

УДК 621.791.722

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВОЙ СВАРКЕ РАЗНОРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ

© 2013 Г.Л. Пермяков, Т.В. Ольшанская, В.Я. Беленький, Д.Н. Трушников

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

Поступила в редакцию 01.11.2013

Разработана математическая модель электронно-лучевой сварки разнородных материалов на базе уравнения переноса энергии со смешанными граничными условиями и двумя наборами теплофизических характеристик, зависящими от координат. Решение краевой задачи получено методом функций Грина с использованием программы MathCad 15.

Ключевые слова: *математическая модель, электронно-лучевая сварка, разнородные материалы*

Дифференциальное уравнение переноса энергии является математической моделью целого класса явлений теплопроводности [1, 2]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \cdot \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + V \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{q}{c\rho} \quad (1)$$

Оно имеет бесконечное множество решений. Чтобы получить из этого множества одно частное решение, характеризующее конкретный процесс, необходимо иметь дополнительные данные, не содержащиеся в исходном дифференциальном уравнении. Эти дополнительные условия, которые в совокупности с дифференциальным уравнением определяют конкретную задачу, называются *условиями однозначности*:

1) Расчётная схема – бесконечная пластина толщиной  $\delta$ :

$$-\infty < x < \infty; -\infty < y < \infty; 0 < z < \delta \quad (2)$$

2) Граничные условия смешанного типа:

$$T(x, y, z, \tau) = \iiint_{\tau z y x} G(x, x', y, y', z, z', \tau) \cdot F(x, y, z, \tau) \partial x' \partial y' \partial z' \partial \tau \quad (4)$$

где  $G(x, x', y, y', z, z', \tau)$  – функция Грина,  $F(x, y, z, \tau)$  – функция источника. Известно, что функция Грина допускает неполное разделение переменных (она разделяется по пространственным переменным  $x, y, z$ , но не разделяется по времени  $\tau$ ), т.е. может быть представлена в виде произведения:

- на поверхностях  $z=0$  и  $z=\delta$  граничные условия второго рода равны 0:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=\delta} = 0 \quad (3)$$

- по  $x$  и  $y$  граничные условия первого рода равны 0;

3) Два набора теплофизических характеристик:  $c1, \lambda1, \rho1, a1$  и  $c2, \lambda2, \rho2, a2$ ;

4) Температура в начальный момент времени равна 0.

Сварка производится по стыку двух материалов (вдоль оси  $x, y=0, z=0$ ) со скоростью  $V$ , электронный луч мощностью  $q=I \cdot U$ , диаметром  $d$ . Время сварки  $t$ . Решение краевой задачи производилось методом функций Грина. Интегральное решение уравнения переноса энергии имеет вид:

Пермяков Глеб Львович, аспирант  
 Ольшанская Татьяна Васильевна, кандидат технических наук, доцент кафедры «Сварочное производство и технология конструкционных материалов». E-mail: TVO66@rambler.ru  
 Беленький Владимир Яковлевич, доктор технических наук, профессор кафедры «Сварочное производство и технология конструкционных материалов» факультета. E-mail: Belenkiy@pstu.ru  
 Трушников Дмитрий Николаевич, кандидат технических наук, доцент. E-mail: trdimitr@yandex.ru

$$G(x, x', y, y', z, z', \tau) = G_x(x, x', \tau)G_y(y, y', \tau)G_z(z, z', \tau)$$

$$G_x(x, x', \tau) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\pi a \tau}} \cdot \exp\left(-\frac{(x - x' + V \cdot \tau)^2}{4a\tau}\right)$$

$$G_y(y, y', \tau) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\pi a \tau}} \cdot \exp\left(-\frac{(y - y')^2}{4a\tau}\right)$$

$$G_z(z, z', \tau) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\pi a \tau}} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \exp\left(-\frac{(z - z' + 2n\delta)^2}{4a\tau}\right) + \exp\left(-\frac{(z + z' + 2n\delta)^2}{4a\tau}\right) \right) \quad (5)-(8)$$

Одномерные функции Грина подбираются исходя из краевых условий.

Для оценки характера распределения температурных полей при ЭЛС можно использовать математическую модель, в которой тепловое воздействие электронного луча рассматривается как воздействие непрерывно действующего комбинированного источника [1, 3, 4]. В рамках

данного исследования использовались два типа комбинированных источников:

1) ЭЛС с колебаниями луча поперёк стыка с амплитудой  $A$  – непрерывно действующий линейный по глубине (вдоль оси  $z$ , длиной  $h$ ) и линейный вдоль оси  $y$  (длиной  $2A$ ) нормально распределённый источник, вводимый в начале координат, действующий в течение определённого отрезка времени  $t$ :

$$F1(x, y, z, \tau) = \frac{q\eta}{c\rho} \cdot \left( \frac{k1}{2A} \cdot \delta(x')E(y')\delta(z')E(\tau) + \frac{k2}{2Ah} \cdot \delta(x')E(y')E(z')E(\tau) \right)$$

$$E(y') = \begin{cases} 1_{-npu} & -A \leq y' \leq A \\ 0_{-npu} & A < y' < -A \end{cases}; E(z') = \begin{cases} 1_{-npu} & 0 \leq z' \leq h \\ 0_{-npu} & h < z' < 0 \end{cases}; E(\tau) = \begin{cases} 1_{-npu} & t0 \leq \tau \leq t \\ 0_{-npu} & \tau > t \end{cases} \quad (9)$$

2) ЭЛС с X-образными колебаниями луча с амплитудой  $b$  – непрерывно действующий линейный по глубине (вдоль оси  $z$ , длиной  $h$ ) и прямоугольный ( $2b \times 2b$ ) на поверхности, нормально

распределённый источник, вводимый в начале координат, действующий в течение определённого отрезка времени  $t$ :

$$F2(x, y, z, \tau) = \frac{q\eta}{c\rho} \cdot \left( \frac{k1}{4b^2} \cdot E(x')E(y')\delta(z')E(\tau) + \frac{k2}{4b^2h} \cdot E(x')E(y')E(z')E(\tau) \right)$$

$$E(x') = \begin{cases} 1_{-npu} & -b \leq x' \leq b \\ 0_{-npu} & b < x' < -b \end{cases}; E(y') = \begin{cases} 1_{-npu} & -b \leq y' \leq b \\ 0_{-npu} & b < y' < -b \end{cases};$$

$$E(z') = \begin{cases} 1_{-npu} & 0 \leq z' \leq h \\ 0_{-npu} & h < z' < 0 \end{cases}; E(\tau) = \begin{cases} 1_{-npu} & t0 \leq \tau \leq t \\ 0_{-npu} & \tau > t \end{cases} \quad (10)$$

Распределение мощности луча  $q$  между поверхностным и линейным по глубине источником осуществляется за счёт введения коэффициентов распределения энергии  $k1$  и  $k2$  соответственно. Среднее значение коэффициентов  $k1=0,2-0,3$  и  $k2=0,7-0,8$  [1]. Для имитации воздействия нормально-кругового источника рассчитывается время действия фиктивного источника:

$$t0 = \frac{1}{4aK} \quad (11)$$

$$K = \frac{12}{d^2} \quad (12)$$

Судить о величине заглупления линейного источника можно по расчётной глубине проплавления, которая связана с параметрами ЭЛС критериальным уравнением:

$$H = \frac{a^{(1-0,5k)}}{(\lambda \cdot T_{пл})^k} (\eta \cdot q)^k V^{0,5k-1} d^{-0,5k} \quad (13)$$

коэффициент сосредоточения для заданного диаметра электронного луча:

где величина  $k = 0,68 \cdot (\lambda \cdot T_{пл})^{0,15}$ ,  $a$  – теплопроводность,  $\lambda$  – теплопроводность,  $T_{пл}$  – температура плавления,  $\eta$  – эффективный КПД,  $q$  – мощность теплового потока,  $V$  – скорость сварки,  $d$  – диаметр луча.

Таким образом, запишем интегральное решение уравнения переноса энергии относительно функции первого источника, которое описывает математическую модель ЭЛС с поперечными колебаниями луча:

$$T1(x, y, z, \tau) = \frac{k1 \cdot q \eta}{8A\pi\lambda} \int_{t_0}^t \frac{1}{\tau} \cdot \exp\left(-\frac{(x+V \cdot \tau)^2}{4a\tau}\right) \cdot \left( \operatorname{erf}\left(\frac{y+A}{2 \cdot \sqrt{a\tau}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{y-A}{2 \cdot \sqrt{a\tau}}\right) \right) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(z+2n\delta)^2}{4a\tau}\right) \partial\tau +$$

$$+ \frac{k2 \cdot q \eta}{16hc\rho \cdot \sqrt{\pi a}} \cdot \int_{t_0}^t \frac{1}{\sqrt{\tau}} \cdot \exp\left(-\frac{(x+V \cdot \tau)^2}{4a\tau}\right) \cdot \left( \operatorname{erf}\left(\frac{y+A}{2 \cdot \sqrt{a\tau}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{y-A}{2 \cdot \sqrt{a\tau}}\right) \right) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \operatorname{erf}\left(\frac{z+h+2n\delta}{2 \cdot \sqrt{a\tau}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{z-h+2n\delta}{2 \cdot \sqrt{a\tau}}\right) \right) \partial\tau \quad (14)$$

Аналогично запишем интегральное решение переноса энергии относительно функции второго источника, которое описывает математическую модель ЭЛС с X-образными колебаниями луча:

$$T2(x, y, z, \tau) = \frac{k1 \cdot q \eta}{16b^2c\rho \cdot \sqrt{\pi a}} \cdot \int_{t_0}^t \frac{1}{\sqrt{\tau}} \cdot \left( \operatorname{erf}\left(\frac{x+b+V \cdot \tau}{2 \cdot \sqrt{a\tau}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{x-b+V \cdot \tau}{2 \cdot \sqrt{a\tau}}\right) \right) \cdot \left( \operatorname{erf}\left(\frac{y+b}{2 \cdot \sqrt{a\tau}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{y-b}{2 \cdot \sqrt{a\tau}}\right) \right) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \exp\left(-\frac{(z+2n\delta)^2}{4a\tau}\right) \right) \partial\tau +$$

$$+ \frac{k2 \cdot q \eta}{32b^2hc\rho} \cdot \int_{t_0}^t \left( \operatorname{erf}\left(\frac{x+b+V \cdot \tau}{2 \cdot \sqrt{a\tau}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{x-b+V \cdot \tau}{2 \cdot \sqrt{a\tau}}\right) \right) \cdot \left( \operatorname{erf}\left(\frac{y+b}{2 \cdot \sqrt{a\tau}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{y-b}{2 \cdot \sqrt{a\tau}}\right) \right) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \operatorname{erf}\left(\frac{z+h+2n\delta}{2 \cdot \sqrt{a\tau}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{z-h+2n\delta}{2 \cdot \sqrt{a\tau}}\right) \right) \partial\tau \quad (15)$$

Поскольку границей раздела двух материалов будет ось  $y$ , области лежащей слева, т.е. при  $y < 0$  присваиваются значения теплофизических характеристик первого материала ( $c1, \lambda1, \rho1, a1$ ), а области лежащей справа, т.е. при  $y > 0$  присваиваются значения теплофизических

характеристик второго материала ( $c2, \lambda2, \rho2, a2$ ). В качестве допущения присваиваем среднее значение теплофизические характеристики материалов при  $y=0$ . Теплофизические характеристики свариваемых материалов представлены в табл. 1.

**Таблица 1.** Теплофизические характеристики материалов

Теплофизические характеристики	Сталь (12X21H5T)	Бронза (БрХ08)
коэффициент теплопроводности $\lambda$ , Дж/(с·м·К)	25	260
плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	7650	8900
теплоёмкость $c$ , Дж/(кг·К)	528	480
температура плавления, °С		

Расчёт температурных полей производился в программе MathCAD 15. Листинг состоит из нескольких последовательных этапов:

1) Присвоение переменным значений режима сварки (ускоряющее напряжение, ток луча, диаметр луча на поверхности, скорость сварки, время сварки) и теплофизических характеристик

свариваемых материалов (теплопроводность, плотность, теплоёмкость).

2) Предварительный расчёт глубины проплавления на основе исходных данных для определения величины заглупления линейного источника. Расчёт дополнительных параметров

(коэффициент сосредоточения  $K$  и время действия фиктивного источника  $t_0$ ).

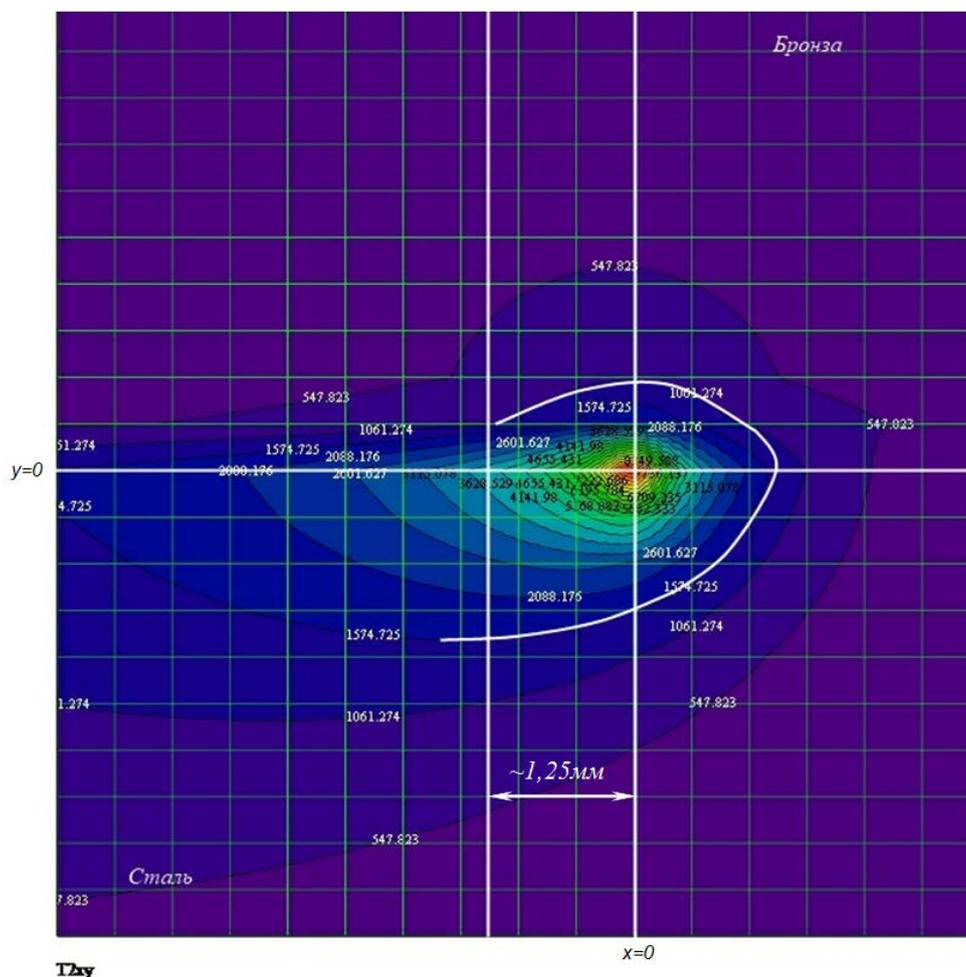
3) Расчёт температурных полей по координатным плоскостям  $X-Y$  и  $Y-Z$ .

**Результаты моделирования и сравнение с экспериментальными данными.** Расчетные данные были сопоставлены с образцами, сваренными из стали 12Х21Н5Т (толщина 7,5мм) с бронзой БрХ08 (толщина 5,5мм), соединение в замок. Образцы были сварены по следующим режимам:

- образец №1 –  $I=32-34$  мА;  $U=60$  кВ;  $V_{св}=5$  мм/сек; поперечные колебания амплитудой 0,8 мм.

- образец №2 –  $I=32-35$  мА;  $U=60$  кВ;  $V_{св}=5$  мм/сек; X-образные колебания амплитудой 0,8 мм.

**Образец №1.** Расчётные температурные поля в плоскости  $X-Y$  при  $z=0$  (на поверхности) представлены на рисунке 1 (1 деление – 0,5мм).



**Рис. 1.** Распределение температурных полей в плоскости  $X-Y$  при  $z=0$

Максимальная ширина зоны, нагретой до температуры плавления, в стали смещена относительно координаты  $x=0$ . Это связано с большей тепловой инерцией стали по сравнению с бронзой. Для получения достоверных данных по параметрам шва необходимо производить расчёт тепловых полей в плоскости  $Y-Z$  при  $x=0$  (для определения ширины шва по бронзе) и при смещении на 1,25 мм (для определения ширины шва по стали). Совместив графики температурных полей можно получить максимально приближенную форму шва. Сравнение экспериментальной и расчётной формы шва первого образца представлено на рис. 2, расхождение

экспериментальных и расчётных данных по ширине шва составляет 8%, по глубине проплавления – 1,5%.

**Образец №2.** Расчётные температурные поля в плоскости  $X-Y$  при  $z=0$  представлены на рис. 3. Для получения данных по параметрам шва, необходимо производить расчёт тепловых полей в плоскости  $Y-Z$  при  $x=0$  (для определения ширины шва по бронзе) и при смещении на 1,75 мм (для определения ширины шва по стали). Сравнение экспериментальной и расчётной форм шва второго образца представлено на рис. 4, расхождение экспериментальных и расчётных данных по ширине шва составляет 10%.

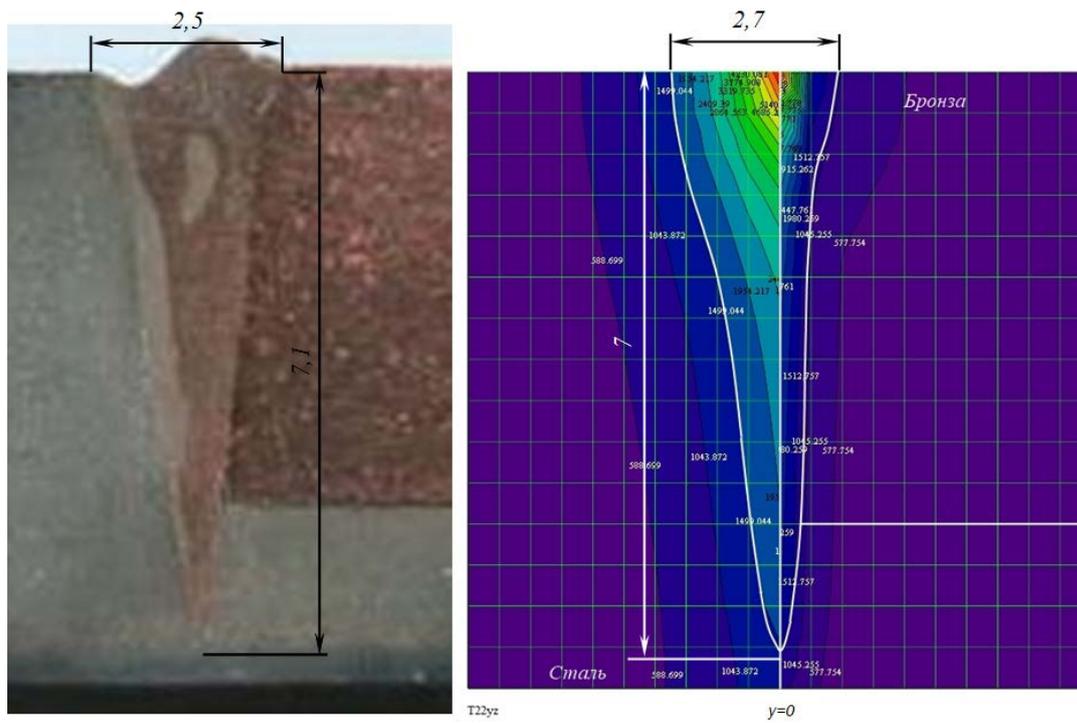


Рис. 2. Сравнение экспериментальной (слева) и расчётной (справа) формы шва

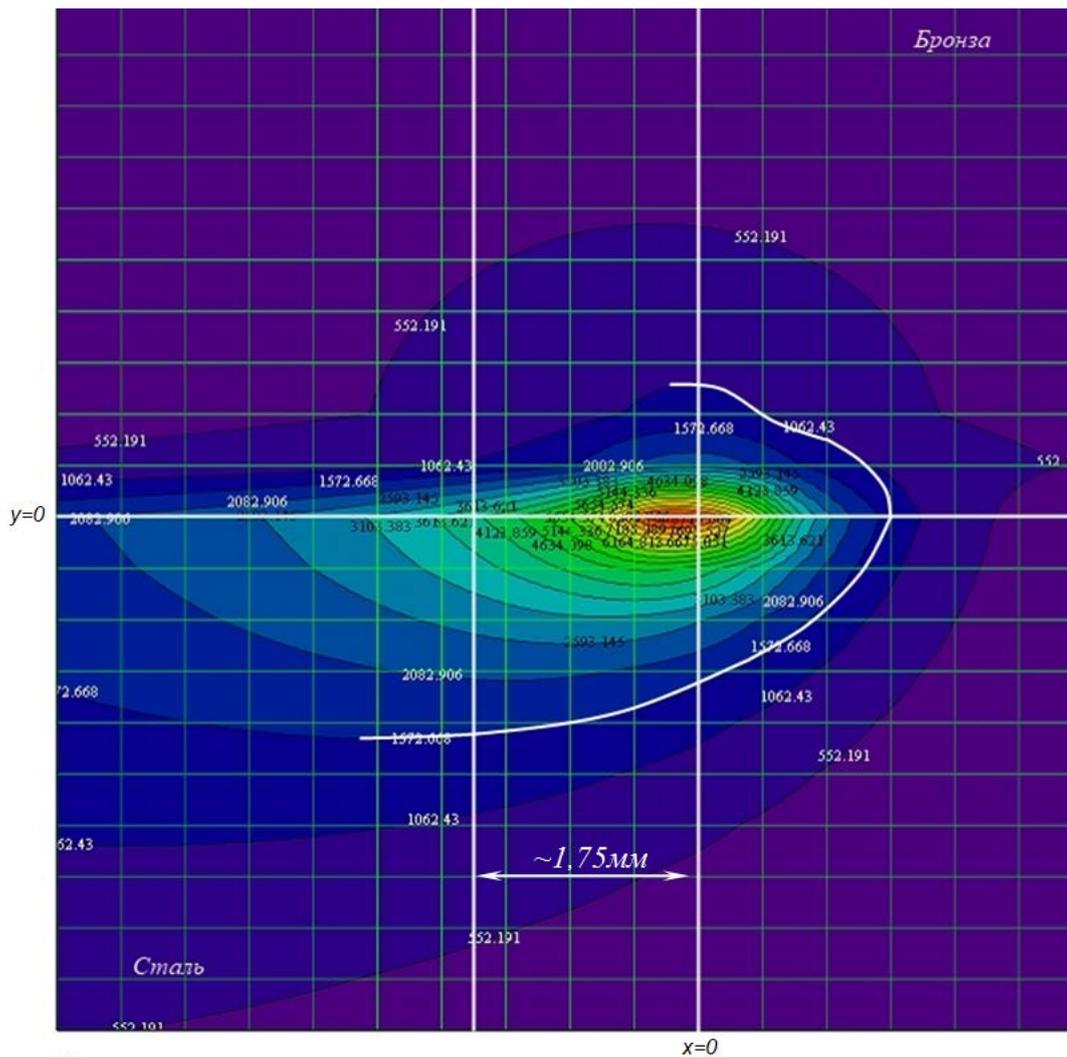


Рис. 3. Распределение температурных полей в плоскости X-Y при  $z=0$

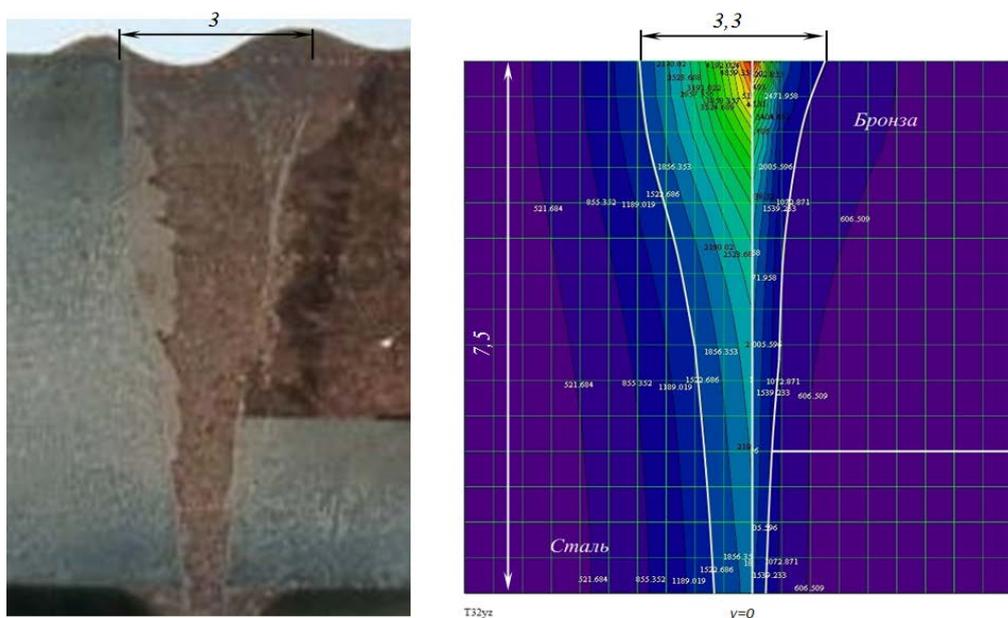


Рис. 4. Сравнение экспериментальной (слева) и расчётной (справа) формы шва

#### Выводы:

1. Получена математическая модель для расчётов температурных полей при электронно-лучевой сварке разнородных материалов с осцилляцией луча (поперечные и X-образные колебания).

2. Расчётные температурные поля, полученные при помощи данной модели, позволяют судить о геометрии сварных швов с точностью достаточной для инженерных расчётов.

Работа выполнялась при поддержке грантов Российского Фонда Фундаментальных Исследований РФФИ-Урал № 11-08-96016 и 13-08-00397 и при финансовой поддержке министерства образования Пермского края.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Язовских, В.М. Математическое моделирование и инженерные методы расчета в сварке: в 2 ч. Ч. 2. Тепловые процессы при сварке и моделирование в пакете MathCad. – Пермь: Изд-во ПГТУ, 2008. 119 с.
2. Рыкалин, Н.Н. Расчёты тепловых процессов при сварке. – М.: Машгиз, 1951. 296 с.
3. Рыкалин, Н.Н. Основы электронно-лучевой обработки материалов / Н.Н. Рыкалин, А.А. Углов, И.В. Зуев. – М.: Машиностроение, 1978. 239 с.
4. Рыкалин, Н.Н. Лазерная и электронно-лучевая обработка материалов: справочник / Н.Н. Рыкалин, А.А. Углов, И.В. Зуев, А.Н. Кокора. – М.: Машиностроение, 1985. 496 с.

## MODELING THE THERMAL PROCESSES AT ELECTRON BEAM WELDING OF DIVERSE MATERIALS

© 2013 G.L. Permyakov, T.V. Olshanskaya, V.Ya. Belenkiy, D.N. Trushnikov

Perm National Research Polytechnical University

The mathematical model of electron beam welding of diverse materials on the basis of equation of energy transfer with the mixed boundary conditions and two sets of thermal characteristics depending on coordinates is developed. The solution of boundary problem is received by Green functions method with MathCad 15 program use.

Key words: *mathematical model, electron beam welding, diverse materials*

Gleb Permyakov, Post-graduate Student; Tatiana Olshanskaya, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department "Welding Production and Technology of Constructional Materials". E-mail: TVO66@rambler.ru; Vladimir Belenkiy, Doctor of Technical Sciences, Professor at the Department "Welding Production and Technology of Constructional Materials", Dean of the Mechanical-Technological Faculty. E-mail: Belenkiy@pstu.ru; Dmitriy Trushnikov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor. E-mail: trdimitr@yandex.ru