УДК 535.1

УДАРНОВОЛНОВОЙ МЕХАНИЗМ ОБРАЗОВАНИЯ ОПТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ ВЫСОКОЙ ПИКОВОЙ МОЩНОСТИ

© 2013 И.О. Золотовский, Д.А. Коробко, Р.Н. Минвалиев, М.С.Петряков, Д.А.Столяров

Ульяновский государственный университет

Поступила в редакцию 21.06.2013

Проведено исследование распространения мощного оптического импульса в средах с большими значениями параметра самообострения с учетом дисперсионных эффектов. В случае аномальной дисперсии показана возможность генерации на фронте огибающей солитоноподобных пиков высокой пиковой мощности. Установлено также, что на основе фотонно-кристаллического волновода возможно получить среду, обладающую крайне высоким абсолютным значением параметра самообострения.
Ключевые слова: ударные волны огибающей, мощные лазерные импульсы, параметр самообострения, фотонно-кристаллические волноводы.

1. ВВЕДЕНИЕ

Феномен возникновения ударных волн огибающих для лазерных импульсов впервые был исследован Л.А. Островским приблизительно 50 лет назад [1, 2]. В этих работах было показано, что зависимость групповой скорости от интенсивности распространяющегося в среде мощного лазерного импульса приводит к нелинейной трансформации его формы и увеличению крутизны его фронта (заднего или переднего в зависимости от знака параметра дисперсии керровской нелинейности). В результате может происходить генерация ударной волны огибающей лазерного импульса, что принципиально напоминает процесс образования ударных волн в акустике [3].

Динамика образования ударной волны огибающей в нелинейных средах достаточно подробно рассматривалась во многих работах [4-12]. Вместе с тем, появление новых оптических материалов – фотонно-кристаллических световодов [13-15] и композитных материалов с гигантскими нелинейностями, реализующих условия плазмонного резонанса [16-18], делает актуальным рассмотрение динамики мощных лазерных импульсов в средах с высоким параметром самообострения. В волноведущих системах этого типа параметр самообострения может принимать гигантские, по сравнению с “обычными” оптическими материалами (например, кварцевыми волоконными световодами), значения. Кроме этого в работе будет рассмотрен вопрос о реализации волновода, имеющего не только положительный, но и отрицательный параметр самообострения, который приводит к укручению переднего фронта лазерного импульса (в отличие от положительного, деформирующего задний фронт).

Получение ударных волн с высокой крутизной переднего фронта может представлять значительный практический интерес. Так, в одной из первых методик сжатия мощных лазерных импульсов [19, 20] в качестве компрессоров предполагалось использовать обычные оптические усилители в сильно инвертированной активной среде. При этом использование подобной схемы оказалось затруднительным, поскольку если импульс имеет пологий фронт, усиление всей передней части вводимого в усилитель импульса не только не приведет к сжатию, а наоборот, может привести к существенному его уширению. В силу этого, для сжатия импульса перед усилителем размещают устройство (например, ячейку Керра или Поккельса), срезающее фронт вводимого в усилитель импульса. Таким образом, для сжатия импульса в процессе усиления весьма желательно отсечь слабые участки его переднего фронта, чтобы они не истощали активную среду до прихода максимума огибающей. Для этого важно с самого начала придать переднему фронту импульса “ступенчатую” форму, тогда именно передняя часть импульса будет получать большую часть энергии, запасенной в усилителе. В результате, можно говорить о том, что возможность получения ударных волн на переднем фронте импульса позволяет обходиться без дополнительных обрезающих устройств, при реализации режима совмещающего усиление и вре-

Золотовский Игорь Олегович, кандидат физико-математических наук, директор Центра нанотехнологий и материалов Научно-исследовательского технологического института (НИТИ). E-mail: rafzol.14@mail.ru
Коробко Дмитрий Александрович, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник НИТИ. E-mail: korobkotam@rambler.ru
Минвалиев Рамиль Наильвич, аспирант. E-mail: romeldd@mail.ru
Петряков Михаил Сергеевич, магистрант.
Столяров Дмитрий Александрович, аспирант. E-mail: dmitreyst@gmail.com

менное сжатие для мощных лазерных импульсов в активной среде.

Отдельно следует упомянуть, о связанном феномене, привлекающем в последнее время большое внимание - волновых пакетах, получивших в литературе название “rogue wave” [21-24]. Их отличительной чертой принято считать, в том числе, деформацию волнового фронта (т.н. эффект “оптического цунами” [25,26]). Все вышесказанное демонстрирует важность исследования динамики мощных лазерных импульсов в средах с нестандартно высоким значением параметра самообострения, способного приобретать как положительные так и отрицательные значения.

2. ОБЩАЯ МОДЕЛЬ ВОЗНИКНОВЕНИЯ УДАРНЫХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНЫХ СВЕТОВОДАХ

Распространение волнового пакета в оптической среде с керровской нелинейностью описывается уравнением [27]:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}+\mu_0\frac{\partial^2 P_L}{\partial t^2}=-\mu_0\frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2}, \quad (1)$$

Здесь $E(z,t)$ – электрическое поле пакета, которое может быть выражено через комплексную медленно меняющуюся амплитуду $E(z,t)=|A(z,t)|\exp\left[i\left(\left(\beta(\omega,z)-\beta_0\right)z-(\omega-\omega_0)t\right)\right]$, P_L и P_{NL} – линейная и керровская нелинейная составляющие поляризации соответственно, β_0 и ω_0 – постоянная распространения и несущая частота пакета. Для волновых пакетов с длительностью $\tau_0 << \tau_{NL}$ справедливо следующее выражение для нелинейной керровской поляризации:

$$P_{NL}=\frac{3}{2}\varepsilon_0\chi^{(3)}|A|^2 A\exp(i(\beta_0 z-\omega_0 t)),$$

где τ_{NL} – характерное время нелинейного отклика среды, $\chi^{(3)}$ –керровская диэлектрическая восприимчивость. В первом порядке малости по параметру τ_{NL}/τ_0 нелинейный источник в (1) имеет вид [28]:

$$\frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2}=-\frac{3}{2}\frac{\omega_0^2}{c^2}\left(\chi^{(3)}|A|^2 A-i\left(\frac{2\chi^{(3)}}{\omega_0}-\frac{\partial\chi^{(3)}}{\partial\omega}\right)\frac{\partial}{\partial t}\left(|A|^2 A\right)\right)\exp\left(i(\beta_0 z-\omega_0 t)\right). \quad (2)$$

Введем радиальное распределение поля $U(r)$ в волноводе в плоскости поперечной к направлению распространения (m – азимутальный индекс моды) [29]

$$\tilde{E}(\mathbf{r},t)=E(z,t)U(r,\varphi)=U(r)\cos(m\varphi)A(z,t)\exp\left(i(\beta_0 z-\omega_0 t)\right)$$

Поперечный профиль поля моды $U(r)$ удовлетворяет волновому уравнению

$$\frac{d^2U}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dU}{dr}+\left(\left(\frac{\omega}{c}n(r)\right)^2-\beta^2-\frac{m^2}{r^2}\right)U=0. \quad (3)$$

Через распределение $U(r)$ определим параметр S_{ef} – эффективную площадь моды

$$S_{ef}=2\pi\left(\int_0^\infty|U(r)|^2\,rdr\right)^2\Big/\left(\int_0^\infty|U(r)|^4\,rdr\right).$$

В дальнейшем подразумевается, что мы рассматриваем распространение пакета в одномодовом азимутально-симметричном случае $m=0$. В общем случае этот параметр может изменяться по длине волновода $S_{ef}(z)$. Введем также следующие обозначения, которых будем придерживаться в дальнейшем:

$$n^{(2)}=\frac{3\,\chi^{(3)}}{8\,n},\quad R=\frac{n^{(2)}\omega_0}{cS_{ef}}.$$

Здесь n – линейный показатель преломления среды, $n^{(2)}$ – параметр кубической керровской нелинейности, R – коэффициент нелинейности, выраженный в Вт$^{-1}$м$^{-1}$, который также может зависеть от z. При помощи стандартной процедуры [27, 28] из уравнения (1) может быть получено уравнение для медленно меняющихся амплитуд $A(z,t)$, которое в сопутствующей системе координат, движущейся с групповой скоростью $u_g(z)=(\partial\beta/\partial\omega)^{-1}_{\omega=\omega_0}$, имеет вид

$$\frac{\partial A}{\partial z}-\frac{iD}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial\tau^2}+iR|A|^2 A+\mu\frac{\partial}{\partial\tau}\left(|A|^2 A\right)=0, \quad (4)$$

где τ – время в сопутствующей системе координат

$$\tau=t-\int_0^z dz/u_g(z),\qquad D(z)=(\partial^2\beta/\partial\omega^2)^{-1}_{\omega=\omega_0}\ –$$

дисперсия групповых скоростей (ДГС). Важную роль в дальнейшем будет играть параметр самообострения μ (в англоязычной литературе self-steepening), в общем случае также зависящий от продольной координаты z, который можно записать в виде [28, 30]

$$\mu=\frac{2n^{(2)}}{cS_{ef}}-\frac{\omega_0}{c}\frac{\partial}{\partial\omega}\left(\frac{n^{(2)}}{S_{ef}}\right). \quad (5)$$

При учете члена, связанного с этим параметром, к групповой скорости волны возникает нелинейная добавка, пропорциональная второму слагаемому в

$$\frac{\partial}{\partial\tau}\left(|A|^2 A\right)=A\frac{\partial|A|^2}{\partial\tau}+|A|^2\frac{\partial A}{\partial\tau}.$$

Зависимость групповой скорости волны от ее амплитуды является характерной чертой образования ударной волны огибающей. При $\mu>0$ максимум огибающей импульса распространяется со скоростью, меньшей групповой скорости волнового пакета u_g в среде, что означает смещение максимума в хвост волнового пакета, в результате чего происходит его укручение. При $\mu < 0$ возможно образование ударной волны на фронте импульса.

Поясним сказанное известным примером [4], в котором пренебрегается дисперсионными эффектами. Это приближение вполне корректно для достаточно длинных оптических импульсов с шириной спектра

$$\Omega \approx \frac{1}{\tau_0} << \frac{\mu |A|^2}{|D|}.$$

Представим решение уравнения (3) в виде

$$A(z,t) = \rho(z,t)\exp\left(i\varphi(z,t)\right), \qquad (6)$$

где ρ и φ – действительные амплитуда и фаза волнового пакета. Пренебрегая в уравнении (4) дисперсионным членом и разделяя действительную и мнимую части, получаем для амплитуды волнового пакета следующее уравнение:

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} + 3\int_0^z \mu(\xi)d\xi\ \rho^2 \frac{\partial \rho}{\partial \tau} = 0. \qquad (7)$$

Проанализируем решение полученного уравнения (7) на примере начального импульса гауссовой формы:

$$\rho(\tau,0) = \rho_0 \exp(-\frac{\tau^2}{2\tau_0^2}).$$

Решение уравнения для амплитуды $\rho(\tau,z)$, определяющей форму импульса, можно записать в неявном виде:

$$\rho(\tau,z) = \rho_0 \exp\left(-\left[\tau - 3\rho^2\int_0^z \mu(\xi)d\xi\right]^2 / 2\tau_0^2\right). \qquad (8)$$

С учетом определения времени в бегущей системе координат для средней по длине z скорости максимума огибающей волнового пакета u_m верно соотношение

$$u_m = z\left(\int_0^z u_g^{-1}(\xi)d\xi + 3\rho^2\int_0^z \mu(\xi)d\xi\right)^{-1}. \qquad (9)$$

В общем случае величина u_m является сложной функцией координаты z. В частном случае однородного световода (т.е. при $\mu = const,\quad u_g = const$) выражение для скорости максимума огибающей принимает известный вид [4]:

$$u_m = \frac{u_g}{1 + 3\mu u_g \rho_0^2}. \qquad (10)$$

При этом очевидно, что в линейном приближении (т.е. для импульса малой мощности, когда $\mu\rho_0^2 \to 0$) скорость максимума огибающей совпадает с групповой скоростью импульса.

Для определения формы импульса в нелинейной усиливающей среде соотношение (8) удобно представить в виде

$$\tau = 3\rho^2\int_0^z \mu(\xi)d\xi \mp \tau_0\sqrt{2\ln(\rho_0/\rho)}, \qquad (11)$$

где знак “–” относится к фронту импульса, а знак “+” к хвосту. Укручение фронта импульса, в конечном итоге, приводит на некоторой длине L_B к образованию разрыва, которому отвечает $|\partial\rho/\partial\tau| \to \infty$, т.е. формируется ударная волна огибающей. Из соотношения (11) можно получить следующую неявную связь длины образования ударной волны L_B с параметрами световода и вводимого импульса:

$$\int_0^{L_B} \mu(z)dz = \mathrm{sign}\langle\mu\rangle \frac{\tau_0\sqrt{e/2}}{3\rho_0^2}.$$

Из которой, в случае однородного усилителя $\mu = const$, можно получить известное выражение [28]:

$$L_B = \frac{\tau_0\sqrt{e/2}}{3|\mu|\rho_0^2}.$$

Следует отметить, что все полученные выше результаты могут быть использованы и для активного волновода с усилением $g(z)$, описываемого уравнением

$$\frac{\partial A}{\partial z} - \frac{iD}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} + iR|A|^2 A + \mu\frac{\partial}{\partial \tau}\left(|A|^2 A\right) = gA. \qquad (12)$$

В этом случае уравнение (3) с эффективными коэффициентами

$$\tilde{R}(z) = R(z)\exp\left(2\int_0^z g(\xi)d\xi\right),$$

$$\tilde{\mu}(z) = \mu(z)\exp\left(2\int_0^z g(\xi)d\xi\right).$$

остается справедливым для амплитуд $\tilde{A}(z,\tau)$, связанных с первоначальными как

$$A(z,\tau) = \tilde{A}(z,\tau)\exp\left(\int_0^z g(\xi)d\xi\right).$$

3. ОБРАЗОВАНИЕ УДАРНЫХ ВОЛН В ВОЛНОВОДАХ С ДИСПЕРСИЕЙ. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Приведенные выше соотношения дают принципиальную упрощенную картину образования ударных волн в оптических волноводах. Между тем дисперсия групповых скоростей оказывает существенное влияние на переформирование импульса, описываемого уравнением (4). Даже если на начальном этапе длительность импульса была значительной, и эффектами ДГС можно было пренебречь, при укручении фронта импульса, т.е. при $\partial|A|/\partial\tau \to \infty$ дисперсионное расплывание начинает играть большую роль. Качественно можно пояснить, что при образовании ударной волны ширина спектра импульса увеличивается, что делает дисперсионные эффекты более значимыми. Дисперсионный разброс скоростей приводит к ограничению крутизны фронта импульса.

Известны точные решения уравнения (4) с постоянными коэффициентами, описывающие распространение кинков (“ступенек”) излучения [5], и импульсов солитонного вида, в пределе $\mu \to 0$ переходящих в фундаментальные солитоны нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) [6-8]. Точные аналитические решения для импульсов с энергиями большими энергии фундаментального солитона, т.е. в случае $\rho_0^2 > D/R\tau_0^2$ неизвестны, поэтому приходится ограничиваться численным решением уравнения (4). Нами проведен численный анализ эволюции начального импульса $A_0(t) = \sqrt{P_0}\cosh(\tau/\tau_0)$ с длительностью $\tau_0 = 25$ пс и мощностью $P_0 = 115$ Вт в волноводе с аномальной ($D < 0$) и нормальной ($D > 0$) дисперсией. Результаты показаны на рис. 1, 2. Там же указаны параметры волновода. Отмечаем, что для моделирования использовались как положительные, так и отрицательные значения параметра самообострения $|\mu| = 10^{-14}$ Вт$^{-1}$м$^{-1}$с. Возможность получения столь высоких значений μ разных знаков в фотонно-кристаллических (ФК) волноводах обсуждается ниже, в следующей части работы. Добавим также, что используемые здесь и далее значения параметров нелинейности R и дисперсии D несколько превосходят стандартные величины для кварцевых волокон, но вполне достижимы в ФК волноводах. Для сравнения приведены также результаты в бездисперсионном случае.

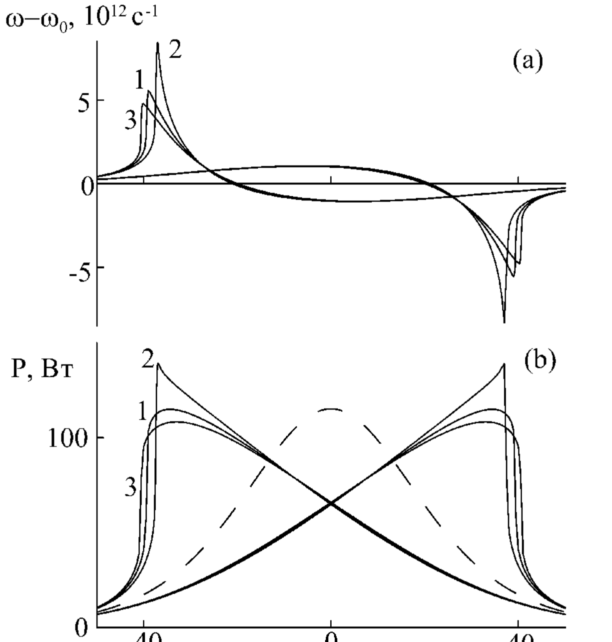

Рис. 1. Образование ударной волны: (a) Изменение мгновенной частоты; (b) огибающие импульсов после распространения в волноводе длины 10 м, с параметрами $R = 0.05$ Вт$^{-1}$м$^{-1}$, $\mu = -10^{-14}$ Вт$^{-1}$м$^{-1}$с, 1 – $D = 0$, 2 – $D = -7\cdot10^{-26}$ с^{2}м$^{-1}$, 3 – $D = 5\cdot10^{-26}$ с^{2}м$^{-1}$. Симметрично показаны результаты для волновода с $\mu = 10^{-14}$ Вт$^{-1}$м$^{-1}$с. Штриховой линией показана огибающая начального импульса

Как можно видеть из рисунков, импульс в ходе распространения приобретает асимметричную форму с образованием крутого переднего или заднего фронта в зависимости от знака μ. Спектр импульса (рис. 2) значительно уширяется в сторону высоких или низких частот также в зависимости от того, ускоряется максимум импульса ($\mu < 0$) или замедляется ($\mu > 0$). Из сопоставления с графиком мгновенной частоты (рис. 1 (a)) видно, что уширение спектра связано со смещением частоты наиболее крутой части фронта импульса. В области нормальной дисперсии фронт смещается дальше от первоначального центра импульса, но его частотный сдвиг ниже, чем в области аномальной дисперсии. При аномальной дисперсии положение максимума сдвига частоты близко к положению максимума им-

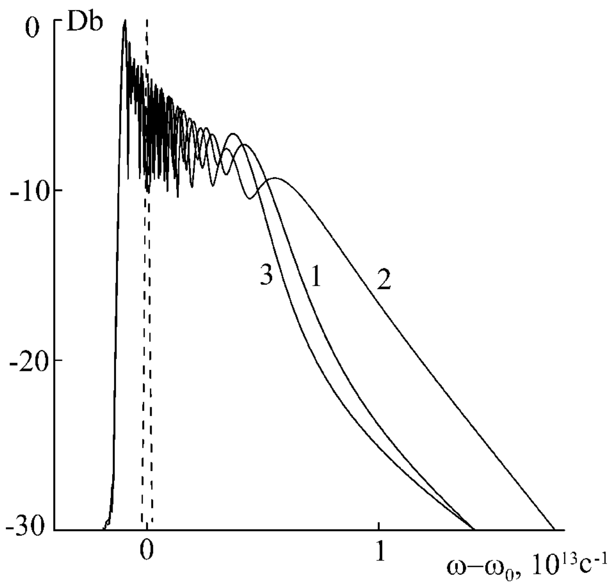

Рис. 2. Спектр ударной волны при укручении переднего фронта импульса прошедшего 10 м волновод с параметрами $R = 0.05$ Вт$^{-1}$м$^{-1}$, $\mu = -10^{-14}$ Вт$^{-1}$м$^{-1}$с, 1 – $D = 0$, 2 – $D = -7\cdot10^{-26}$ с^{2}м$^{-1}$, 3 – $D = 5\cdot10^{-26}$ с^{2}м$^{-1}$. Штриховой линией показан спектр начального импульса

пульса, что согласуется с аналитическими решениями уравнения (4). Известно, что точные солитонные решения этого уравнения обладают специфической фазовой модуляцией [6-8]

$$\varphi_\tau = \omega(\tau) = -\frac{3}{2}\mu\left|A(\tau)\right|^2 + \Delta u\,,$$

где Δu – разность между скоростью солитона и групповой скоростью волны. Таким образом, можно предполагать, что в области аномальной дисперсии на фронте импульса происходит формирование солитоноподобных частотно-модулированных импульсов.

Рассмотрим образование фронта ударной волны подробнее. Отметим, что расплывание фронта в случае нормальной дисперсии приближенно можно описать при помощи соотношения для скорости пика импульса (10). Действительно, изменение скорости максимума импульса за счет самообострения $\Delta u_g \sim 3\mu u_g^2 P_0$ компенсируется дисперсионным изменением скорости пика, происходящим за счет уширения спектра импульса

$$\Delta u_g \approx \frac{du_g}{d\omega}\Delta\omega \sim 3\mu u_g^2 P_0\,.$$

С учетом того, что $d(u_g)^{-1}/d\omega = D$, отсюда можно оценить длительность крутого фронта импульса при нормальной дисперсии

$$\tau_f \sim \frac{D}{3\mu P_0}\,. \qquad (13)$$

Несколько по-иному происходит укручение фронта в случае аномальной дисперсии. Известно, что импульс с энергией значительно большей энергии фундаментального солитона (*N*-солитонный импульс, $N >> 1$) при распространении в нелинейной среде с аномальной дисперсией, описываемой НУШ, трансформируется в совокупность коротких импульсов близких к фундаментальным солитонам. Это одно из проявлений специфически нелинейного процесса модуляционной неустойчивости [27]. Если по аналогии с НУШ провести анализ уравнения (4) на предмет устойчивости постоянного решения $A = A_0\exp(iRA_0^2 z)$ к малым гармоническим возмущениям, то можно получить, что член пропорциональный параметру μ препятствует развитию модуляционной неустойчивости и до некоторых пор стабилизирует целостность импульса. Действительно, коэффициент усиления модуляции на частоте $\Omega = \left|\omega - \omega_0\right|$ можно записать как [31]

$$g(\Omega) = 2\Omega\left(R\left|D\right|A_0^2 - \left(\frac{\left|D\right|\Omega}{2}\right)^2 - \mu^2 A_0^4\right)^{1/2}. \quad (14)$$

Он приобретает действительные значения в полосе частот

$$\Omega < \Omega_c = \frac{2A_0}{\left|D\right|}\left(R\left|D\right| - \mu^2 A_0^2\right)^{1/2}$$

и достигает максимального значения

$$g_m = 2A_0^2\left(R - \frac{\mu^2}{2\left|D\right|}A_0^2\right)$$

на частоте

$$\Omega_m = \sqrt{2}A_0\left(\frac{R}{\left|D\right|} - \frac{\mu^2 A_0^2}{2D^2}\right)^{1/2}.$$

При высоких значениях $\mu > (R\left|D\right|)^{1/2}/A_0$ полоса частот модуляционной неустойчивости сужается до 0, и импульс сохраняет целостность. При распространении импульса и достижении на его фронте значений $\partial\left|A\right|/\partial\tau \to \infty$ спектр импульса резко уширяется (см. рис. 2), и приближение малых гармонических возмущений становится неадекватным. В результате на стыке фронтов импульса образуется область модуляционной неустойчивости и формируется солитоноподобный импульс с пиковой мощностью A_s^2 и длительностью $\Delta\tau << \tau_0$. Величины A_s^2 и $\Delta\tau$ можно связать приближенным соотношением

$$R\left|D\right|A_s^2 - \left(\frac{D}{\Delta\tau}\right)^2 - \mu^2 A_s^4 = 0\,,$$

которое в пределе $\mu \to 0$ переходит в определение фундаментального солитона $RA_s^2 = D/\Delta\tau^2$.

Приведенные качественные соотношения подкрепим численным решением уравнения (4) при различных значениях параметров самообострения μ и аномальной дисперсии $D < 0$. На рис. 3 представлены результаты численного моделирования распространения импульса начального импульса $A_0(t) = \sqrt{P_0}\cosh(\tau/\tau_0)$ с длительностью $\tau_0 = 25$ ps и мощностью $P_0 = 192$ Вт в волноводе с указанными значениями параметров D, μ и R.

Рис. 3 (a, b, c) подтверждают вывод о том, что при распространении импульса в волноводе с аномальной дисперсией высокие значения дисперсии нелинейности препятствуют развитию модуляционной неустойчивости. При достаточно высоких значениях μ формирования характерной многопиковой структуры импульса не происходит, однако, огибающая приобретает асимметричную форму. На определенной длине распространения на крутом фронте импульса можно наблюдать образование отдельного пика. На рис. 3 (d, e, f) показана структура импульса с образующимся пиком при различных значениях параметра аномальной дисперсии волновода.

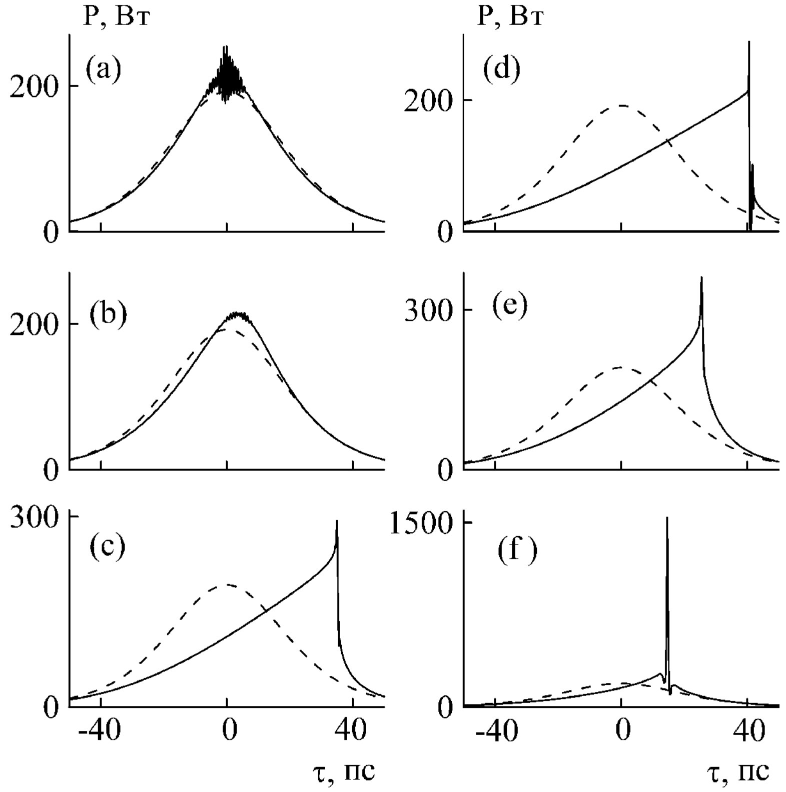

Рис. 3. (a, b, c) Результаты моделирования распространения импульса в волноводе длины 5.7м, с параметрами $R = 0.03\ \text{Вт}^{-1}\text{м}^{-1}$, $D = -3\cdot 10^{-25}\ \text{с}^2\text{м}^{-1}$, (a) – $\mu = 0$, (b) – $\mu = 10^{-15}\ \text{Вт}^{-1}\text{м}^{-1}\text{с}$, (c) – $\mu = 10^{-14}\ \text{Вт}^{-1}\text{м}^{-1}\text{с}$; (d, e, f) Результаты моделирования распространения импульса в волноводе с параметрами $R = 0.03\ \text{Вт}^{-1}\text{м}^{-1}$, $\mu = 10^{-14}\ \text{Вт}^{-1}\text{м}^{-1}\text{с}$, (d) – $D = -10^{-25}\ \text{с}^2\text{м}^{-1}, l = 7.2\ \text{м}$ (e) – $D = -10^{-24}\ \text{с}^2\text{м}^{-1}, l = 4\ \text{м}$, (f) – $D = -5\cdot 10^{-24}\ \text{с}^2\text{м}^{-1}, l = 2.4\ \text{м}$. Штриховой линией показана огибающая начального импульса

Как можно видеть, пиковая мощность и энергия формирующегося пика увеличиваются с ростом аномальной дисперсии волновода, что можно объяснить повышением коэффициента модуляционного усиления. В итоге это приводит к повышению отношения энергии пика импульса к энергии его пьедестала и, таким образом, при гигантских значениях дисперсии $|D| \sim 10^{-23}\ \text{с}^2\text{м}^{-1}$ позволяет рассчитывать на достижение высокоэффективной компрессии исходного импульса.

Следует отметить также изменение скорости пика по отношению к краю импульса, на котором он образовался. С увеличением своей мощности пик ускоряется (или затормаживается, в зависимости от знака μ) и проникает внутрь импульса. Таким образом, происходит образование структуры фронта. Этот процесс проиллюстрирован результатами моделирования на рис. 4. Как можно видеть, в области высоких значений $\partial|A|^2/\partial\tau$ формируется зона модуляционной неустойчивости, наивысшего значения коэффициент модуляционного усиления достигает в точке максимума крутизны. Вследствие меньшей скорости пика эта зона углубляется внутрь импульса, оставляя за собой возмущенный участок. В зависимости от соотношений между параметрами импульса и волновода этот процесс может происходить устойчиво либо сопровождаться увеличением частотного диапазона модуляционной неустойчивости и резким уширением спектра импульса. В конечном счете, второй вариант приводит к распаду импульса.

Как показывает проведенный анализ, распространение импульсов излучения в волноводах с высокими значениями параметра самообострения μ представляет значительный прикладной интерес. На основе подобных волноводов могут быть получены высокоэффективные оптоэлектронные элементы – компрессоры, излучатели широкого спектра, генераторы импульсов с высоким градиентом мощности. В следующей части работы обсуждаются вопросы, связанные с возможностью изготовления подобных волноводов.

4. ЗНАЧЕНИЕ ПАРАМЕТРА САМООБОСТРЕНИЯ В ГРАДИЕНТНЫХ ВОЛНОВОДАХ

Как было показано выше, динамика импульса излучения в значительной мере зависит от величины и знака параметра самообострения μ, характеризующего волноведущую среду. Как правило, этот параметр полагается малой и всегда положительной величиной с очень хорошей степенью точности равной $\mu \approx 2R/\omega_0$ и слабо влияющей на динамику волнового пакета в том случае если длительность импульса значительно больше 100 фс, а пиковая мощность значительно меньше 1 МВт. Подобное действительно с высокой степенью справедливо для кварцевых ступенчатых волноводов или для получивших в последнее время широкое применение волноводов с "W"-образным профилем показателя преломления. Однако, с другой стороны, в современных фотонно-кристаллических (ФК) волноводах локализация излучения достигается не за счет полного внутреннего отражения, а за счет брэгговского механизма "запирания" излучения в сердцевине волновода. В этом случае, очевидно, имеется сильная зависимость эффективной площади моды, а как следствие параметра самообострения и кубической (керровской) нелинейности от несущей частоты.

Выражение (5), определяющее параметр самообострения, можно переписать в виде

$$\mu = \frac{2n^{(2)}}{cS_{ef}} - \frac{k_0}{S_{ef}}\left(\frac{\partial n^{(2)}}{\partial \omega}\right) + \frac{k_0 n^{(2)}}{S_{ef}^2}\left(\frac{\partial S_{ef}}{\partial \omega}\right), \quad (15)$$

где $k_0 = \omega_0/c$. Обычно, при анализе динамики волнового пакета вторым и третьим слагаемыми параметра самообострения пренебрегают, что справедливо для наиболее распространенных волноводов со ступенчатым или "W"-образным профилем показателя преломления. С другой стороны, в работе [30] показано, что в брегговских волноводах с одномерной неоднородностью показателя преломления могут быть получены значения эффективного параметра самообострения существенно выше стандартных. Возможной является и реализация волноводов с отрицательным параметром μ. Эффекты подобного рода, связанные с резким увеличением величины и изменением знака параметра самообострения, могут наблюдаться и в ФК световодах с 2D структурой изменения показателя преломления. Кроме того, в качестве волноведущей среды с высоким по модулю значением параметра самообострения, могут быть предложены среды с высокой дисперсией керровской нелинейности, например, композитные материалы, описываемые соотношением Максвелла-Гарнетта [18].

Следует отметить, что сильная дисперсия площади моды потенциально сопряжена с неустойчивостью распространяющегося волнового пакета, при которой даже незначительные дефекты в параметрах среды приводят к резкому росту оптических потерь. Таким образом, спектральные диапазоны обеспечивающие большие значения параметра самообострения, как правило, не используются в виду большой чувствительности к вариации параметров чреватой большими оптическими потерями. Тем не менее, для ФК сред с большими кубическими нелинейностями соответствующие диапазоны могут быть использованы для эффективного управления формой огибающей импульсов.

Рассмотрим типичный случай, в котором может быть показана существенная зависимость параметра самообострения от параметров волновода, на примере волновода с параболическим профилем. Показатель преломления сердцевины "стандартного" волновода описывается соотношением [29]

$$n(r) = n_1\left(1 - \Delta\left(\frac{r}{r_0}\right)^g\right)^{1/2}, \quad 0 \le r \le r_0, \quad (16)$$

а показатель преломления оболочки

$$n(r) = n_1\left(1-\Delta\right)^{1/2}, \quad r \ge r_0,$$

где $\Delta = (n_1^2 - n_2^2)/n_1^2$, n_1, n_2 – показатели преломления материалов световода. При $g = 1$ волновод обладает треугольным, при $g = 2$ параболическим профилем показателя преломления. Большие значения показателя g соответствуют волноводу со ступенчатым профилем показателя преломления.

Для получения дисперсионных зависимостей параметров основной моды волновода получим решение волнового уравнения (3) в гауссовом приближении [29]. В соответствии с ним радиальное распределение поля моды можно записать как

$$U(r) = \exp(-r^2/2w^2),$$

где $w = \left(S_{ef}/\pi\right)^{1/2}$ – радиус поля моды. Константа распространения связана с радиальными распределениями моды и показателя преломления соотношением

$$\beta^2 = \frac{\int_0^\infty \left(k^2 n^2(r) U^2 - \left(dU/dr\right)^2\right) r dr}{\int_0^\infty U^2 r dr}, \quad (17)$$

здесь $k = k_0 n_1$. Из уравнения $\partial\beta^2/\partial w = 0$, получаем дисперсионную зависимость радиуса моды

$$w^2 = 2r_0 / k\sqrt{\Delta}. \quad (18)$$

Таким образом, эффективная площадь моды волновода определяется как $S_{ef} = 2\pi r_0 / k\sqrt{\Delta}$.

Вычисляя интегралы в (17), получаем выражение для константы распространения LP_{01}-моды в волноводе с параболическим профилем показателя преломления

$$\beta = k\left(1 - \frac{2\sqrt{\Delta}}{kr_0}\right)^{1/2}.$$

Поскольку параметр $\Delta << 1$, то при рассмотрении поставленной задачи можно считать, что $\beta = k_0 n_1$, и поэтому групповая скорость и ДГС не зависят от диаметра волновода и постоянны по всей его длине. В этом случае, для волновода с параболическим распределением показателя преломления можно записать выражения для коэффициента керровской нелинейности

$$R = k_0^2 n^{(2)} \sqrt{\Delta} / 2\pi r_0,$$

и параметра самообострения (согласно (15))

$$\mu = \frac{k_0\sqrt{\Delta}}{\pi r_0 c}\left(n_1 n^{(2)} - \omega_0 n_1 \frac{\partial n^{(2)}}{\partial \omega} - \omega_0 n^{(2)} \frac{\partial n_1}{\partial \omega} - \frac{\omega_0 n_1 n^{(2)}}{\Delta}\frac{\partial \Delta}{\partial \omega}\right). \quad (19)$$

Отметим, что даже в рассмотренном случае волновода с параболическим профилем параметр самообострения μ может значительно отличаться от стандартного приближения $\sim 2R/\omega_0$ из-за наличия дисперсионных слагаемых. При этом знак μ может быть как положительным, так и отрицательным.

В отличие от параболических волноводов, широко распространенные волноводы со ступенчатым профилем показателя преломления обладают слабой дисперсией площади моды. Сравнить их дисперсионные характеристики можно при помощи известной формулы Маркузе [32]. Эта формула с высокой точностью описывает зависимость радиуса волноводной моды w от волноводного параметра

$$\frac{w}{r_0} \approx \frac{A}{V^{2/(2+g)}} + \frac{B}{V^{3/2}} + \frac{C}{V^6}, \quad \text{где} \quad V = \frac{\omega r_0}{c}(n_1^2 - n_2^2)^{1/2}, \quad (20)$$

где g – параметр профиля показателя преломления из (16). Для ступенчатого световода $g \to \infty$, и численные коэффициенты в (20) определяются как $A = 0.65, B = 1.619, C = 2.879$. Его дисперсионная зависимость показана пунктиром на рис. 5. Как можно видеть, в области “рабочих” значений $r_0 > 2\lambda$ для таких волноводов $w \sim r_0$. Сравнивая этот результат с (18), отмечаем, что дисперсия площади моды у ступенчатых волноводов практически отсутствует (нет зависимости площади моды от k).

Рассмотрим теперь волновод со структурой поперечного сечения, характерной для ФК волокна. Как показано в работе [33] формула Маркузе (20) описывает дисперсионную зависимость площади моды и в этом случае. При этом волноводный параметр следует определить как

$$V_{PCF} = \frac{2\pi\Lambda}{\lambda}(n_1^2 - n_{eff}^2)^{1/2}$$

где n_{eff} – эффективный показатель преломления структурированной оболочки световода. Рассмотрим типичный пример ФК волокна (см. вставку на рис.5). Центральная часть световода, служащая его сердцевиной, окружена оболочкой с гексагональной системой воздушных отверстий диаметром d, отстоящих друг от друга на расстояние Л. n_{eff} определяется как эффективный показатель преломления основной моды беско-

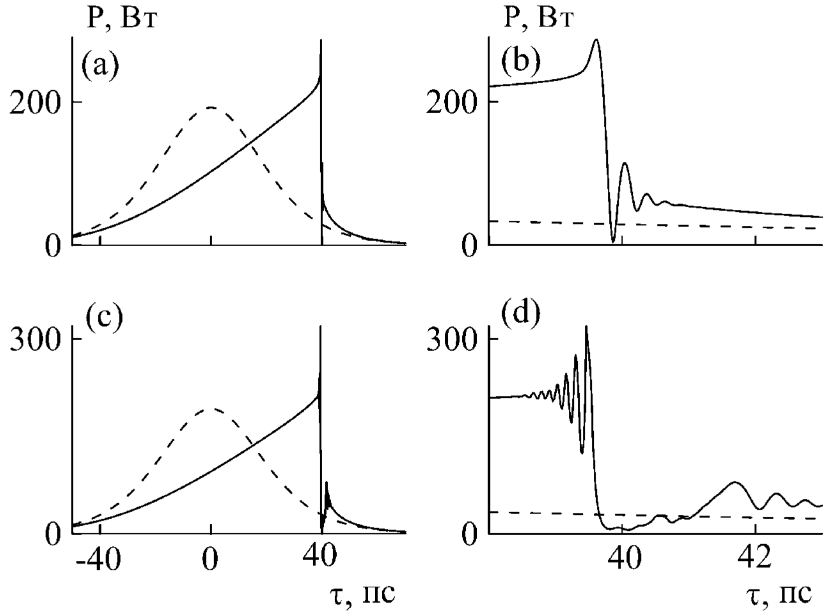

Рис. 4. Результаты моделирования распространения импульса в волноводе с параметрами $R = 0.03$ Вт$^{-1}$м$^{-1}$, $D = -1.5\cdot10^{-25}$ с^{2}м$^{-1}$, $\mu = 10^{-14}$ Вт$^{-1}$м$^{-1}$с, (a, b) $l = 6.6$ м, (c, d) $l = 7.5$ м. Штриховой линией показана огибающая начального импульса

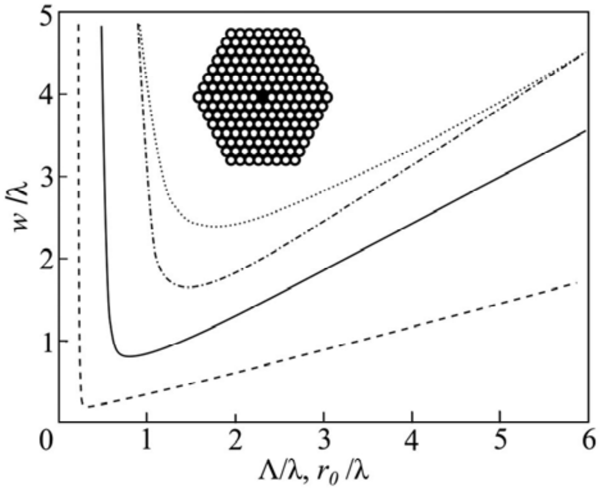

Рис. 5. (Взят из [34]). Зависимость радиуса волноводной моды кварцевого структурированного световода от постоянной структуры Λ, рассчитанная с помощью аппроксимации (21) для $\Lambda = 1$ мкм, $d/\Lambda = 0.3$ (штрихпунктирная линия), 0.5 (сплошная линия), 0.9 (штриховая линия). Пунктирной линией представлена зависимость радиуса волноводной моды от радиуса сердцевины r_0 для стандартного ступенчатого световода с $n_1 - n_2 = 0.01$.
На вставке – изображение поперечного сечения ФК световода

нечной гексагональной периодической структуры с воздушными отверстиями диаметром d и периодом Л. Формула (20) с коэффициентами $A_{PCF} = 0.7078, B_{PCF} = 0.2997, C_{PCF} = 0.0037, g = 8$ обеспечивает высокую точность аппроксимации зависимости отношения w/Λ от параметра V_{PCF}

$$\frac{w}{\Lambda} \approx \frac{A_{PCF}}{V_{PCF}^{2/(2+g)}} + \frac{B_{PCF}}{V_{PCF}^{3/2}} + \frac{C_{PCF}}{V_{PCF}^{6}}. \qquad (21)$$

На рис. 5 (взят из работы [34]) приведены зависимости радиуса моды от постоянной Λ для ФК волноводов с гексагональной структурой при различных значениях отношения d/Λ. Отметим то, что область дисперсионной зависимости радиуса моды ($w \propto \Lambda^n, n \neq 1$) находится в допустимых пределах для современных ФК световодов, реализующих локализацию излучения за счет брегговского механизма. С увеличением пористости структуры оболочки эта область смещается в зону значений Λ порядка длины волны для d/Λ □ 0.5. Таким образом, следует обратить внимание на то, что в спектральных областях, находящихся вблизи брегговского синхронизма, дисперсия эффективной площади моды может достигать очень высоких значений. Отметим также то, что слева от точки минимума площади моды имеется зона большой и при этом отрицательной дисперсии площади моды, т.е. $-\partial S_{ef} / \partial\omega >> S_{ef} / \omega$. Из-за сильного изменения площади моды и связанного резкого увеличения оптических потерь соответствующий спектральный диапазон используется довольно редко, однако, как видим, он может найти применение для получения волноводов с гигантской по модулю дисперсией нелинейности. В этом диапазоне параметр самообострения ФК волноводов может принимать как положительные, так и отрицательные значения по модулю более чем на два-три порядка превосходящие стандартные.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе обсуждается динамика оптических импульсов в волноводах, характеризующихся высоким значением параметра самообострения μ. Актуальность работы связана с тем, что эволюция импульсов в волноводах этого типа приводит к возникновению волн с высоким градиентом мощности, востребованных в широком круге приложений. Подробно рассматривается процесс образования ударной волны огибающей на переднем фронте (при $\mu < 0$) и в хвосте импульса ($\mu > 0$) как в бездисперсионном случае, так и при наличии нормальной и аномальной дисперсии волновода. В работе показано, что при высоком параметре самообострения модуляционная неустойчивость импульсов, распространяющихся в нелинейной среде с аномальной дисперсией, снижается, тем не менее в зоне наивысшего градиента мощности этот нелинейный эффект приводит к образованию солитоноподобных пиков. При высоких значениях аномальной дисперсии, таким образом, можно говорить об эффективной ударной компрессии импульса и достижении высоких пиковых мощностей излучения. Рассмотренный ударноволновой механизм может найти применение и при генерации излучения с широким спектром.

В работе также показана возможность реализации волноводного режима с высоким по модулю как положительным так и отрицательным параметром самообострения. Этот режим может быть получен в фотонно-кристаллических волноводах в диапазоне длин волн близких к параметру структуры оболочки ФК волокна.

Настоящая работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках федеральной целевой программы “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009-2013 годы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Островский Л.А.* Образование и развитие ударных электромагнитных волн в линиях передачи с ненасыщенным ферритом // ЖТФ. 1963. Т. 33. С. 1080-1092.
2. *Островский Л.А.* Распространение волновых пакетов и пространственно-временная самофокусировка в

нелинейной среде // ЖЭТФ. 1966. Т. 51. С. 1189-1194.
3. *Mestdagh D., Haelterman M.* Spectral Super-Broadening of Ultra-Short Pulses in a Nonlinear Kerr Medium; Effect of Relaxation // Opt. Comm. 1987. V.61, P.291-295.
4. *Anderson D., Lisak M.* Phys. Non-linear asymmetric self-phase modulation and self-steepening of pulses in long optical waveguides // Phys.Rev. A. 1983. V. 27. P.1393-1398.
5. *Agrawal G. P. and Headley C.* III Kink solitons and optical shocks in dispersive nonlinear media // Phys. Rev. A. 1992. V. 46. P.1573-1577.
6. *Громов Е.М., Таланов В.И.* Нелинейная динамика коротких цугов волн в диспергирующих средах // ЖЭТФ. 1996. Т. 110/ С.137-150.
7. *de Oliveira J.R., de Moura M.A., Hickmann J.M. and Gomes A.S.L.* Self-steepening of optical pulses in dispersive media // J.Opt.Soc.Am.B. 1992. V.9, P.2025-2027.
8. *Zhong W.P., Luo H.J.* Limitation of the capacity due to amplified spontaneous emission in a subpicosecond soliton communication system // Chin. Phys. Lett. 2000. V.17/ P. 577-579.
9. *Афанасьев А.А., Волков В.М., Урбанович А.И.* Динамика формирования ударной волны огибающей УКИ в среде с релаксирующей кубической нелинейностью // Квант. электрон. 2000/ Т. 30 (11)/ С.1002–1004.
10. *Золотовский И.О., Семенцов Д.И.* Образование ударных волн в неоднородных активных световодах // Квант. электрон. 2005. Т.35, С.419–423.
11. *Wan W., Jia S., Fleischer J.* Dispersive, superfluid-like shock waves in nonlinear optics // Nature Physics. 2007. V. 3. P. 46-51.
12. *Tempea G., Brabec T.* Theory of self-focusing in hollow waveguides // Opt. Lett. 1998. V. 23, P.762–764.
13. *Желтиков А.М.* Дырчатые волноводы // УФН. 2000. Т.170. С.1203–1215.
14. *Агравал Г., Кившарь Ю.* Оптические солитоны. От волоконных световодов до фотонных кристаллов. [Пер. с англ.]. М.: Наука. 2005. 648 с.
15. *Желтиков А.М.* Оптика микроструктурированных волокон. М.: Наука, 2004. 281 с.
16. *Smith D.R., Padilla W.J., Vier D.C., Nemat-Nasser S.C., Schultz S.* Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity // Phys. Rev. Lett. 2000. V.84. P.4184–4187.
17. *Bilotti .F., Tricarico S, Vegni L.* Plasmonic metamaterial cloaking at optical frequencies // IEEE Transactions on Nanotechnology. 2010. V. 9. P. 55–61.
18. *Моисеев С.Г., Остаточников В.А., Семенцов Д.И.* Подавление дефектной моды в фотонно-кристаллической структуре с резонансным нанокомпозитным слоем // Квант. Электрон, 2012. Т.42, С.557–560.
19. *Басов Н.Г., Летохов В.С.* Изменение формы импульса света при нелинейном усилении // ДАН СССР. 1966. Т.167. С.73–77.
20. *Крюков П.Г., Летохов В.С.* Распространение импульса света в резонансно усиливающей (поглощающей) среде // УФН. 1969. Т.99, С.169–227.
21. *Dysthe K., Krogstad H.E., and Muller P.* Oceanic rogue waves // Annu. Rev. Fluid Mech. 2008. V.40, 287–310.
22. *Akhmediev N. and Pelinovsky E.* Physical mechanisms of the rogue wave phenomenon // Eur. Phys. J. Special Topics. 2010. V.185. P.1–4.
23. *Didenkulova I. and Pelinovsky E.* Rogue waves in nonlinear hyperbolic systems (shallow-water framework) // Nonlinearity 2011. V. 24. R1-R18.
24. *Soomere T.* Rogue waves in shallow water //Eur. Phys. J. Special Topics. 2010. V.185. P.81–96.
25. Kibler B, Fatome J, Finot C, Millot G, Dias F, Genty G, Akhmediev N, and Dudley J.M. The Peregrine soliton in nonlinear fibre optics. // 2010. Nat. Phys.,V.6, P.790–795.
26. *Wabnitz S, Finot C, Fatome J. and Millot G.* Shallow water rogue wavetrains in nonlinear optical _fibers // 2013 arXiv 1301. P.0888.
27. *Агравал Г.* Нелинейная волоконная оптика (М.: Мир, 1996, 386.).
28. *Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С.* Оптика фемтосекундных лазерных импульсов М.: Наука, 1988. 310 с.
29. *Снайдер А., Лав Дж.* Теория оптических волноводов. (М.: Радио и Связь, 1987, 666 с).
30. *Золотовский И.О., Семенцов Д.И.* Динамика излучения в световодах с диспергирующей эффективной поперечной площадью моды // Опт. и Спектр. 2005. Т. 99, С. 994–997.
31. *Zolotovskii I.O., Lapin V.A. and Sementsov D.I.* Instability of wave packets in nonlinear inhomogeneous waveguides // Phys. of Wave Phen. 2013. V. 21, P.20–30.
32. *Marcuse D.* Gaussian Approximation of the fundamental Modes of Graded Index Fibers // J. Opt. Soc. Am. 1978. V. 68, P.103–109.
33. *Nielsen M.D., Mortensen N.A., Folkenberg J.R. and Bjarklev A.* Mode-field radius of photonic crystal fibers expressed by the V-parameter // Opt. Lett. 2003. V. 28, P.2309–2311.
34. *Желтиков А.М.* Субволновая локализация электромагнитного поля в собственных модах диэлектрических микро- и наносветоводов // Письма в ЖЭТФ. 2010. Т.91, С.410–413.

SHOCK-WAVE GENERATION OF OPTIC PULSE WITH HIGH PEAK POWER

© 2013 I.O. Zolotovskii, D.A. Korobko, R.N. Minvaliev, M.S. Petryakov, D.A. Stolyarov

Ulyanovsk State University

Propagation of power optical pulse in dispersive media with high self-steepening is investigated. In anomalous dispersion case we describe the generation of high power soliton-like peak at the front of the envelope. The possibility of realization of waveguide with very high absolute value of the self-steepening based on a photonic crystal is shown.

Key words: shock waves, high-power laser pulses, self-steepening, photonic crystal fibers.

Igor Zolotovskii, Candidate of Physics and Mathematics, Director of Nanotechnology and Materials Center of Research Institute of Technology. E-mail: rafzol.14@mail.ru.
Dmitry Korobko, Candidate of Physics and Mathematics, Senior Research Fellow at Research Institute of Technology. E-mail: korobkotam@rambler.ru
Ramil Minvaliev, Graduate Student. E-mail: romeldd@mail.ru
Michail Petryakov, Student. of USU,
Dmitry Stolyarov, Graduate Student. E-mail: dmitreyst@gmail.com