

УДК 532.526, 532.24

ЗОНЫ ЗАХВАТА И ОСАЖДЕНИЯ КАПЕЛЬ ВОДЫ ПРИ ОБТЕКАНИИ ЦИЛИНДРА

© 2013 В.А. Фролов^{1,2}, К.В. Редькина¹

¹Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)

²Самарский государственный университет

Поступила в редакцию 02.12.2013

В данной статье рассмотрена математическая модель расчёта зон захвата и осаждения при обтекании цилиндра воздухом, содержащим переохлаждённые капли воды. Круговая форма поперечного сечения тел характерна для высоковольтных линий электропередачи, тросов в конструкции мостов и некоторых выступающих частей летательных аппаратов. Знание зон захвата и осаждения капель воды необходимо при прогнозировании образования водной плёнки и обледенения цилиндрических поверхностей. Математическая модель основана на численном интегрировании уравнений движения для капли с учётом силы сопротивления и поля скорости, полученного на основе модели идеальной несжимаемой жидкости. Показано удовлетворительное согласование расчётных значений для коэффициента захвата и угла, характеризующего зону осаждения, с известными данными других авторов.

Ключевые слова: зона захвата, зона осаждения, идеальной несжимаемой жидкости.

Провода высоковольтных линий электропередач (ЛЭП) при соответствующих погодных условиях подвергаются обледенению. На рис. 1 показана фотография ЛЭП с обледеневшими проводами.

Похожие проблемы встречаются в мостовых конструкциях, элементами которых являются тросы. Многократное утяжеление проводов ЛЭП или тросов мостов за счёт обледенения при сопровождающемся возрастании амплитуды колебаний может приводить к обрыву проводов ЛЭП или разрушению тросов мостов и как следствие, к катастрофическим последствиям в обоих случаях.

Другим примером практической значимости проблемы, рассмотренной в данной статье, является взаимодействие атмосферной влаги с поверхностью летательного аппарата (ЛА). Во время полёта в облаках, содержащих водные капли, их осаждение на поверхности ЛА может приводить к образованию водной плёнки или для переохлаждённых капель к обледенению поверхности ЛА. Если образование водной плёнки на поверхности ЛА может даже в некоторых случаях улучшить аэродинамические характеристики, то обледенение с точки зрения безопасности полёта является вредным явлением, приводящим к срыву потока и, как следствие, к ухудшению аэродинамических характеристик ЛА.

В работе предлагается математическая мо-

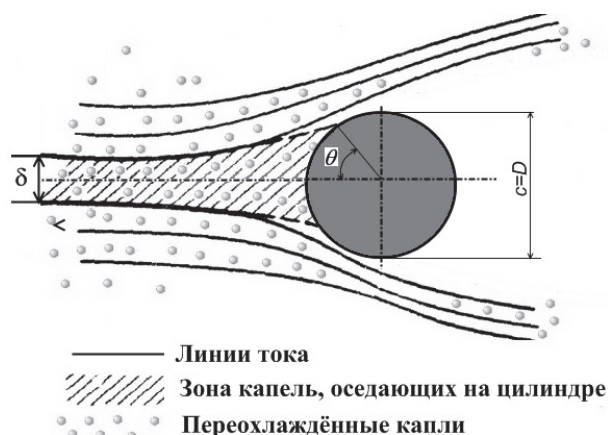


Рис. 1. Фото обледенения проводов ЛЭП

дель расчёта коэффициента захвата и зоны осаждения водных капель на поверхности круглого цилиндра. Вопросы осаждения водных капель на поверхность цилиндра рассматривались в работах [1-6]. На современном этапе развития компьютерной техники представляет интерес пересчёт коэффициентов захвата с целью уточнения их значений для различных условий движения водных капель.

На рис. 2 показана геометрическая схема траекторий водных капель в потоке воздуха вблизи цилиндра. Капля воды вдали от цилиндра движется приблизительно по траекториям, совпадающим с линиями тока воздушного потока. Вблизи цилиндра скорости воздушного потока существенно изменяются, а в силу действия на каплю воды массовых и поверхностных сил, её траектория начинает постепенно отклоняться от линии тока и капля может упасть на поверхность цилиндра. Крайние касательные к траектории капли определяют так называемый коэффициент

Фролов Владимир Алексеевич, кандидат технических наук, доцент кафедры конструкции и проектирования летательных аппаратов. E-mail: frolov_va_ssau@mail.ru
Редькина Ксения Владимировна, аспирант кафедры конструкции и проектирования летательных аппаратов. E-mail: redkina.kv@gmail.com


Рис. 2. Линии тока

и траектории каплей воды вблизи цилиндра

захвата, физический смысл которого является отношение действительного количества воды, осевшего на теле, к тому количеству воды, которое содержится в объёме воздуха, проходящего телом в единицу времени.

Коэффициент захвата определяется формулой [2, 3]

$$E = \frac{\delta}{c},$$

где δ – толщина зоны на бесконечности в невозмущённом потоке между крайними касательными к траекториям каплей данного размера, осаждающимися на поверхности тела (см. рис. 2); c – толщина обтекаемого тела (для цилиндра – это его диаметр D). Зона, простилающая от бесконечности до поверхности цилиндра, и ограниченная двумя предельными траекториями каплей данного размера, осаждающимися на поверхность цилиндра (рис. 2, заштрихованная область) называется *зоной захвата*. На рис. 2 половина *зоны осадения* каплей на цилиндрической поверхности показана полярным углом θ . Ясно, что полуугол, характеризующий зону осадения, лежит в диапазоне $0 \leq \theta \leq \pi/2$ рад ($0 \leq \theta \leq 90^\circ$). Расчёт коэффициента захвата и зоны осадения водных каплей на теле сводится к вычислению траекторий каплей, которые сталкиваются с этим телом. Их траектории можно получить из решения дифференциальных уравнений движения каплей около тела.

Будем полагать, что на каплю действует только одна сила сопротивления (силами веса капли, взаимодействия капли и цилиндра и силами взаимодействия между соседними каплями будем пренебрегать), среду, в которой совершает движение капля, будем полагать несжимаемой идеальной жидкостью. Тогда, используя формулу И.П. Мазина [2] для силы сопротивления можно для плоского случая записать дифференциальные уравнения движения капли в виде [2]

$$\begin{cases} P\xi'' = (V_\xi - \xi')\varphi(Re_0); \\ P\eta'' = (V_\eta - \eta')\varphi(Re_0), \end{cases} \quad (1)$$

где $\xi = x/L$, $\eta = y/L$ – безразмерные координаты капли; V_ξ, V_η – безразмерные местные скорости течения около обтекаемого тела; $\xi', \eta', \xi'', \eta''$ – первые и вторые производные от безразмерных координат по безразмерному времени $\tau = tV_\infty/L$, т.е. времени необходимого для того, чтобы капля прошла расстояние L со скоростью V_∞ (здесь t – размерное время, c ; V_∞ – скорость набегающего потока, m/c ; L – характерный размер обтекаемого тела (в нашем случае диаметр цилиндра D , m); безразмерный параметр P определяется формулой

$$P = \frac{2}{9} \cdot \frac{r^2 V_\infty \rho_w}{\mu_a L},$$

где r – радиус капли, m ; ρ_w – плотность водной капли, kg/m^3 ; μ_a – динамическая вязкость воздуха, $H \cdot c/m^2$. В системе дифференциальных уравнений (1) функция $\varphi(Re_0)$ является безразмерной функцией числа Рейнольдса $Re_0 = 2rV_\infty/\nu_a$ (ν_a – кинематическая вязкость воздуха, m^2/c), которая имеет вид [2]

$$\varphi(Re_0) = 1 + 0,17 Re_0^{2/3} \left[(\xi' - V_\xi)^2 + (\eta' - V_\eta)^2 \right]^{1/3}.$$

Из системы (1) следует, что траектории каплей определяются двумя параметрами P и Re_0 . Число Рейнольдса Re_0 служит мерой отклонения от закона Стокса поверхностных вязкостных сил, действующих на каплю. Вместо второго параметра Re_0 иногда применяют параметр $\varphi = Re_0/P$ [2, 3], который является удобным, поскольку не зависит от размера каплей.

Используя численные аналоги первых и вторых производных можно систему (1) представить следующим образом:

$$\begin{cases} \xi_{i+1} = \left[2 - \frac{\Delta\tau}{P} \varphi_i(Re_0) \right] \xi_i - \left[1 - \frac{\Delta\tau}{P} \varphi_i(Re_0) \right] \xi_{i-1} + \\ + \frac{(\Delta\tau)^2}{P} \varphi_i(Re_0) V_{\xi_i}; \\ \eta_{i+1} = \left[2 - \frac{\Delta\tau}{P} \varphi_i(Re_0) \right] \eta_i - \left[1 - \frac{\Delta\tau}{P} \varphi_i(Re_0) \right] \eta_{i-1} + \\ + \frac{(\Delta\tau)^2}{P} \varphi_i(Re_0) V_{\eta_i}, \end{cases} \quad (2)$$

где дискретный аналог функции $\varphi(Re_0)$ есть

$$\begin{aligned} \varphi_i(Re_0) = 1 + 0,17 (Re_0 / \Delta\tau)^{2/3} \times \\ \times \left[(V_{\xi_i} \Delta\tau - \xi_i + \xi_{i-1})^2 + (V_{\eta_i} \Delta\tau - \eta_i + \eta_{i-1})^2 \right]^{1/3}. \end{aligned}$$

а $\Delta\tau$ – шаг по безразмерному времени.

Результаты расчёта, показанные ниже, полу-

чены для явной дискретной схемы конечных разностей (2). Исследовалось влияние расстояния от цилиндра для начала интегрирования и величины шага интегрирования на коэффициент захвата. Расчёты показали, что относительное минимальное расстояние от цилиндра X_{\min}/D , равное 15 диаметрам обеспечивает достаточную высокую точность. На рис. 3 для разных значений параметра P показано влияние начального расстояния от цилиндра X_{\min}/D на величину коэффициента захвата E . Расчёты также показали, что шаг интегрирования, обеспечивающий

высокую точность можно выбрать равным $\Delta\tau = 10^{-6}$. Сравнение полученных результатов для величины коэффициента захвата от параметра P с результатами других авторов для случая $\varphi = Re_0 = 0$ представлено на рис. 4. На рис. 5 приведено сравнение расчётных данных для угла q , характеризующего зону осаждения (см. рис. 2) от безразмерного параметра P для случая $\varphi = 50000$.

Выполненные расчёты и приведённые сравнения результатов с данными других авторов показали удовлетворительную точность.

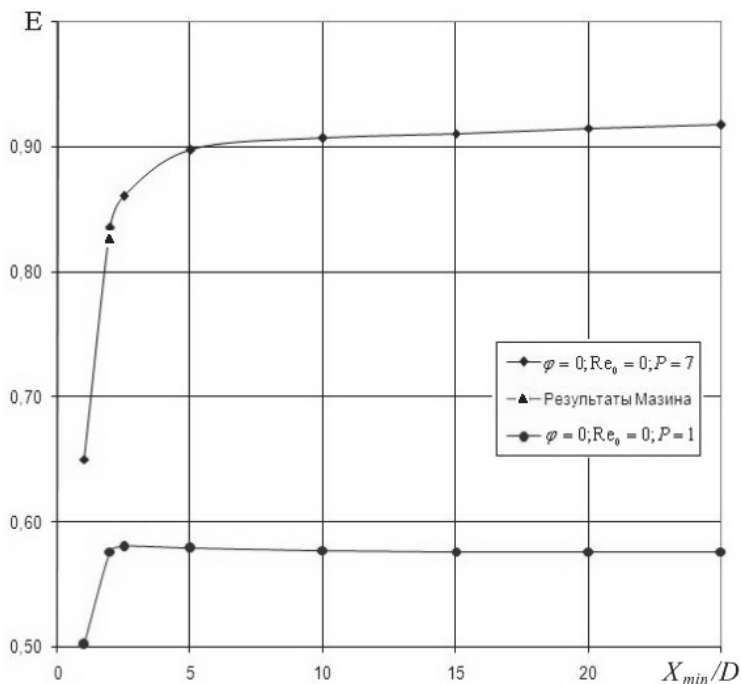


Рис. 3. Влияние относительного начального расстояния от цилиндра при интегрировании на величину коэффициента захвата

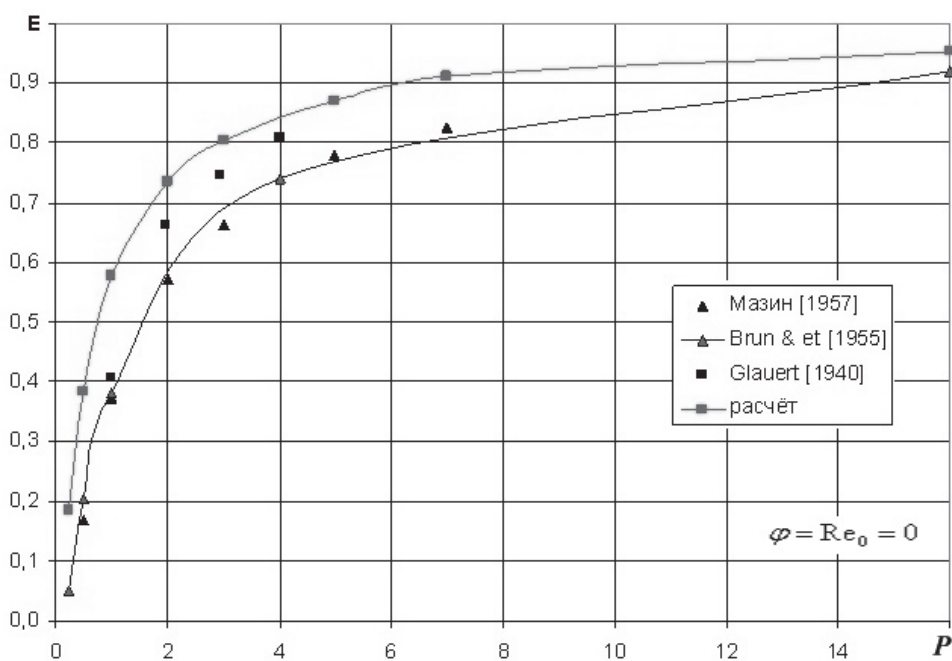


Рис. 4. Зависимость коэффициента захвата от безразмерного параметра P

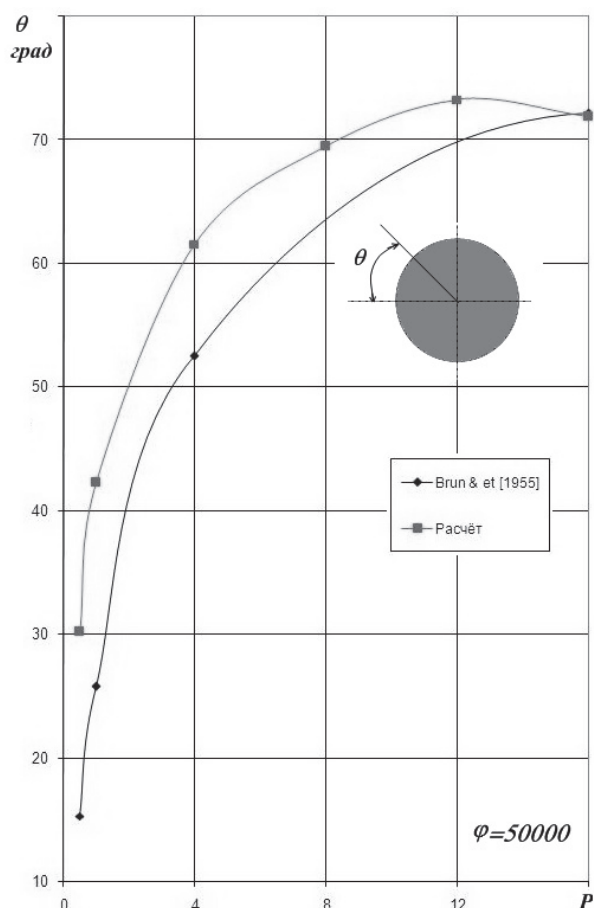


Рис. 5. Зависимость угловой координаты зоны осаждения от безразмерного параметра P

Наблюдаемое небольшое расхождение следует отнести к более грубому шагу интегрирования в работах [1-3], поскольку расчёты проводились на компьютерах того времени. Так в работе

[1] расчёты были выполнены на аналоговой вычислительной машине 50-х годов прошлого века. По этой причине можно считать, что расчёты авторов являются более точными.

Дальнейшее развитие математической модели для исследования зон захвата и осаждения будут включать следующие вопросы:

- 1) учёт сил тяжести и взаимодействия капли с цилиндром;
- 2) изменение формы поперечного сечения цилиндра в процессе обледенения;
- 3) учёт сжимаемости;
- 4) использование современных модификаций закона Стокса для сопротивления капли.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Brun R.J., Lewis W., Perkins P.I., Serafini I.S. Impingement of Cloud Droplets on a Cylinder and Procedure for Measuring Liquid-Water Content and Droplets Sizes in Supercooled Clouds by Rotating Multicylinder Method // *NACA Report 1215*, 1955. – 183 p.
2. Мазин И.П. Физические основы обледенения самолётов. М.: Гидрометеиздат. 1957. 120 с.
3. Трунов О.К. Обледенение самолётов и средства борьбы с ним. М.: Машиностроение. 1965. 247 с.
4. Myers T.G., Charpin J.P.F. A Mathematical Model for Atmospheric Ice Accretion and Water Flow on a Cold Surface // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2004. v. 47. P. 5483–5500.
5. Masoud Mirzaei, Mohammad A. Ardekani, Mehdi Doosttalab. Numerical and Experimental Study of Flow Field Characteristics of an Iced Airfoil // *Aerospace Science and Technology*. 2009. v. 13. P. 267–276.
6. Yihua Cao, Chao Ma, Qiang Zhang, John Sheridan. Numerical Simulation of Ice Accretions on an Aircraft Wing // *Aerospace Science and Technology*, 2012. v. 23. P. 296–304.

THE CAPTURE ZONE AND IMPINGEMENT CLOUD DROPLETS ON CYLINDER

© 2013 V.A. Frolov^{1,2}, K.V. Redkina¹

¹Samara State Aerospace University named after Academician S.P. Korolev
(National Research University)

²Samara State University

This article describes a mathematical model of calculating the capture zones and impingement of cloud droplets in air flow containing supercooled water droplets ahead of the cylinder. Circular cross-sectional shape of bodies is common for high voltage power lines, cables in bridge construction and some protruding aircraft parts. The knowledge of capture zones and impingement of cloud droplets is necessary for predicting water film formation and icing on the cylindrical surfaces. The mathematical model is based on numerical integration of motion equations for a droplet; the resistance force and the velocity field modeled on the basis of ideal incompressible fluid has been taken in consideration. The calculated values for the capture coefficient and the angle characterizing the impingement zone agree with the data obtained by other authors.

Keywords: capture zone, impingement zone, an incompressible ideal fluid.

Vladimir Frolov, Candidate of Technics, Associate Professor at the Aircraft Design and Construction Department.

E-mail: frolov_va_ssau@mail.ru

Ksenia Redkina, Graduate Student at the Aircraft Design and Construction Department. E-mail: redkina.kv@gmail.com