧЭ};$$

w_1 – число витков обмотки возбуждения; f – частота питающего напряжения; $S = ab$ – сечение элемента; C_k – емкость контурного конденсатора, определяемая из условия резонанса токов при максимальной нагрузке $P = P_{\max}$ на элемент [1],

$$C_k = \frac{2x_P - \Delta x_P}{\omega(2Z_P - \Delta Z_P)^2}, \quad (47)$$

$\Delta x_P, \Delta Z_P$ – изменения индуктивного x_P полного Z_P сопротивлений ЧЭ при силовом воздействии на него, приведенные к той обмотке, в которой включен контурный конденсатор C_k .

При радиальном воздействии механической силы P на кольцо напряжение поля H_2 принимает известный вид [1,2]

$$H_{2rad} = \frac{U_1 K_T r_0 \lambda_S \alpha_S \mu_H f w_2 C_k \cdot P}{5.03 \pi B^2 a b^2 (r_0 - 4\pi \mu_H f^2 c a b w_2^2)} \quad (48)$$

где U_1 – напряжение питающей сети; K_T – коэффициент трансформации ЧЭ; r_0 – средний радиус кольца; λ_S – изотропная магнитострикция; μ_H – начальная магнитная проницаемость; f – частота питающего напряжения; w_2 – число витков измерительной обмотки; C_k – емкость контурного конденсатора; P – механическая сила; B – магнитная индукция; a, b – ширина и толщина кольца; c – длина четверти кольца.

Выходное действующее напряжение U_2 , снимаемое с конденсатора C_k , записывается выражением

$$U_2 = I_2 \frac{1}{\omega C_k} = \frac{H_2 c}{w_2} \frac{1}{\omega C_k} = \frac{r_0}{f w_2 C_k} H_2, \quad (49)$$

которое после подстановки в него выражения (56) и (55) приобретает вид

$$U_{2rad} = \frac{U_1 K_T r_0^2 \lambda_S \alpha_S \mu_H (2Z_P - \Delta Z_P)^2 P}{5.03 \pi B^2 a b^2 [r_0 (2Z_P - \Delta Z_P)^2 - 2\mu_H f a b w_2^2 (2x_P - \Delta x_P)]}, \quad (50)$$

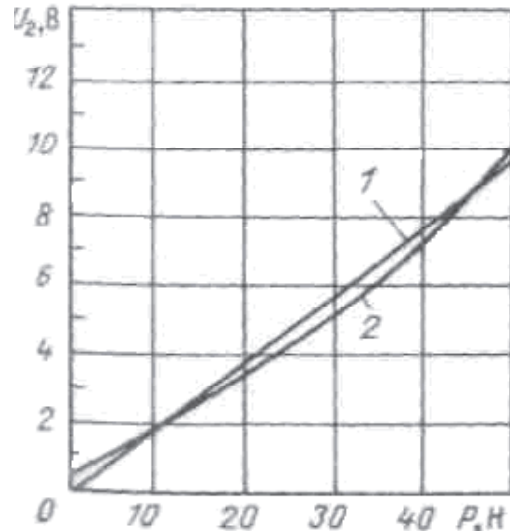


Рис. 4. Выходная статическая характеристика: 1 – расчетная; 2 – экспериментальная

т. к. $C_k = const$, то $(2Z_P - \Delta Z_P)^2$ и $(2x_P - \Delta x_P)$ можно считать постоянными, т. к. ошибка при этом не превышает

$$\Delta = \frac{2x_P - \Delta x_P}{(2Z_P - \Delta Z_P)^2} \cdot 100\% = 0.01\%$$

Предлагаемая методика использовалась для расчета устройств, кольцевые ЧЭ и КЭ которого имеют размеры 10x6x4,5 мм из феррита марки 2000НМ1 при радиальном воздействии силы от 0 до $P_{\max} = 50H$, при напряжении и частоте питания $U_1 = 4.5B$, $f = 40кГц$.

Получены следующие результаты расчета: $\mu_H = 4 \cdot 10^{-3} Гн/м$ при $P = 0H$; $Z_с = 3.932 \cdot 10^6 Ом$; $Z_\phi = 650 Ом$; $Z_P = 650 Ом$; $U_2 = 9.85 B$ при $P_{\max} = 50 H$.

На основании выражения (50) построена выходная статическая характеристика $U_2 = f(P)$, которая представлена на рис. 4. Сходимость данной характеристики относительно экспериментальной составляет не более 5%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дубинин А.Е. Магнитоизотропные преобразователи силы. М.: Энергоатомиздат, 1991. 112 с., ил.
2. Дубинин А.Е., Кислицын А.Л. Магнитоизотропные устройства автоматизированных систем. Ульяновск: УлГТУ, 2004. 372 с.
3. Патент РФ № 2008141875/22, 22.10.2008. Дубинин А.Е., Капитуров Р.Е., Бородина А.В. Ключевой элемент// Патент России № 81861.2009. Бюл. №9.
4. Патент РФ № 2009127928/28, 20.07.2009. Дубинин А.Е., Попов Д.А., Бородина А.В. Магнитоупругий линейный акселерометр// Патент России № 2404437.2010. Бюл. №32.
5. Патент РФ № 2010135550/28, 24.08.2010. Дубинин А.Е., Попов Д.А., Бородина А.В. Магнитоупругий линейный акселерометр// Патент России № 100832.2010. Бюл. №36.

**A MATHEMATICAL MODEL OF ELECTRICAL DEVICES
BASED ON STRAINED MAGNETIC ANISOTROPIC STRUCTURES**

© 2013 A.E. Dubinin, A.V. Zorin, A.A. Dubinin

Samara State University of Railway Transport

A mathematical model of electrical devices based on strained magnetic anisotropic structures (SMAS) is studied. The physical model of the strained magnetic anisotropic structures is presented as a quarter of the ring in the electromagnetic field under the force action. The physical model is described as the mathematical equation system of the EMF theory, ferromagnetism and the elasticity theory in polar coordinates. The magnetic circuit of electrical devices is described as the system of algebraic equations. The simultaneous solution of the system of differential and algebraic equations enables the authors to define electric and magnetic parameters of electrical devices on the basis of strained magnetic anisotropic structures as well as to build the output static characteristic.

Key words: strained magnetic anisotropic structure; physical model; mathematical model; sensitive element; compensation element; functional circuit; output static characteristic.

*Alexander Dubinin, Doctorate in Engineering, Head at the
Electrical Engineering Department.*

*Anna Zorina, Graduate Student, Lecturer at the Electrical
Engineering Department. E-mail: risulja@mail.ru*

*Alexander Dubinin, Graduate Student at the Automatics,
Telemechanics and Communications in Railway Transport
Department*