

УДК 537.87

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОМПОЗИТА ИЗ ПРОВОДЯЩИХ СФЕРИЧЕСКИХ ВКЛЮЧЕНИЙ

© 2013 А.П. Анзулевич<sup>1</sup>, Л.Н. Бутько<sup>1</sup>, С.Г. Моисеев<sup>2,3</sup>, В.Д. Бучельников<sup>1</sup>, И.В. Бычков<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Челябинский государственный университет

<sup>2</sup> Ульяновский государственный университет

<sup>3</sup> Ульяновский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

Поступила в редакцию 21.06.2013

С использованием компьютерного моделирования исследованы зависимости эффективных диэлектрической и магнитной проницаемостей композитной среды, представляющей собой периодически расположенные сферические частицы из немагнитного металла, от частоты излучения, проводимости и концентрации частиц.

**Ключевые слова:** композитная среда, проводящие частицы, приближение эффективной среды, поглощение электромагнитной волны.

### ВВЕДЕНИЕ

Данная работа посвящена исследованию особенностей СВЧ-нагрева металлических порошков с размером частиц много меньше длины волны применяемого излучения. В работе [1] путём аналитических выкладок показано, что СВЧ-нагрев металлических немагнитных порошков может быть обусловлен магнитными потерями или, другими словами, возникновением у таких материалов отличной от нуля мнимой части эффективной магнитной проницаемости. В работах [2-4] представлены основные методы расчета эффективных диэлектрической или магнитной проницаемостей, основанные фактически на использовании моделей эффективной среды. В данной работе выполнен расчет эффективных диэлектрической и магнитной проницаемостей композита прямым методом без использования приближения эффективной среды.

### ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим простейшую модель упорядоченной среды в виде кубической решетки из сферических проводящих частиц без оболочки оксида на поверхности (рис. 1). Выбор модели без оболочек оксила на поверхности частиц позволяет учесть Анзулевич Антон Петрович, кандидат физико-математических наук, доцент. E-mail: anzul@list.ru  
Бутько Леонид Николаевич, кандидат физико-математических наук, доцент. E-mail: lnbutko@yandex.ru  
Моисеев Сергей Геннадьевич, кандидат физико-математических наук, доцент, старший научный сотрудник. E-mail: serg-moiseev@yandex.ru  
Бучельников Василий Дмитриевич, доктор физико-математических наук, профессор. E-mail: buche@csu.ru  
Бычков Игорь Валерьевич, доктор физико-математических наук, профессор. E-mail: bychkov@csu.ru

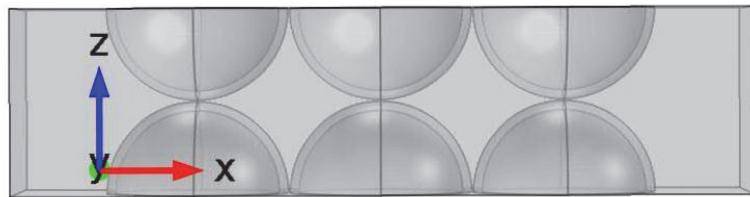
поглощение именно в скрин-слое проводящих частиц. Предполагается, что несмотря на плотную упаковку между частицами нет прямого контакта, а все свободное пространство заполнено воздухом. Рассматривается случай, когда частицы выполнены из немагнитного материала.

Пусть падающая электромагнитная волна ТЕ-типа распространяется вдоль оси  $x$ , ее вектор электрической напряженности направлен вдоль оси  $z$ . Показанная на рис. 1. область композитной среды (область компьютерного моделирования) в направлении координатных осей  $y$  и  $z$  ограничена двумя парами поверхностей, параллельных плоскостям  $xz$  и  $xy$ , соответственно. Расстояние между парами параллельных плоскостей, ограничивающих область моделирования, в точности равно диаметру частиц. Для данной геометрии векторы электрической и магнитной напряженностей на противолежащих поверхностях связанны периодическими условиями. В направлении оси  $x$  область моделирования имеет конечный размер. Таким образом, представленная на рис. 1 модель отвечает бесконечному в плоскости  $yz$  композитному слою, образованному периодически расположенными сферическими частицами.

В настоящей работе проводится численное решение дифференциального уравнения для электрической компоненты волны, имеющего следующий вид:

$$\nabla \times \mu^{-1} (\nabla \times E) - k_0^2 \left( \epsilon - i \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0} \right) E = 0, \quad (1)$$

где  $\epsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  – локальные диэлектрическая проницаемость, магнитная проницаемость и проводимость соответственно,  $k_0 = \omega/c$  – волновое число в вакууме,  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \Phi/m$  – электри-



**Рис. 1.** Модель упорядоченной структуры из проводящих сферических включений

ческая постоянная. Решение уравнения (1) в точках наблюдения внутри композитного слоя находится прямым численным методом конечных элементов с учетом граничных условий. Сетка разбиения на конечные элементы задается таким образом, чтобы размер ячейки был много меньше размера неоднородностей (частиц и пустот между ними), длины электромагнитной волны и толщины скин-слоя.

Используемый метод численного решения уравнения (1) позволяет учсть внутреннюю структуру композита, в том числе провести анализ зависимости электродинамических характеристик композита от размера частиц и расстояния между ними. Полученное в результате численного расчета распределение напряженностей электрического и магнитного полей используем для вычисления волнового импеданса:

$$Z(z) = -\frac{E_y(z)}{H_x(z)}. \quad (2)$$

С другой стороны, в рамках приближения эффективной среды подобный композит можно рассматривать как макроскопически однородный материал с эффективными электрической и магнитной проницаемостями. В этом случае входной импеданс на границе  $z = 0$ , на которую падает из внешней среды электромагнитное излучение, связан с эффективным импедансом  $Z_{eff} = \sqrt{\mu_{eff}/\epsilon_{eff}}$  следующим соотношением [5]

$$Z(0) = Z_{eff} \frac{Z(d) - iZ_{eff} \operatorname{tg}(k_{eff}d)}{Z_{eff} - iZ(d) \operatorname{tg}(k_{eff}d)}, \quad (3)$$

где  $d$  – толщина слоя,  $k_{eff} = k_0 \sqrt{\epsilon_{eff} \mu_{eff}}$ . В настоящей работе эффективные параметры композита определяются с помощью (3) на основе значений импеданса для двух случаев. В первом случае на границе  $z = d$  импеданс задается как для идеального проводника, то есть принимается  $Z(d) = 0$ , поэтому из выражения (3) приходим к следующему соотношению:

$$Z(0) = -iZ_{eff} \operatorname{tg}(k_{eff}d) \equiv Z_1. \quad (4)$$

Во втором случае на границе  $z = d$  импеданс задается как для идеального магнетика ( $Z(d) = \infty$ ), поэтому входной импеданс для эффективной среды определяется как

$$Z(0) = iZ_{eff} \operatorname{ctg}(k_{eff}d) \equiv Z_2. \quad (5)$$

Из (4), (5) получим следующие выражения для расчета эффективных параметров композита:

$$Z_{eff} = \sqrt{\frac{\mu_{eff}}{\epsilon_{eff}}} = \sqrt{Z_2 Z_1}, \quad (6)$$

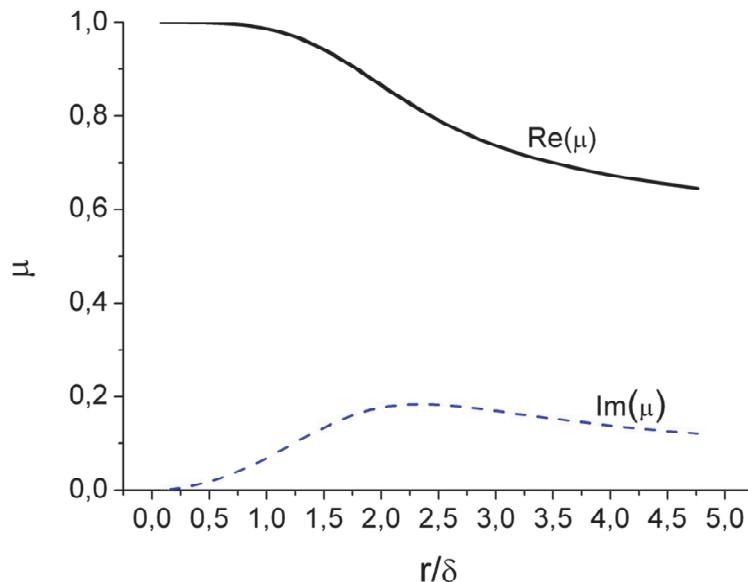
$$n_{eff} = \sqrt{\epsilon_{eff} \mu_{eff}} = c \frac{\operatorname{arctg}(-Z_1/Z_2)}{\omega d}. \quad (7)$$

## РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТОВ И ОБСУЖДЕНИЕ

С помощью выражений (6), (7) получены зависимости эффективных проницаемостей от размера частиц, объемной доли частиц и от частоты электромагнитного поля (рис. 2, 3, 4).

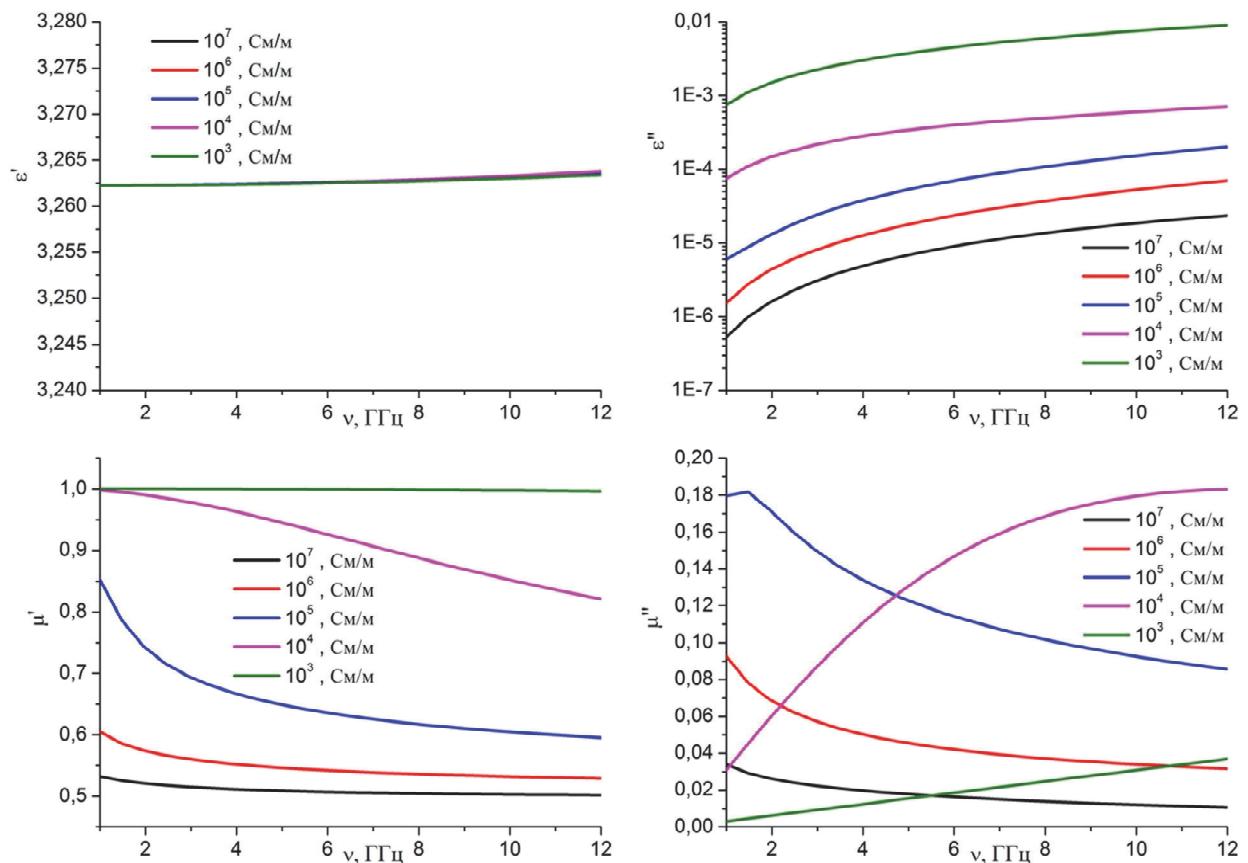
Из представленных на рис. 2 зависимостей видно, что эффективная магнитная проницаемость на частотах излучения, при которых радиус частицы  $r$  больше толщины скин-слоя массивного образца  $\delta = \sqrt{2/\sigma\omega\mu_0}$  ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^7 \text{ Гн/м}$  – магнитная постоянная), принимает значения меньше единицы. С увеличением размера частиц действительная часть эффективной магнитной проницаемости  $\mu' = \operatorname{Re}(\mu_{eff})$  убывает, а мнимая часть  $\mu'' = \operatorname{Im}(\mu_{eff})$  становится отличной от нуля, достигая максимума около значения  $r/\delta \approx 2$ , то есть когда толщина скин-слоя меньше половины радиуса частицы  $r$ . Данные результаты хорошо согласуются с результатами аналитического расчета по теории Ми и Бругемана [3, 4].

Представленные на рис. 3 и рис. 4 графики позволяют установить следующие зависимости эффективных характеристик от параметров композита. Мнимая компонента эффективной магнитной проницаемости  $\mu''$  для широкого диапазона параметров композитной среды значительно превышает мнимую часть эффективной электрической проницаемости  $\epsilon'' = \operatorname{Im}(\epsilon_{eff})$ , поэтому основной вклад в электромагнитные потери дают магнитные потери. Действительная часть эффективной электрической проницаемости  $\epsilon' = \operatorname{Re}(\epsilon_{eff})$  определяется концентрацией частиц ( $\epsilon'$  повышается при увеличении объемной доли частиц), не зависит от частоты применяемого излучения (в рассмотренном диапазоне)



**Рис. 2.** Зависимость действительной и мнимой частей эффективной магнитной проницаемости порошка немагнитной меди от отношения радиуса частицы  $r$  к толщине скин-слоя  $\delta$ .

Параметры расчета: объёмная доля частиц 0.5, проводимость  $\sigma = 5.8 \cdot 10^7 \text{ См} / \text{м}$

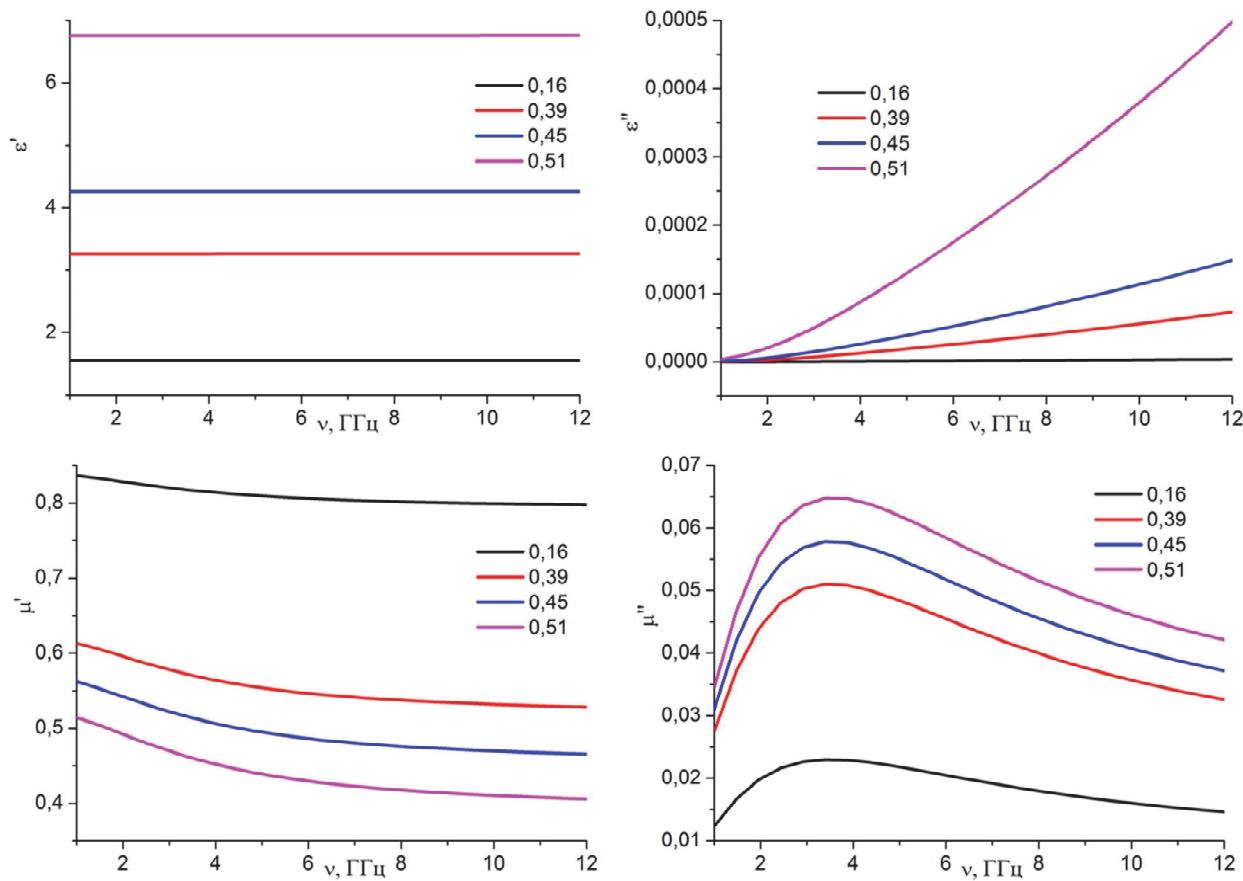


**Рис. 3.** Спектральные зависимости эффективных диэлектрической и магнитной проницаемостей композита для разной проводимости частиц.

Параметры расчета: радиус частиц 100 мкм, объёмная доля частиц 0.39

и проводимости материала, из которого они выполнены. При увеличении объемной доли частиц и частоты излучения  $\mu'$  уменьшается, а  $\varepsilon''$  увеличивается. С увеличением проводимости частиц  $\mu'$  и  $\varepsilon''$  монотонно возрастают. Зависимость мнимой части эффективной магнитной проница-

емости от проводимости имеет сложный характер, с ростом концентрации частиц  $\mu''$  увеличивается. Таким образом, вклад магнитных потерь возрастает в композите с высокой концентрацией частиц, имеется также резонансная зависимость от частоты излучения в некотором интер-



**Рис. 4.** Спектральные зависимости эффективных диэлектрической и магнитной проницаемостей композита для разной объёмной доли частиц.  
Параметры расчета: радиус частиц 100 мкм, проводимость частиц  $10^6 \text{ Cm} / \text{m}$

валье значений проводимости (см. зависимость  $\mu''(\omega)$  на рис. 4).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе получены частотные зависимости реальных и мнимых компонент эффективных диэлектрической и магнитной проницаемостей порошков из немагнитного металла. Показано, что даже в условиях отсутствия оболочки (окисного слоя) частиц мнимая часть магнитной проницаемости исследуемого композита значительно превосходит мнимую часть его диэлектрической проницаемости. Полученные результаты компьютерного моделирования подтверждают теоретические предсказания относительно преобладания магнитной составляющей в поглощении СВЧ-излучения скин-слоем немагнитных металлических частиц порошка. Появление у композитной среды из немагнитного металла комплексной эффективной магнитной проницаемости с отличной от единицы действительной частью связано с формированием в приповерхностном слое частиц замкнутых токов сферической геометрии и, соответственно, индуцированных магнитных моментов. Наблюдаемый эффект вы-

ражен более сильно при определенных параметрах задачи, когда индуцированные токи имеют форму сферической оболочки, что наблюдается при толщине скин-слоя меньше радиуса частиц.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Федеральной целевой программы “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009-2013 годы” Министерства образования и науки РФ.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yoshikawa N. Fundamentals and Applications of Microwave Heating of Metals // Journal of Microwave Power and Electromagnetic Energy. 2010. Vol. 44. № 1. P. 4-13.
2. Kiley Erin M., Yakovlev Vadim V. Applicability Study of Classical and Contemporary Models for Effective Complex Permittivity of Metal Powders // Journal of Microwave Power and Electromagnetic Energy. 2012. Vol. 46. № 1. P. 26-38.
3. Ignatenko M., Tanaka M. Effective permittivity and permeability of coated metal powders at microwave frequency // Physica B. 2010. Vol. 405. P. 352–358.
4. Heating of metallic powders by microwaves: Experiment and theory / V.D. Buchelnikov, D.V. Louzguine-Luzgin, G. Xie, S. Li, N. Yoshikawa, M. Sato, A.P. Anzulevich, I.V.

- Bychkov, and A. Inoue // Journal of Applied Physics.*  
2008. Vol. 104, № 1. P. 113505–10.  
5. *But'ko L.N., Buchel'nikov V.D., Bychkov I.V. Absorption*  
*of Electromagnetic Waves in a Nonmagnetic Conductor–Ferromagnet Structure // Physics of the Solid State.* 2010. Vol. 52. №10. P. 2154–2163.

## **ELECTROMAGNETIC MODELING OF COMPOSITE WITH CONDUCTING SPHERICAL INCLUSIONS**

© 2013 A.P. Anzulevich<sup>1</sup>, L.N. Butko<sup>1</sup>, S.G. Moiseev<sup>2,3</sup>, V.D. Buchel'nikov<sup>1</sup>, I.V. Bychkov<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Chelyabinsk State University

<sup>2</sup> Ulyanovsk State University

<sup>3</sup> Ulyanovsk Branch of Institute of Radio Engineering and Electronics  
named after V.A. Kotel'nikov of RAS

Using computer simulations the dependences of the effective permittivity and permeability of composite medium which consist of periodically arranged spherical particles of a non-magnetic metal from the frequency of electromagnetic radiation, conductivity and concentration of particles are studied.

Keywords: composite medium, conductive particles, effective-medium model, absorption

---

*Anton Anzulevich, Candidate of Physics and Mathematics,  
Associate Professor. E-mail: anzul@list.ru*  
*Leonid Butko, Candidate of Physics and Mathematics,  
Associate Professor. E-mail: lnbutko@yandex.ru*  
*Sergey Moiseev, Candidate of Physics and Mathematics,  
Associate Professor, Senior Research Fellow.  
E-mail: serg-moiseev@yandex.ru*  
*Vasily Buchel'nikov, Doctor of Physics and Mathematics,  
Professor. E-mail: buche@csu.ru*  
*Igor Bychkov, Doctor of Physics and Mathematics, Professor.  
E-mail: bychkov@csu.ru*