

**РАСЧЁТ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С КОЛЛИМАТОРОМ
ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ЗАДАННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОСВЕЩЁННОСТИ**

© 2013 К.В. Становова¹, А. А. Белоусов^{1,2}

¹Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет),

²Институт систем обработки изображений РАН, г. Самара

Поступила в редакцию 26.04.2013

Впервые получено аналитическое выражение для освещённости от коллиматора в прилегающей плоскости. Изложена концептуальная схема оптической системы, содержащей коллиматор. Для формирования требуемого распределения освещённости показано применение градиентного метода расчета эйконала. Рассчитан эйконал светового поля для формирования распределения освещённости в виде прямоугольника, энергетическая эффективность 83%, СКО 11%.

Ключевые слова: оптический коллиматор, френелевские потери, ламбертов источник излучения, апертура, функционал невязки, закон сохранения светового потока, градиентный метод, эйконал, освещённость.

ВВЕДЕНИЕ

Задача расчёта формирования заданного распределения освещённости является актуальной, так как модели оптических систем имеют широкое применение, включающие расчёт светотехнических устройств, расчёт лазерных систем фокусировки, систем навигации, систем безопасности, аварийного, жилого и промышленного освещения, а также систем оптического прицеливания (коллимирования). С математической точки зрения, задача расчёта преломляющей поверхности для формирования требуемого распределения освещённости является обратной задачей (прямой задачей является расчёт освещённости). В общем случае, в приближении геометрической оптики, обратная задача формирования заданного распределения освещённости сводится к решению нелинейного дифференциального уравнения типа уравнения Монже-Ампера [1] и является крайне сложной.

Методы решения данного уравнения известны только для случаев радиальной и цилиндрической симметрии.

Проблемы, связанные с формированием распределения освещённости и диаграмм направленности, описаны в работах [2-7]. В работе [3] предложена конструкция преломляющего оптического элемента для формирования прямоуголь-

Становова Ксения Владимировна, магистр прикладной математики и информатики. E-mail: skv2412@gmail.com
Белоусов Александр Александрович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры технической кибернетики, научный сотрудник лаборатории дифракционной оптики. E-mail: adark@narod.ru

ной диаграммы направленности при компактном источнике излучения. В работе [4] рассчитывается оптическая система с коллиматором для формирования цилиндрического волнового фронта, однако в ней, как и в работах [5-7] не приведен расчёт аналитической освещённости от полученного волнового фронта.

В настоящей работе рассмотрен случай формирования коллиматором плоско-параллельного волнового фронта. Данный подход позволяет применить для расчета оптического элемента, формирующего требуемую освещённость в области наблюдения, градиентный метод расчёта эйконала, описанный в работе [8]. В качестве примера в работе приведен расчет оптического элемента для формирования распределения освещённости в виде прямоугольника.

**ОПИСАНИЕ И КОНСТРУКЦИЯ
ОПТИЧЕСКОГО ЭЛЕМЕНТА**

Для того чтобы сформировать плоскопараллельный световой пучок круглого сечения, предлагается использовать конструкцию оптического элемента, схема сечения которого изображено на рис. 1 [3].

Точечный (компактный) источник света находится в начале координат и излучает свет в полусфере $z > 0$.

Поверхности получены вращением профиля на рис. 1 вокруг оси Oz и предназначены для формирования плоского волнового фронта в плоскости на выходе из коллиматора.

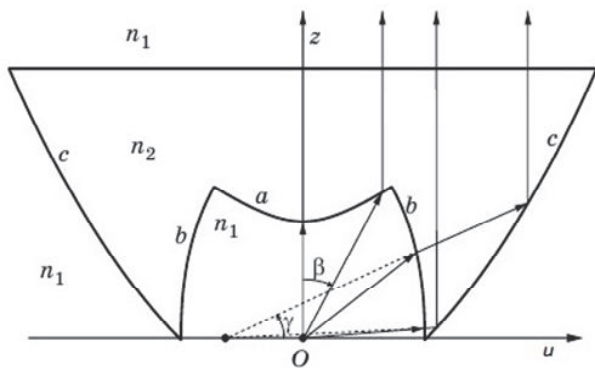


Рис. 1. Схема сечения оптического элемента плоскостью Ouz

Коллимирующий (собирающий) профиль на рис. 1 состоит из трех частей: центральной (а), средней (b) и боковой (с). Центральная часть коллимирует лучи от источника. Средняя часть формирует смещенный мнимый источник, уменьшая угловой размер пучка, падающего на боковую поверхность элемента. Боковая поверхность работает по принципу полного внутреннего отражения и формирует коллимированный пучок, распространяющийся вдоль оси Oz.

Приведенная конструкция оптического элемента является эффективной только при формировании освещенности с большим угловым размером. Это связано с ростом френелевских потерь и явлением полного внутреннего отражения, возникающих при использовании внешней преломляющей поверхности для поворота лучей на большой угол. [9]

РАСЧЁТ ПРОФИЛЯ КОЛЛИМАТОРА

Для формирования плоскопараллельного волнового пучка круглого сечения необходимо рассчитать коллимирующий профиль на рис. 1 [3].

Центральная часть а профиля на рисунке 1 является поверхностью коллимирующей линзы. Фокус линзы совпадает с источником излучения. Выражение для длины радиус-вектора центральной части а получаем из принципа Ферма в виде:

$$r_a(\beta) = r_{0a} \frac{1 - \frac{1}{n}}{\cos \beta - \frac{1}{n}}, \quad (1)$$

где r_{0a} – расстояние от источника до точки пересечения оптической оси и поверхности линзы.

Средняя часть профиля b должна создавать мнимый источник излучения. При расчёте части b также используется принцип Ферма, согласно которому значение функции:

$$\Psi_0 = r_b(\beta) - n\sqrt{l_s^2 + r_b^2(\beta) + 2l_s r_b(\beta) \sin \beta}, \quad (2)$$

где $r_b(\beta)$ – длина радиус-вектора средней части b профиля на рис. 1, представляющего собой эллипс; l_s – расстояние от источника до мнимого фокуса.

Константа Ψ_0 в выражении (2) выбирается из условия совпадения частей профиля a, b в точке стыковки. Согласно условию (2), расчёт $r_b(\beta)$ сводится к решению квадратного уравнения, что приводит к формуле:

$$r_b(\beta) = \frac{\Psi_0 + n^2 l_s \sin \beta}{1 - n^2} - \frac{n\sqrt{\Psi_0^2 + 2\Psi_0 l_s \sin \beta - n^2 l_s^2 \cos^2 \beta + l_s^2}}{1 - n^2}.$$

Боковая часть с профиля является параболой, фокус которой совпадает с мнимым источником. Длина радиус-вектора точки параболы относительно точки мнимого фокуса определяется как:

$$r_c(\gamma) = \frac{2r_{0c}}{1 - \sin \gamma}, \quad (3)$$

где r_{0c} – расстояние от мнимого фокуса до пересечения с осью Ou; γ – угол между вектором, проведенным от мнимого фокуса к точке поверхности, и осью Ou.

РАСЧЁТ ОСВЕЩЁННОСТИ, СФОРМИРОВАННОЙ КОЛЛИМАТОРОМ

В аналитическом виде известны выражения для каждой из длин радиус-векторов коллиматора. Формула расчёта освещенности [4], $E_0(u, v)$ на плоскости представляется в виде:

$$E_0(u, v) = I(u, v) \frac{d\Omega}{dS}, \quad (4)$$

где координаты (u, v) – это декартовы координаты, которые получены при помощи преобразования:

$$\begin{cases} u = r \cos \beta \\ v = r \sin \beta \end{cases}, \quad I(u, v) - \text{интенсивность точечного источника излучения; } d\Omega - \text{элементарный телесный угол, в который излучает источник; } dS - \text{элементарная площадь коллиматора, на которую падает энергия, излученная в телесном угле } d\Omega.$$

По определению телесного угла:

$$d\Omega = \frac{dM}{|OM(u, v)|^2} \cos \alpha, \quad (5)$$

где M – это вектор-функция, задающая поверхность,

$$dM = \left| \left(\frac{\partial M(u, v)}{\partial u} \times \frac{\partial M(u, v)}{\partial v} \right) \right| dS - \text{элемент площади оптической поверхности, где}$$

–

$\left(\frac{\partial M(u, v)}{\partial u} \times \frac{\partial M(u, v)}{\partial v}\right)$ – векторное произведе-

ние векторов; α – угол между вектором нормали к поверхности $n(u, v)$ и вектором от источника излучения до точки на оптической поверхности $OM(u, v)$; $n(u, v)$ – вектор нормали к оптической поверхности.

Вектор нормали $n(u, v)$ по определению, равен:

$$n(u, v) = \frac{\left(\frac{\partial M(u, v)}{\partial u} \times \frac{\partial M(u, v)}{\partial v}\right)}{\left|\left(\frac{\partial M(u, v)}{\partial u} \times \frac{\partial M(u, v)}{\partial v}\right)\right|}. \quad (6)$$

Тогда, подставляя (5) в (4), получим следующее выражение для расчёта освещенности в плоскости наблюдения:

$$E_0(u, v) = I(u, v) \frac{\left|\left(\frac{\partial M(u, v)}{\partial u} \times \frac{\partial M(u, v)}{\partial v}\right)\right|}{|OM(u, v)|^2} \cos \alpha, \quad (7)$$

где $\cos \alpha = \frac{(n(u, v), OM(u, v))}{|n(u, v)| |OM(u, v)|}$.

РАСЧЁТ ОДНОМЕРНОЙ ОСВЕЩЁННОСТИ, СФОРМИРОВАННОЙ КОЛЛИМАТОРОМ

В силу того, что профиль обладает радиальной симметрией, можем перейти к расчёту одномерной освещённости. Двумерную освещённость получим в результате полного вращения одномерной освещённости на плоскости.

$$E_0(u) = I(u) \frac{\left(\frac{r(u, z)}{|r(u, z)|}, n(u)\right)}{r(u, z)^2} \cos \alpha, \quad (8)$$

где $r(u, z)$ – расстояние от источника до точки на оптической поверхности.

Выражение для вектора нормали $n(u, v)$ в точке (u_i, z_i) выражается в частных производных и примет вид:

$$n(u) = \frac{\left(\frac{\partial M(u_i, z_i)}{\partial z}, \frac{\partial M(u_i, z_i)}{\partial u}\right)}{\left(\frac{\partial M(u_i, z_i)}{\partial z}, \frac{\partial M(u_i, z_i)}{\partial u}\right)}. \quad (9)$$

Найдем компоненты вектора $n(u)$ для поверхности $M_1(u, z)$, задаваемой радиус-вектором $r_a(\beta)$ по формулам (10) – (11), переводя выраже-

ния для радиус-векторов в прямоугольные координаты. Получаем выражения компонент вектора нормали первой поверхности $M_1(u, z)$:

$$\frac{\partial M_1(u, z)}{\partial u} = r_{0a} \frac{\left(1 - \frac{1}{n}\right) \sin \beta \cos \beta}{2r(u, z) \left[\cos \beta - \frac{1}{n}\right]^{3/2}} - \sin \beta, \quad (10)$$

$$\frac{\partial M_1(u, z)}{\partial z} = r_{0a} \frac{-\left(1 - \frac{1}{n}\right) \sin^2 \beta}{2r(u, z) \left[\cos \beta - \frac{1}{n}\right]^{3/2}} - \cos \beta, \quad (11)$$

где $r(u, z) = \sqrt{u^2 + z^2}$.

Аналогичным образом считается выражение компонент вектора нормали второй поверхности $M_2(u, z)$:

$$\frac{\partial M_2(u, z)}{\partial u} = \frac{nl_s \cos^2 \beta}{r(u, z) [1 - n^2]} \left(n - \frac{\Psi_0 + n^2 l_s \sin \beta}{\sqrt{\Psi_0^2 + 2\Psi_0 l_s \sin \beta + l_s^2 - n^2 l_s^2 \cos^2 \beta}}\right) - \sin \beta, \quad (12)$$

$$\frac{\partial M_2(u, z)}{\partial z} = \frac{-nl_s \sin \beta \cos \beta}{r(u, z) [1 - n^2]} \left(n - \frac{\Psi_0 + n^2 l_s \sin \beta}{\sqrt{\Psi_0^2 + 2\Psi_0 l_s \sin \beta + l_s^2 - n^2 l_s^2 \cos^2 \beta}}\right) - \cos \beta. \quad (13)$$

Подставляя выражения (10)-(13) в (9), а затем в (8), получим освещённость, распространяемую в плоскости наблюдения. Так как профиль a представляет собой линзу в фокусе которой находится точечный источник, то пучок световых лучей, выходящих из этого источника, после преломления на профиле станет коллимированным. В случае частей b, c нужно учесть преломление света в соответствии с законом Снеллиуса.

Рассмотрим ход лучей, попавших из источника на поверхность b . Преломлённый луч света должен пересечь среднюю поверхность и затем, отразившись от внешней поверхности, попасть на плоскость наблюдения. Так как мы не учитываем френелевские потери, то точки на поверхности b “перейдут” без потерь в некоторые точки на поверхности c . В частности для ламбертова источника излучения $I(u) = I_0 \cos \beta$ и положив $I_0 = 1$, можно построить зависимость E_0 от координаты u . На рис. 2. представлена рассчитанная нормированная освещённость.

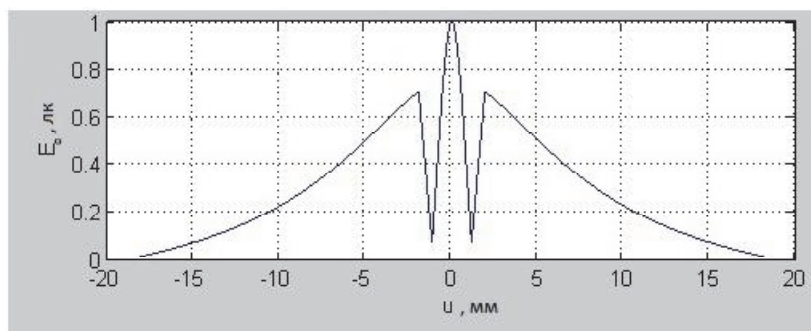


Рис. 2. Зависимость освещённости E_0 от координаты u

**ПРИМЕР РАСЧЁТА ЭЙКОНАЛА
ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ОСВЕЩЁННОСТИ
В ВИДЕ ПРЯМОУГОЛЬНИКА В СИСТЕМЕ
С КОЛЛИМАТОРОМ**

Пусть задана оптическая система, состоящая из точечного источника в начале координат и коллимирующего элемента, размеры которого представлены на рис. 3, с коэффициентом преломления материала $n = 1,5$.

Данный коллиматор формирует освещённость E_0 , которая была представлена ранее, в плоскости z_0 . Плоскость формирования требуемой освещённости расположена на расстоянии $f = 200$ мм от плоскости, в которой расположена апертура. Требуется рассчитать эйконал светового поля, формирующий требуемое распределение освещённости в форме прямоугольника со сторонами 74 мм и 64 мм.

Для расчёта эйконала $\varphi(u, v)$ применим метод, основанный на градиентном методе минимизации функционала ошибки $e(\varphi)$, который представляет собой отличие расчетного $E(x, y; \varphi)$ и требуемого $E(x, y)$ распределений освещённости [8]:

$$e(\varphi) = \iint_D (E(x, y; \varphi) - E(x, y))^2 dx dy. \quad (14)$$

Освещённости нормированы по всей излучаемой источником энергии.

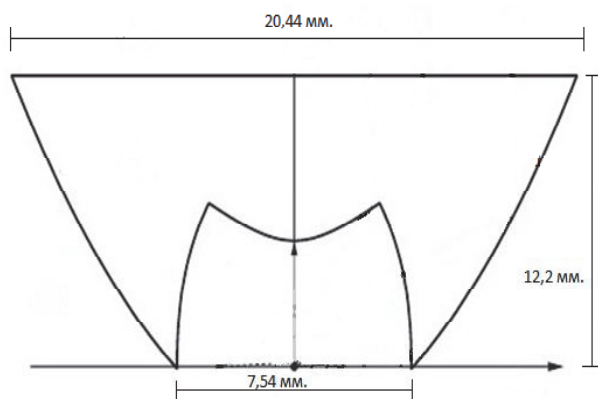


Рис. 3. Размеры оптического элемента

В табл. 1. приведены результаты работы применения градиентного метода для минимизации функционала невязки методом Ньютона.

Значения энергетической эффективности и среднеквадратичной ошибки формирования требуемого распределения освещённости при этом равны: $e = 0,8321$ и $\chi = 0,1102$. Сравнение распределения освещённости в области фокусировки, формируемого в случае рассчитанного эйконала и наперёд заданного распределения, приведено на рис. 4.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получены следующие результаты:

- представлена оптическая система для формирования требуемого распределения освещённости, содержащая коллиматор;
- впервые получено аналитическое выражение для освещённости, сформированной коллиматором;
- для полученного аналитического распределения освещённости применен градиентный метод расчета эйконала в оптической системе с коллиматором для формирования требуемого распределения освещённости в виде прямоугольника. С энергетической эффективностью $e = 0,8321$ и среднеквадратичным отклонением ошибки $\chi = 0,1102$.

Таблица 1. Результат минимизации функционала ошибки $e(\mathbf{c})$

Номер итерации, i	Значение функционала ошибки $e(\mathbf{c})$
1	1381,000
2	244,683
3	35,790
4	5,935
5	1,826
6	0,900
7	0,530
8	0,216
9	0,163
10	0,110

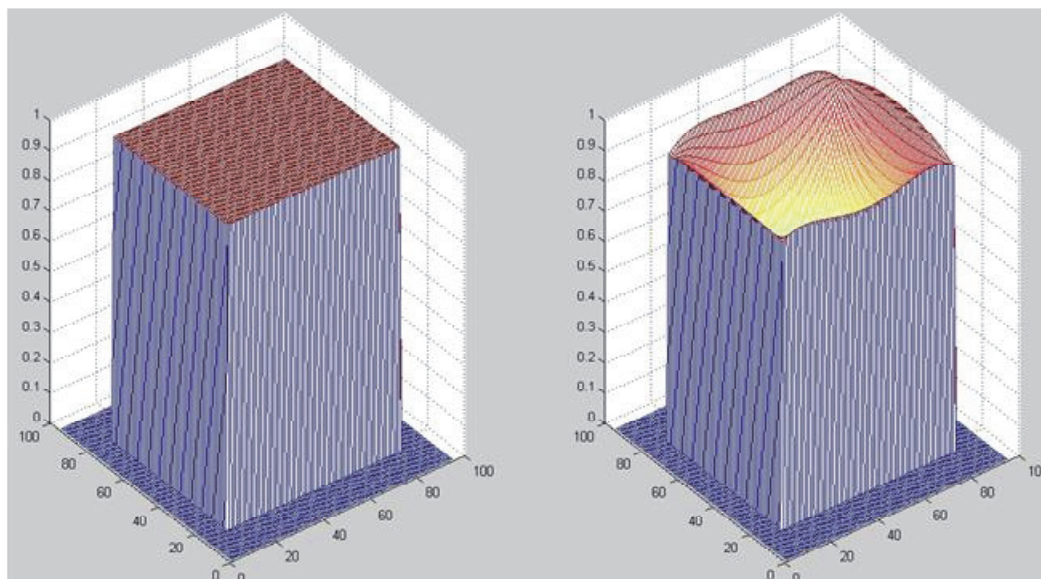


Рис. 4. Сравнение распределения освещенности, сформированного в области фокусировки и заданного

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 12-07-31193 мол_а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гончарский, А.А., Туницкий Д.В. Об обратной задаче синтеза оптических элементов для лазерного излучения // Вычислительные методы и программирование. 2006. Т. 7. С. 138-162.
2. Методы компьютерной оптики / А.В. Волков, Д.Л. Головашкин, Л.Л. Досколович [под ред. В.А. Соифера]. М: Физматлит, 2003. 688 с.
3. Досколович Л.Л., Моисеев М.А. Расчёт преломляющих оптических элементов для формирования диаграмм направленности в виде прямоугольника // Оптический журнал. 2009. Т. 76. № 7. С. 70-76.
4. Расчёт преломляющих оптических элементов для формирования заданных распределений освещённости в прямоугольных областях с большим соотношением сторон / Л.Л. Досколович, М.А. Моисеев, А.Х. Султанов // Компьютерная оптика. 2010. Т. 34/ №4.

5. С. 469-475.
6. Расчёт оптических элементов, работающих по принципу полного внутреннего отражения и формирующих заданные световые распределения в круглых областях / М.А. Моисеев, Л.Л. Досколович, Е.В. Бызов, С.В. Кравченко // Компьютерная оптика. 2012. Т. 36. №3. С. 333-340.
7. Расчёт компактной оптики для формирования заданных распределений освещённости / Э.Р. Асланов, Л.Л. Досколович, М.А. Моисеев // Компьютерная оптика. 2012. Т. 36. №2. С. 227-234.
8. Оптимизационный метод для расчёта TIR оптических элементов, включающий процедуру быстрой трассировки лучей / М.А. Моисеев, К.В. Борисова, Е.В. Бызов, Л.Л. Досколович // Компьютерная оптика. 2013. Т. 37. №1. С. 51-58.
9. Белоусов А.А., Досколович Л.Л. Геометрооптический расчёт поверхностей для формирования заданных двумерных распределений освещённости. Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2009. 74 с.
10. Дмитриев А.Ю., Досколович Л.Л. Расчет преломляющих поверхностей для формирования диаграммы направленности в виде линии // Компьютерная оптика. 2010. Т. 34. № 3. С. 297-301.

DESIGN OF OPTICAL SYSTEM CONTAINING COLLIMATOR PRODUCING REQUIRED IRRADIANCE DISTRIBUTION

© 2013 K.V. Stanovova¹, A.A. Belousov^{1,2}

¹Samara State Aerospace University named after S.P. Korolyov (National Research University),

²Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences, Samara

Analytical expression for the illumination from the collimator in the superimposed plane is calculated. The design of optical system with collimator is presented. Gradient method of eikonal calculation was applied for producing required irradiance distribution. Eikonal is designed for generating an illumination in the form of a rectangle with the energy efficiency 83%, root-mean-square errors 11%.

Key words: optical collimator, Fresnel losses, Lambert light source, aperture, residual functional, law of conservation of flux, gradient method, eikonal, illumination.

Kseniia Stanovova, Master of Applied Mathematics and Computer Science. E-mail: skv2412@gmail.com
Alexander Belousov, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor at the Engineering Cybernetics Department, Research Fellow at the Diffraction Optics Laboratory. E-mail: adark@narod.ru