

УДК 53.072:519.63

О МОДЕЛИРОВАНИИ РЕЗОНАНСА ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ВЕРТОЛЕТНОГО ВИНТА

© 2013 В.Л. Леонтьев, И.В. Ефременков

Ульяновский государственный университет

Поступила в редакцию 21.06.2013

В статье используется математическая модель вертолетного винта, вращающегося в воздухе. Дается описание конструкции винта. Математическая модель винта состоит из пятнадцати уравнений, также к ним добавляются уравнения движения газа, граничные и начальные условия. Для дискретизации модели и для ее дальнейшего исследования применяется метод конечных элементов. Решена первая задача о свободных колебаниях вертолетного винта. Определены частоты и формы свободных колебаний винта. Решение второй задачи о взаимодействии вращающегося винта с воздухом показало появление дополнительного периодически изменяющегося давления воздуха на поверхность винта после некоторой величины угловой скорости вращения винта. Сравнение частоты изменения давления с частотами свободных колебаний привело к выводу о возникновении резонанса винта. Решение задачи показало причину фактического разрушения винта вертолета и пути решения этой проблемы. Оптимизация конструкции винта связана с изменениями геометрических параметров секций поперечного сечения винта.

Ключевые слова: вращающийся вертолетный винт, математическая модель, метод конечных элементов, свободные колебания, частота свободных колебаний, вынужденные колебания, резонанс

ВВЕДЕНИЕ

В статье используется математическая континуальная 3-D модель динамического процесса взаимодействия лопастей вращающегося винта вертолета с окружающим его воздухом. Дискретизация континуальной модели, имеющей бесконечное число степеней свободы, проводится на компьютере с помощью метода конечных элементов (МКЭ). Дискретная модель применяется для анализа дискретного спектра частот свободных колебаний лопастей винта и соответствующих форм его свободных колебаний (продольных, изгибных, крутильных), а также при проведении расчета взаимодействия лопастей винта с воздухом. Результатом этого расчета явилось обнаружение явления возникновения пульсирующего давления, действующего на лопасти со стороны воздуха и появляющегося после достижения некоторой угловой скорости вращения винта, что послужило основанием для принятия рабочей гипотезы о том, что это явление - причина известного фактического разрушения рассматриваемого вертолетного винта вследствие возникающего резонанса лопастей. Статья посвящена изложению результатов моделирования вращения винта и исследования модели.

Леонтьев Виктор Леонтьевич, доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического моделирования технических систем.

E-mail: LeontievVL@ulsu.ru

Ефременков Иван Валерьевич, аспирант кафедры математического моделирования технических систем.

E-mail: ccd@ulsu.ru

КОНСТРУКЦИЯ ЛОПАСТИ ВИНТА

Объект исследования – несущий винт легкого двухместного вертолета. Винт имеет две лопасти, лопасти являются композитными. Соединение лопастей с валом считается жестким. Длина лопасти винта составляет 3.2 м, рабочая скорость его вращения составляет 330 оборотов в минуту.

На рис. 1 показано поперечное сечение лопасти винта, состоящее из нескольких секций. В секции 1 находится смола с чугунными шариками, в секции 2 – свободное пространство, в которое вдоль лопасти вставляется стальной стержень, в секции 4 – пенопласт. Материал секции 3 имеет следующие свойства. Модуль упругости равен 22000 МПа, коэффициент Пуассона – 0.3, плотность - 1800 Кг/м³, предел прочности на растяжение – 1160 Мпа.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВИНТА С ВОЗДУХОМ

Математическая модель, характеризующая напряженно-деформированное состояние установившегося вращения винта вертолета содержит в себе, во-первых, тензорное уравнение движения (три скалярных уравнения) [1]

$$\rho(d^2 \bar{u} / dt^2 - \bar{F}) = \text{div} \bar{\sigma},$$

где \bar{u} – вектор перемещений, $\bar{\sigma}$ – тензор напряжений, ρ – плотность, \bar{F} – массовая сила; во-вторых, шесть кинематических уравнений, связывающих компоненты ε_{ij} тензора деформации

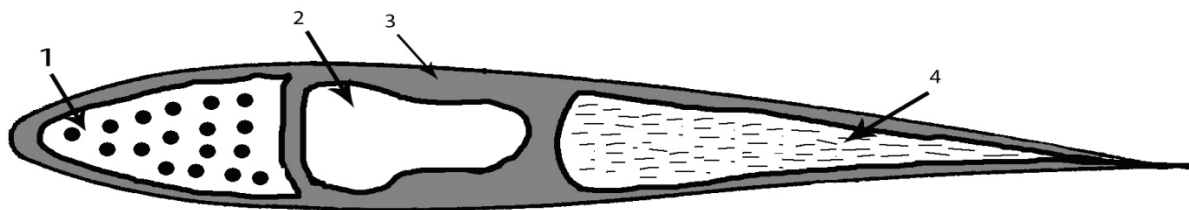


Рис. 1. Поперечное сечение лопасти винта

с компонентами u_i вектора перемещений [1, 3]

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right),$$

закон Гука в тензорной форме (шесть скалярных уравнений) [1]

$$\sigma = \lambda I_1(\varepsilon)g + 2\mu\varepsilon,$$

где λ, μ – коэффициенты Ляме (коэффициенты упругости), ε – тензор деформаций, g – метрический тензор, $I_1(\varepsilon)$ – первый инвариант тензора деформаций.

Таким образом, напряженно-деформированное состояние упругих лопастей винта характеризует замкнутая система 15 уравнений с 15 скалярными неизвестными. Эта система уравнений дополняется уравнениями [2] движения и состояния вязкого газа вблизи поверхности лопастей и уравнениями [2] движения и состояния идеального газа вдали от лопастей.

На части поверхности S_1 (рис. 2) трехмерной области, занимаемой воздухом и находящимся в нем винтом, задаются в рамках данной модели граничные условия непроницаемости, наложенные на вектор скорости частиц воздуха то есть

$$\bar{V} \cdot \bar{n}|_{S_1} = 0 \quad (\bar{n} - \text{нормаль к } S_1).$$

Такие же условия ставятся и на части поверхности S_3 , моделирующей участок поверхности Земли. На части поверхности S_2 задается постоянное атмосферное давление:

$$P|_{S_2} = P_2.$$

При этом считается, что возмущения воздуха, создаваемые вращением винта, не успевают достигнуть S_2 и, следовательно, граничные условия там со временем не изменяются.

Для винта задаются скорость его вращения, сила его веса, возникающие при вращении центробежные силы, а также задаются силовые и кинематические граничные условия сопряжения поверхности винта с воздухом.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Исследование дискретной модели, полученной из исходной континуальной математической модели методом конечных элементов на этапе построения глобальной матрицы жесткости системы винт-газ, позволило в результате решения первой задачи о свободных колебаниях получить 14 низших частот свободных колебаний винта (табл. 1) и соответствующие им формы свободных колебаний. При этом получена также дополнительная информация о возникающем при сво-

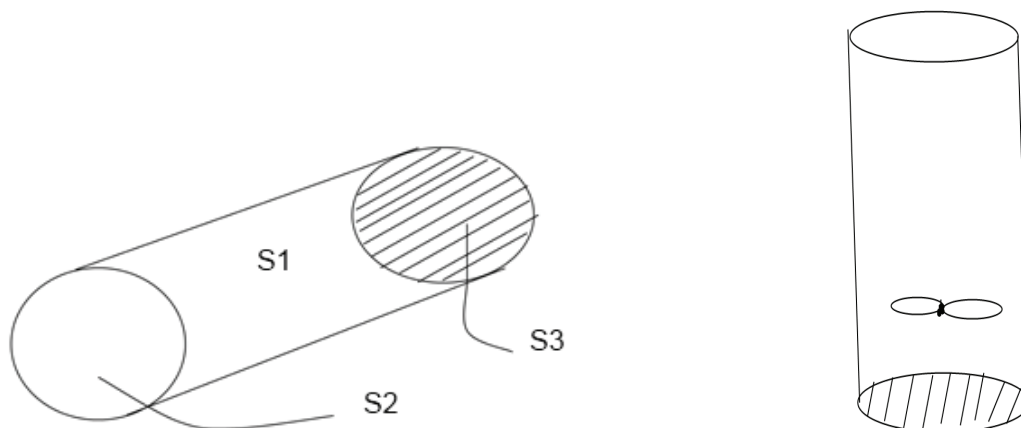


Рис. 2. Граница области, занимаемой воздухом, содержащим вращающийся винт

Таблица 1. Результаты решения первой задачи о свободных колебаниях

Номер частоты	Частота [герц]	Номер частоты	Частота [герц]
1	6,5545	8	70,993
2	6,6344	9	97,733
3	7,4459	10	100,733
4	8,3888	11	102,86
5	33,422	12	103,81
6	35,159	13	132,2
7	66,962	14	134,1

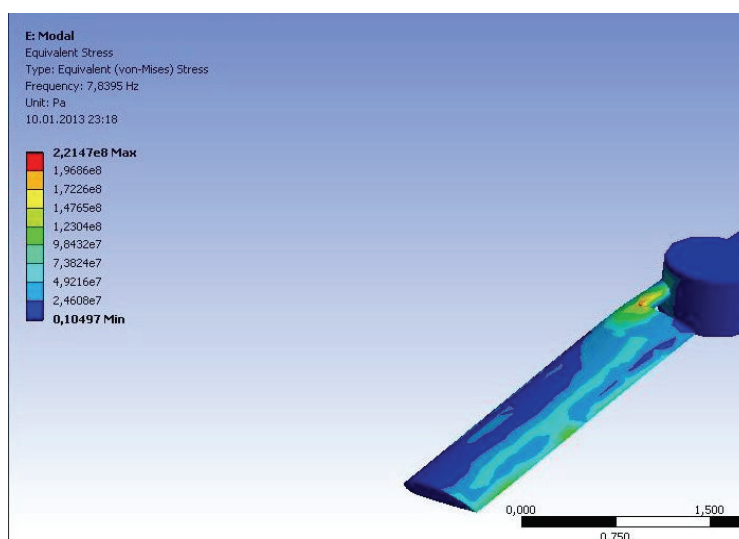


Рис. 3. Интенсивность напряжений для первой формы свободных колебаний

бодных колебаниях напряженно-деформированном состоянии. На рис.3 показаны концентраторы интенсивности напряжений лопасти винта при реализации первой формы ее свободных колебаний.

В решении второй задачи о взаимодействии лопастей вращающегося винта с окружающим его воздухом содержится информации о появлении пульсирующего давления, действующего со стороны газа на поверхность лопастей винта (рис. 4).

Анализ пульсирующего давления показал, что его удовлетворительной аппроксимацией является гармоническая функция, характеризующая частотой ее изменения, определяемой скоростью вращения винта, составляющей 330 оборотов в минуту. За одну секунду винт совершает 5,5 оборотов, следовательно, 1 оборот винта происходит за 0,18 секунды. Установлено, что один период T изменения скачка давления соответствует половине одного оборота винта, следовательно, период колебаний давления равен 0,09 секунды, а поэтому частота изменения внешнего давления, действующего со стороны воздуха на

поверхность лопасти винта, равна:

$$\omega = 2\pi / 0,09 = 69,8 \text{ герц.}$$

Эта частота близка к восьмой частоте свободных колебаний. Поскольку при вращении реального винта скорость его вращения не совпадает абсолютно точно с заданной теоретической угловой скоростью, то поэтому вероятность возникновения резонанса лопасти рассматриваемого винта при его вращении с заданной угловой скоростью 330 оборотов в минуту является высокой. На рис. 5 изображены два состояния лопасти при ее колебаниях по восьмой форме, а именно эта форма колебаний является для данной конструкции опасной.

Изменение геометрических параметров внутренних секций поперечного сечения лопасти крыла при сохранении длины лопасти и внешних геометрических параметров позволяет, как установлено, добиться существенного увеличения разницы между величинами всех частот свободных колебаний, с одной стороны, и частоты внешнего пульсирующего давления. В результате вероятность возникновения резонанса снижается на порядки и резонанс лопастей винта становит-

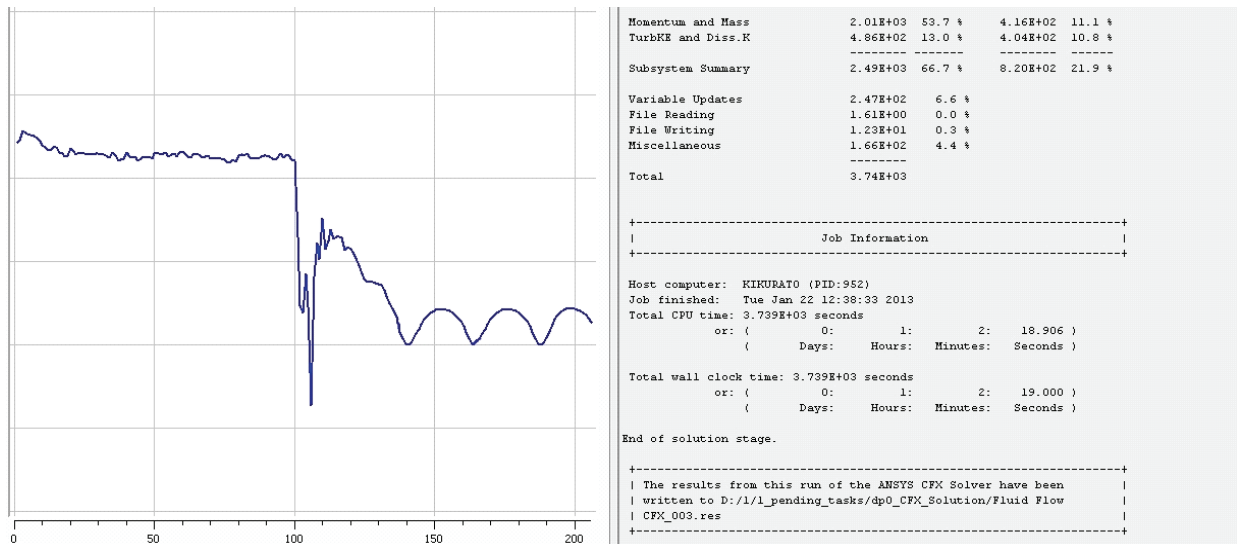


Рис. 4. Возникновение пульсирующего давления

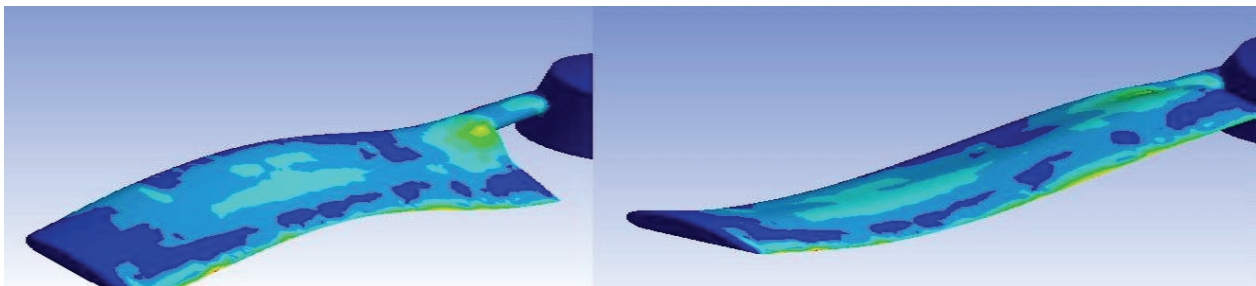


Рис. 5. Восьмая форма свободных колебаний лопасти винта

ся практически невозможным, а следовательно, устраняется причина разрушения винта.

Работа выполнена при финансовой поддержке в рамках государственного задания Министерства образования и науки Российской Федерации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лурье А.И. Теория упругости. М.: Наука. 1970. 940 с.
2. Седов Л.И. Механика сплошных сред. Том 1. М.: Наука. 1976. 536 с.
3. Седов Л.И. Механика сплошных сред. Том 2. М.: Наука. 1976. 576 с.

ABOUT MODELING OF RESONANCE OF HELICOPTER ROTATIONAL PROPELLER

© 2013 V.L. Leontiev, I.V. Efremenkov

Ulyanovsk State University

The mathematical model of helicopter propeller, which is rotating in air, is used. The description of propeller construction is made. The mathematical model of propeller is consists of fifteen equations, also the equations of gas motion and boundary, initial conditions are added. The finite element method is used for discretization of mathematical model, for investigation of mathematical model. The first task about free vibration of helicopter propeller is solved. The frequencies and shapes of free vibrations are found. The solution of second task about helicopter rotational propeller in air shows additional periodic pressure of air on the screw surface after some angular velocity of rotation of propeller. The comparison of the frequency of pressure variation with the frequencies of free vibrations shows the resonance of the propeller. The solution of this task shown cause of the actual destruction of the helicopter propeller and the solutions to this problem. The optimization of propeller construction is connect with the variations of geometric parameters of cross section of the propeller.

Keywords: helicopter’s rotational propeller, mathematical model, finite element method, free vibration, frequency of free vibration, vibration, resonance.

*Victor Leontiev, Doctor of Technics, Professor at the Mathematical Modeling of Technical Systems Department.
E-mail: LeontievVL@ulsu.ru
Ivan Efremenkov, Post-Graduate Student at the Mathematical Modeling of Technical Systems Department.
E-mail: ccd@ulsu.ru*