УДК 531.36

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОСМИЧЕСКОЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДОСТАВКИ ГРУЗА НА ОРБИТУ

© 2013 А.С. Ледков, М.К. Жаринов

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет)

Поступила в редакцию 04.06.2013

В данной статье рассматривается операция вывода космического аппарата (КА) с помощью радиально-ориентированной космической тросовой системы (КТС), переводимой во вращение. Получена математическая модель, описывающая ее движение для случая круговой орбиты. Построены диаграмма начальных скоростей стыковки и диаграмма разрыва троса позволяющие осуществить выбор условий стыковки обеспечивающих выведение КА на более высокую орбиту.

Ключевые слова: космическая тросовая система, диаграмма движения стыковочного модуля, диаграмма разрыва троса.

ВВЕДЕНИЕ

Для доставки груза с поверхности Земли на орбиту традиционно используют ракетоносители. В последние десятилетия активно ведутся работы по созданию альтернативных схем доставки с использованием космических тросовых систем. Их главным достоинством является снижение стоимости операции вывода за счёт отказа от использования последней ступени ракетоносителя. В научной литературе обсуждается несколько методов перевода груза на более высокую орбиту, используя КТС [1]. Самым амбициозным и труднореализуемым проектом является космический лифт, представляющий собой расположенную в экваториальной плоскости космическую тросовую систему, соединяющую поверхность Земли с находящейся за геостационарной орбитой космической станцией. Центробежная сила обеспечивает устойчивость этой конструкции. Груз доставляется на орбиту на движущемся вдоль троса подъемнике [2]. Более реальной является концепция космического эскалатора – постоянно находящейся на орбите радиально ориентированной КТС. Спутник выводится на низкую орбиту, где пристыковывается к нижнему концу эскалатора и перетягивается с помощью специального подъемного механизма по тросу наверх. Там он отстыковывается и продолжает свой полет на более высокой орбите[1]. Другим обсуждаемым в научной литературе способом является использование вращающихся вокруг центра масс КТС. Груз выводится на низкую орбиту, где стыкуется с нижним концом КТС. Трос обеспечивает передачу энергии и количества движения от находящегося на орбиту спутника выводимому грузу. После того как груз, совершая вращение в рамках КТС, попадает в высшую точку, происходит расстыковка [3].

В данной статье предлагается рассмотреть комбинированный способ выведения груза на орбиту с помощью переводимой во вращение радиально-ориентированной КТС. До момента стыковки космическая тросовая система находится в радиальном положении. С помощью ракетоносителя на орбиту выводится космический аппарат, который пристыковывается к нижнему концу КТС. После этого КТС выводится из устойчивого радиального положения и переводится во вращение. В наивысшей точке происходит отделение КА. Перевод во вращение может осуществляться за счет реактивных, электродинамических и инерциальных сил, а также за счет управления длиной троса. Достоинством этого способа является простота стыковки, поскольку не нужно синхронизировать вращение КТС и орбитального движения КА, а также отсутствие движущегося по тросу подъемника.

В данной работе рассматривается движение КТС с момента стыковки КА до момента его отделения. Перевод во вращение осуществляется за счет разности скоростей стыковочного модуля и выводимого космического аппарата. Стыковка происходит мгновенно и может рассматриваться, как абсолютно неупругий удар.

Целью работы является исследование возможности доставки груза на орбиту с помощью переводимой во вращение радиально-ориентированной космической тросовой системы; разработка математической модели, описывающую динамику КТС после стыковки с выводимым на

Ледков Александр Сергеевич, кандидат технических наук, доцент, докторант кафедры теоретической механики. E-mail: ledkov@inbox.ru
Жаринов Михей Константинович, бакалавр, студент. E-mail: zharinovmk@gmail.com

орбиту КА; определение условий стыковки, обеспечивающих безопасный вывод груза на более высокую орбиту.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим тросовую систему, которая состоит из несущего спутника массой M с центром масс в точке C, невесомого упругого троса длиной l и стыковочного модуля с прикрепленным к нему грузом массой m. Спутник движется на орбите радиусом r (рис. 1). Предполагаем, что на систему действует только гравитационная сила. Несущий спутник и груз представляются в виде материальных точек. Рассматривается плоское движение системы. Введем жестко связанную с Землей инерциальную систему координат Oxy.

Составим уравнения Лагранжа 2-ого рода. В качестве обобщенных координат выберем параметры r, l, φ и θ, где θ – угол истинной аномалии, φ – угол между осью Oy и тросом.

Найдём потенциальную энергию системы. Она складывается из потенциальной энергии несущего спутника, стыковочного модуля и энергии упругой деформации троса:

$$\Pi = -\frac{\mu M}{r} - \frac{\mu m}{\sqrt{r^2 + 2rl\cos(\gamma) + l^2}} + \frac{1}{2}c(l - l_0)^2, \quad (1)$$

где l_0 – длина недеформированного троса; c – жесткость троса; μ – гравитационный параметр;

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \theta + \varphi.$$

Если трос не натянут ($l < l_0$) то несущий спутник и стыковочный модуль представляет собой систему из двух свободно движущихся точек. Это явление можно учесть, если рассматривать коэффициент жесткости троса как кусочно-заданную функцию:

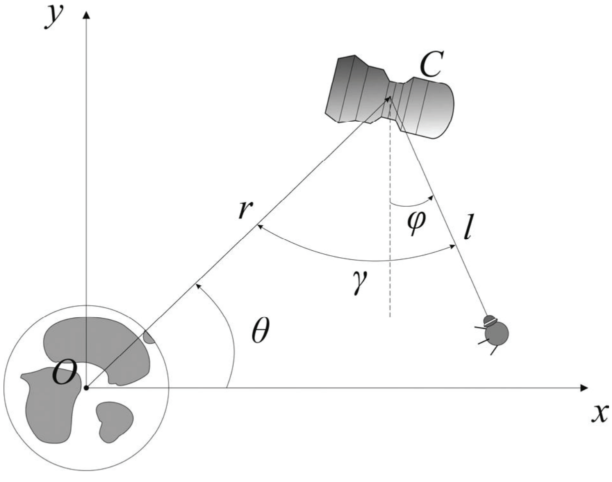

Рис. 1. Космическая тросовая система

$$c = \begin{cases} \dfrac{ES}{l_0}, & если\, l_0 \le l, \\ 0, & если\, l_0 > l, \end{cases}, \quad (2)$$

где E – модуль Юнга, S – площадь поперечного сечения троса.

Найдем кинетическую энергию системы. Она состоит из кинетической энергии несущего спутника и стыковочного модуля.

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2}M(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2) + \frac{1}{2}m(2rl\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos(\gamma) + \\ &+ r^2\dot{\theta}^2 + l^2\dot{\varphi}^2 + 2\dot{r}\dot{l}\cos(\gamma) - \\ &- 2r\dot{\theta}\dot{l}\sin(\gamma) + \dot{r}^2 + 2l\dot{r}\dot{\varphi}\sin(\gamma) + \dot{l}^2). \end{aligned} \quad (3)$$

Лагранжиан запишется в виде:

$$L = T - \Pi. \quad (4)$$

Перепишем (4) учитывая уравнения (1) и (3):

$$\begin{aligned} L &= 2rl\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos\left(-\theta + \varphi\right) + r^2\dot{\theta}^2 + l^2\dot{\varphi}^2 + \\ &+ 2\dot{r}\dot{l}\cos\left(-\theta + \varphi\right) - 2r\dot{\theta}\dot{l}\sin\left(-\theta + \varphi\right) + \frac{GMM_z}{r} + \\ &+ \frac{GmM_z}{\sqrt{r^2 - 2rl\sin(\varphi + \frac{\pi}{2} - \theta) + l^2}} - \frac{1}{2}c(l - l_0)^2. \end{aligned}$$

Составим систему уравнений Лагранжа 2-ого рода описывающих движение КТС с упругим невесомым и тонким тросом:

$$\begin{cases} (M+m)(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) + m(\ddot{l} - l\dot{\varphi}^2)\cos(\gamma) + \\ + m(2\dot{l}\dot{\varphi} + l\ddot{\varphi})\sin(\gamma) = \\ = -\dfrac{\mu M}{r^2\sqrt{r^2 + 2rl\cos(\gamma) + l^2}} - \\ - \dfrac{\mu m(r + l\cos(\gamma))}{(r^2 + 2rl\cos(\gamma) + l^2)^{\frac{3}{2}}}, \\ (l\dot{\varphi}^2 - \ddot{l})mr\sin(\gamma) + (2\dot{l}\dot{\varphi} + l\ddot{\varphi})mr\cos(\gamma) + \\ + 2(M+m)r\dot{\theta}\dot{r} + (M+m)r^2\ddot{\theta} = \\ = \dfrac{\mu mrl\sin(\lambda)}{(r^2 + 2rl\cos(\gamma) + l^2)^{\frac{3}{2}}}, \\ ml((\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\sin(\gamma) + (2\dot{\theta}\dot{r} + \ddot{\theta}r)\cos(\gamma) + l\ddot{\varphi} + \\ + 2\dot{l}\dot{\varphi}) = -\dfrac{\mu mrl\sin(\gamma)}{(r^2 + 2rl\cos(\gamma) + l^2)^{\frac{3}{2}}}, \\ -m(\ddot{\theta}r + 2\dot{\theta}\dot{r})\sin(\gamma) + m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\cos(\gamma) + \\ + m(\ddot{l} - l\dot{\varphi}^2) = -\dfrac{\mu m(r\cos(\gamma) + l)}{(r^2 + 2rl\cos(\gamma) + l^2)^{\frac{3}{2}}} - \\ - c(l - l_0). \end{cases}$$

Полученная система является частным случаем системы приведенной в [4]

Рассмотрим частный случай, когда спутник движется по круговой орбите ($r = const$), тогда уравнения (5) существенно упрощаются. Угол θ изменяется по закону $\theta = \omega t$, где $\omega = \sqrt{\mu r^{-3}}$ и движение КТС описывается уравнениями:

$$\begin{cases} -mr\omega^2 l\sin(\omega t-\varphi) + ml(l\ddot{\varphi} + 2\dot{l}\dot{\varphi}) = \\ = -\dfrac{\mu m r l \sin(\omega t-\varphi)}{(r^2 - 2rl\cos(\omega t-\varphi) + l^2)^{\frac{3}{2}}}, \\ m(r\omega^2\cos(\omega t-\varphi) + \ddot{l} - l\dot{\varphi}^2) = \\ = \dfrac{\mu m (r\cos(\omega t-\varphi) - l)}{(r^2 - 2rl\cos(\omega t-\varphi) + l^2)^{\frac{3}{2}}} + c(l-l_0). \end{cases} \quad (6)$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ

До момента стыковки КТС совершает стационарное движение. Считая скорости постоянными из (6) получим уравнение, позволяющее определить длину троса l_*, соответствующую стационарному движению

$$m_1\omega^2(r-l_*) - \frac{\mu m_1}{(r-l_*)^2} + c(l_* - l_0) = 0, \quad (7)$$

где m_1 – масса стыковочного модуля. Будем считать, что стыковка происходит мгновенно и представляет собой абсолютно неупругий удар. Скорости КА и стыковочного модуля до и после стыковки связаны соотношением

$$V_0(m-m_1) + m_1\omega(r-l) = mV_{KA}, \quad (8)$$

где V_0 – скорость выводимого КА (рис. 2а).

После стыковки (рис. 2б) КТС имеет следующие начальные условия

$$\varphi_0 = 0,\ \dot{\varphi}_0 = V_\varphi / l_*,\ l_0 = l_*,\ \dot{l}_0 = V_l. \quad (9)$$

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПЕРАЦИИ ВЫВОДА ГРУЗА

Исследуем влияние на начальной скорости КА на возможность вывода КА на более высокую орбиту. Рассмотрим КТС, состоящую из несущего спутника массой $M = 6000$ *кг*, стыковочного модуля вместе с выводимым КА общей массой $m = 700$ *кг* и троса изготовленного из материала *Dyneema* длиной $l_0 = 31000$ *м*, модулем Юнга $E = 172\,ГПа$, пределом прочности на разрыв $\sigma = 3\,ГПа$ и диаметром $d = 1\,мм$ [5]. Вся система двигается по круговой орбите радиусом $r = 6550\cdot 10^3\,м$. Из уравнения (7) вычислим длину троса в момент стыковки, если масса стыковочного модуля $m_1 = 150\,кг$, получаем $l_* = 31004.57\,м$.

Используя систему уравнений (6) проведем серию численных расчетов с начальными условиями (9), изменяя начальные скорости $V_\varphi \in [-310, 310]$, $V_l \in [-300, 300]$. По результатам составим диаграмму (рис. 3), на которой отметим точки, соответствующие успешному выводу. Под успешным выводом будем понимать ситуацию, когда в процессе движения КТС ее фазовая траектория попадает в область, определяемую условиями

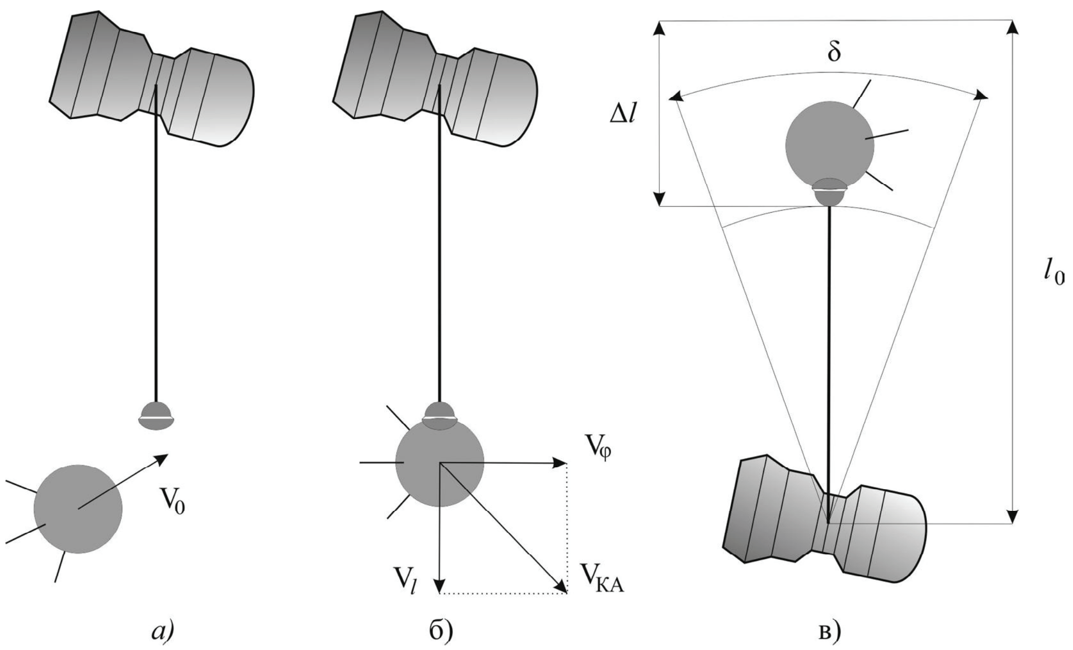

Рис. 2. Стыковка выводимого груза с модулем

$$\gamma \in [\pi - \delta,\ \pi + \delta],\ l > l_0 - \Delta l. \qquad (10)$$

где δ и Δl – параметры, определяющие требуемую область пространства (Рис. 2в) и в момент расстыковки скорость выводимого груза больше или равна круговой

$$V_{KA} \geq \sqrt{\frac{GMz}{r}}. \qquad (11)$$

Приведенная на рис. 3 диаграмма построена для $\delta = 3°$ и $\Delta l = 100 м$.

Белым цветом показаны начальные условия стыковки, при которых условия вывода (10) и (11) не выполняются. Серым точкам соответствуют случаи, когда КТС после стыковки переходит во вращение, что позволяет выводить какой-либо груз на более высокую орбиту. Правая часть диаграммы соответствует начальным условиям, при которых направления угловых скоростей обращения по орбите и закрутки совпадают. В этом случае в наивысшей точке скорости складываются и происходит разгон груза. В левой части наоборот – происходит торможение.

При стыковке с большими скоростями сила натяжения может превысить критическое значение, что приведет к обрыву троса. На рис. 4 показана диаграмма разрыва троса. Области закрашенной белым цветом соответствуют начальные условия, при которых сила натяжения троса во время операции вывода не превышает критического значения $T_{кр} = \sigma S$. Черными точками показана зона соответствующая разрыву троса.

Таким образом, начальные условия одновременно соответствующие черным (рис. 3) и белым точкам (рис. 4) на соответствующих диаграммах являются точками успешного вывода космического аппарата на более высокую орбиту.

В качестве примера приведем график $\gamma(t)$ для некоторых точек (рис. 5).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье рассмотрена операция вывода с помощью переводимой во вращение радиально-ориентированной КТС. Получена математическая модель, описывающая движение КТС. Построена диаграмма начальных скоростей стыковки, которая позволяет судить о возможности вывода КА на более высокую орбиту. А также диаграмма разрыва троса. Полученные диаграммы позволяют осуществить выбор условий стыковки обеспечивающие выведение КА на более высокую орбиту.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №12-01-31114 мол_а).

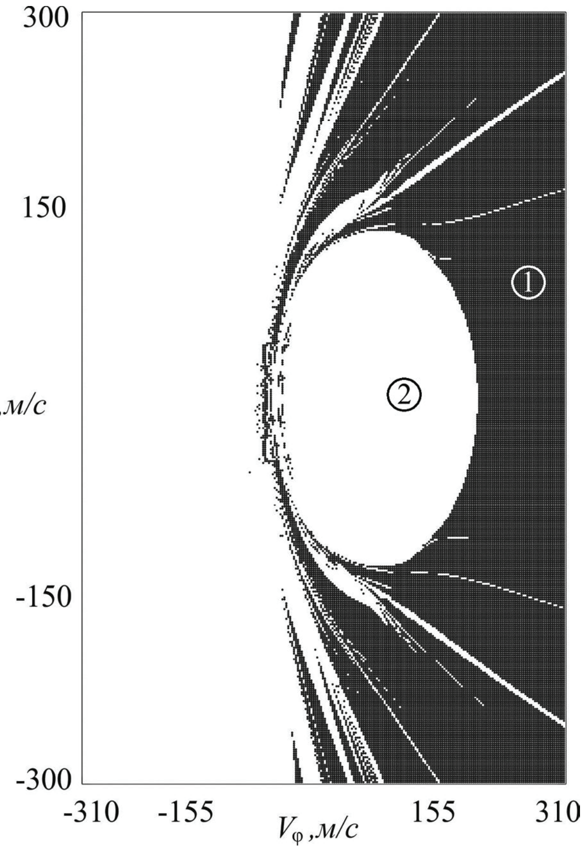

Рис. 3. Диаграмма движения стыковочного модуля

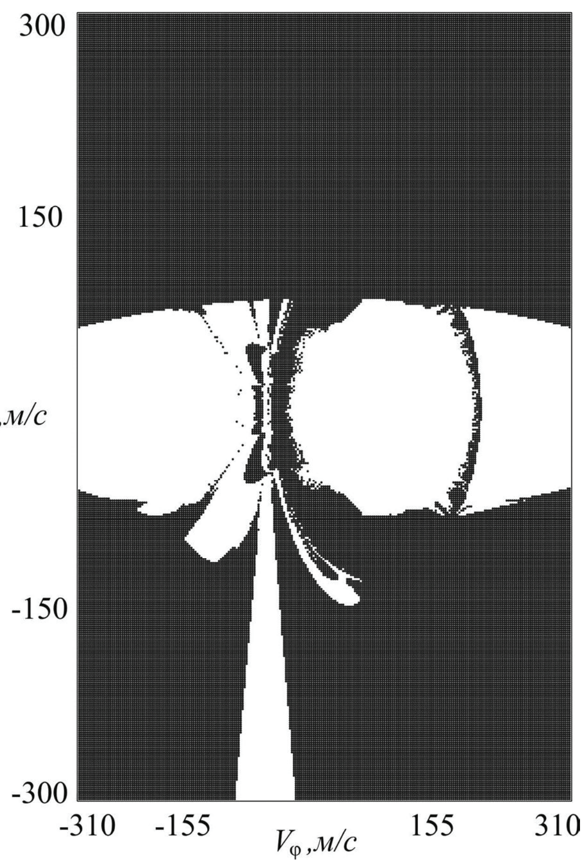

Рис. 4. Диаграмма разрыва троса

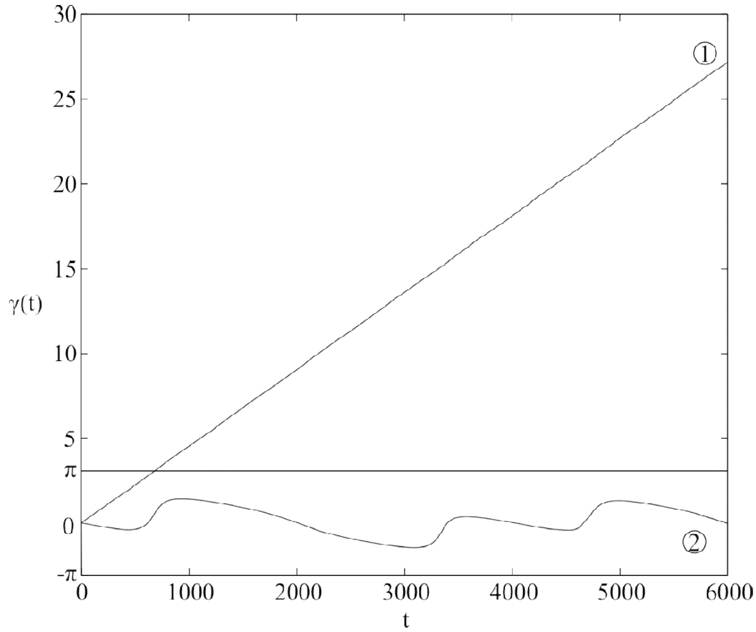

Рис. 5. Графики $\gamma(t)$ в двух точках

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Белецкий В.В., Левин Е.М.* Динамика космических тросовых систем. М.: Наука, 1990. 336 с.
2. *Edwards B.C.* Design and deployment of a space elevator // Acta Astronautica. 2000. №2. 3. 785–799, doi: 10.1016/S0094-5765(00)00111-9.
3. *Hoyt R.P., Slostad, J.T., Frank, S.S.* A Modular Momentum-Exchange / Electrodynamic-Reboost Tether SystemArchitecture," AIAA Paper 2003-5214, 39th Joint Propulsion Conference, Huntsville, AL, July 2003.
4. *Асланов В.С.* Влияние упругости орбитальной тросовой системы на колебания спутника // Прикладная математика и механика. 2010. Т.74. №4. С. 582-593.
5. *Aslanov V., Ledkov A.* Dynamics of the Tethered Satellite Systems. UK, Cambridge: Woodhead Publishing Limited. 356 p.

THE USE OF SPACE TETHER SYSTEM TO SOLVE THE PROBLEM OF CARGO DELIVERY TO ORBIT

© 2013 A.S. Ledkov, M.K. Zharinov

Samara State Aerospace University named after Academician S.P. Korolyov
(National Research University)

The operation of spacecraft's delivery into an orbit by means of a radially oriented space tether system that transfers into rotation is considered. For the case of circular orbit a mathematical model is developed. Diagrams of initial docking velocities and tether rupture are drawn. They allow to choose docking conditions that guarantee lifting of the spacecraft into a higher orbit.

Key words: space tether system, plot of the docking module, diagram cable breaking.

Alexander Ledkov, Ph.D., Associate Professor, Post-Doctoral Student at the Theoretical Mechanics Department.
E-mail: ledkov@inbox.ru
Mihey Zharinov, Bachelor, Student.
E-mail: zharinovmk@gmail.com