УДК 621-189.2-047.58

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ДОЗАТОРНЫХ СИСТЕМ С ГИДРАВЛИЧЕСКИМ ПРИВОДОМ

© 2013 А.М. Ханов, А.Е. Кобитянский, А.В. Шафранов, Д.А. Петров, М.В. Кузнецов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

Поступила в редакцию 18.10.2013

Рассматривается методика построения математической модели дозаторной системы с гидравлическим приводом с учетом динамической взаимосвязи ее элементов. Полученная система дифференциальных и алгебраических уравнений переменной структуры позволяет осуществить имитационное моделирование динамики дозаторных систем и их оптимальное проектирование.

Ключевые слова: дозаторные системы, математическая модель

Динамические явления в дозаторных системах существенно влияют на ряд показателей процесса дозирования, таких, как точность, время срабатывания, давление на выходе, производительность и др. [1]. Оценка влияния конструктивно-технологических параметров на характеристики процесса дозирования, удовлетворяющих определенным критериям качества таких систем, может быть эффективно осуществлена с помощью математического моделирования. Реализация этапа математического моделирования проводится с учетом структурно-функциональных схем и математических моделей, предложенных в [2].



Рис. 1. Структурно-функциональная схема системы дозирования:

1 — блок привода; 2, 3 — нагнетательная и сливная камеры силового цилиндра; 4, 5 — сливная и нагнетательная камеры дозирующего цилиндра; 6 — обратный клапан; 7 — потребитель реагента; 8 — бак с реагентом

Ханов Алмаз Муллаянович, доктор технических наук, профессор. E-mail: detali@pstu.ru
Кобитянский Алексей Ефимович, кандидат технических наук, профессор. E-mail: detali@pstu.ru
Шафранов Алексей Владимирович, кандидат технических наук, доцент. E-mail: a_shafranov@mail.ru
Петров Дмитрий Алексеевич, аспирант
Кузнецов Михаил Владимирович, аспирант

В качестве примера рассматриваются дозаторные системы с гидравлическим приводом на основе центробежных и шестеренчатых насосов, структурно-функциональная схема которых представлена на рис. 1.

В процессе моделирования динамики дозатора приняты следующие гипотезы: жидкость сжимаема, стенки цилиндров 2 и 5 податливы, поршни цилиндров 2 и 5 — жесткое целое. Унифицированная расчетная схема, позволяющая вести расчеты для центробежного (связь **I**) или для шестеренчатого (связь **II**) насоса на основе схемы рис. 1, приведена на рис. 2.

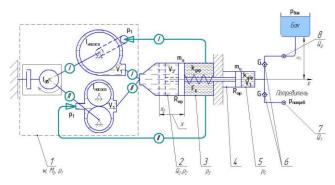


Рис. 2. Расчетная схема насоса-дозатора с гидравлическим приводом:

 $Q_2 = S_2 \nu_n, \ Q_7, \ Q_8$ — расход жидкости в соответствующих элементах, м³/с; $p_1, p_2, p_3, p_5, p_7, p_8$ — давление в соответствующих элементах, Мпа; x — перемещение поршня, м; $\nu_n = \dot{x}$ — скорость поршня, м/с; ω — угловая скорость ротора двигателя, рад/с; M_{π} — момент электродвигателя, $H \cdot \mathbf{m}$; V_1 — рабочий объем насоса, м³

Математические соотношения, описывающие работу дозатора в соответствии с расчетной схемой рис. 2, при учете динамической взаимосвязи всех его элементов [2-6], представлены системой уравнений:

$$\begin{split} \frac{d\omega}{dt} &= \frac{1}{I} \Big[M_{\pi} U(t) i - V_{\pi} (p_2 - p_1) \Big] \\ K_{y \pi p 2} &= \frac{(\Delta V_2 + x S_2)}{E_{\pi 2}} \Big(1 + \frac{d_2 E_{\pi 2}}{\delta_2 E_{\text{cr}2}} \Big) \\ \frac{dp_2}{dt} &= \frac{V_{\pi} \cos - S_2 v_{\pi}}{K_{y \pi p 2}} \\ P_{\pi} &= p_2 S_2 - p_3 S_3 - p_5 S_5 - c_{\pi} (x_0 + x) \\ R_{\tau p} &= R_{\tau p}^0 + \frac{\pi \wp_2 d_2 H_2}{2} \Big| p_2 \Big| + \frac{\pi \wp_2 (d_2 + d_2') H_2}{2} \Big| p_3 \Big| + \frac{\pi \wp_5 (d_5 + d_5') H_5}{2} \Big| p_5 \Big| + \frac{\pi \wp_5 d_5 H_5}{2} \Big| p_5 \Big| + \\ &+ (H_2 + H_5) \Big| v_{\pi} \Big| \\ \frac{dv_{\pi}}{dt} &= \begin{cases} \frac{1}{m_{\pi}} \Big[P_{\pi} - R_{\tau p} \text{sign}(v_{\pi}) \Big] & \begin{cases} v_{\pi} = 0 & \text{if } P_{\pi} > R_{\tau p} \\ v_{\pi} \neq 0 \\ 0, & v_{\pi} = 0 & \text{if } P_{\pi} \leq R_{\tau p} \end{cases} \\ \frac{dx}{dt} &= v_{\pi} \\ K_{y \pi p 5} &= \frac{(\Delta V_5 + (L - x) S_5)}{E_{\pi 5}} \Big(1 + \frac{d_5 E_{\pi 5}}{\delta_5 E_{\text{cr}5}} \Big) \\ \frac{dp_5}{dt} &= \frac{S_5 v_{\pi} - Q_7 + Q_8}{K_{y \pi p 5}} \\ Q_7 &= \begin{cases} 0, & p_7 \geq p_5 \\ G_7 \sqrt{p_5 - p_7}, & p_7 < p_5 \\ G_8 \sqrt{p_8 - p_5}, & p_5 < p_8, \end{cases} \end{cases}$$

$$Q_8 &= \begin{cases} 0, & p_5 \geq p_8 \\ G_8 \sqrt{p_8 - p_5}, & p_5 < p_8, \end{cases}$$

где $I=(I_{\rm ЛВ}-I_{\rm Ред1})i^2+I_{\rm Ред2}+I_{\rm Насос}$ — приведенный момент инерции двигателя, редуктора и насоса, кг·м²; i — передаточное число редуктора; U(t) — функция управления (1 — включено, 0 - выключено); S_2 , S_3 , S_4 , S_5 , d_2 , d_5 , d_2 d_5 , d_5 , d_5 — площади, м², диаметры и толщины стенок цилиндров, м; $V_{\rm H}$ — активный объем насоса (центробежного $V_{\rm H}=V_{\rm I}/2\pi$, шестеренчатого $V_{\rm H}=bm(z_1+1)$), м³; η — КПД насоса; ΔV_2 , ΔV_5 — мертвые объемы полостей 2 и 5, м³; L — длина хода поршня, м; $E_{\rm ж2}$, $E_{\rm ж5}$, $E_{\rm cr2}$, $E_{\rm cr5}$, $K_{\rm упр5}$, — модули упругости, МПа и коэффициенты упругости жидкости и стенок полостей 2 и 5; $m_{\rm II}$ — масса поршня, кг; $P_{\rm II}$ — движущая сила поршня, H; $R_{\rm Tp}^{\ 0}$, $R_{\rm Tp}$, Q_2 , Q_5 — силы трения, H, и коэффициенты трения в манжетах; $C_{\rm II}$ — жесткость пружины, $H/{\rm M}$; H_2 , H_5 — высота манжетного уплотнения в цилиндрах 2 и 5, м; G_7 , G_8 — проводимость клапанов 7 и 8 [5], м⁴·с¹·Н $^{-0.5}$.

Для удобства моделирования система (1) с помощью идентификаторов переменных характеристик нормируется и приводится к виду:

$$\begin{vmatrix} \frac{dy_1}{dt} = \frac{1}{I} [M_{_{A}}y_1U(t)i - V_{_{B}}(y_2 - p_1)] \\ y_{10} = \frac{(\Delta V_2 + y_5 S_2)}{E_{\pi 2}} \left(1 + \frac{d_2 E_{\pi 2}}{\delta_2 E_{cr2}} \right) \\ \frac{dy_2}{dt} = \frac{V_{_{B}}y_1\eta - S_2 y_4}{y_{10}} \\ y_6 = y_2 S_2 - p_3 S_3 - y_3 S_5 - c_{_{B}}(x_0 + y_5) \\ y_7 = R_{_{TP}}^0 + \frac{\pi \varphi_2 d_2 H_2}{2} |y_2| + \frac{\pi \varphi_2 (d_2 + d_2') H_2}{2} |p_3| + \frac{\pi \varphi_5 (d_5 + d_3') H_5}{2} |p_5| + \frac{\pi \varphi_5 d_5 H_5}{2} |y_3| + \\ + (H_2 + H_5)|y_4| \\ \frac{dy_4}{dt} = \begin{cases} \frac{1}{m_{_{B}}} [y_6 - y_7 \text{sign}(y_4)], & \begin{cases} y_4 = 0 & \text{if } y_6 > y_7 \\ y_4 \neq 0 \\ 0, & y_4 = 0 & \text{if } y_6 \leq y_7 \end{cases} \\ \frac{dy_5}{dt} = y_4 \\ y_{11} = \frac{(\Delta V_5 + (L - y_5)S_5)}{E_{\pi 5}} \left(1 + \frac{d_5 E_{\pi 5}}{\delta_5 E_{cr5}} \right) \\ \frac{dy_3}{dt} = \frac{S_5 y_4 - y_8 + y_9}{y_{11}} \\ y_8 = \begin{cases} 0, & p_7 \geq y_3 \\ G_7 \sqrt{y_3 - p_7}, & p_7 < y_3 \\ G_7 \sqrt{y_3 - p_7}, & p_7 < y_3 \end{cases} \\ y_9 = \begin{cases} 0, & y_3 \geq p_8 \\ G_8 \sqrt{p_8 - y_3}, & y_3 < p_8 \end{cases}$$
 (2)

где $\omega = y_1$; $p_2 = y_2$; $p_5 = y_3$; $v_n = y_4$; $x = y_5$; $P_n = y_6$; $R_{TP} = y_7$; $Q_7 = y_8$; $Q_8 = y_9$; $K_{VIIP} = y_{10}$; $K_{VIIP} = y_{11}$.

Системы (1-2) являются нелинейными и содержат как дифференциальные, так и алгебраические уравнения. Следует отметить переменное строение математических соотношений, так как в процессе нагнетания и всасывания изменяется ряд параметров и структура исходной системы. Математическое моделирование динамики дозатора осуществляется с помощью программного комплекса, в основе которого лежит метод Рунге-Кутта 4 и 5 порядков с автоматическим выбором шага (схема Dormand and Prince) в системе Matlab [7]. Процесс моделирования начинается с решения уравнения моментов на валу насоса, определяющего изменение его угловой скорости, в результате чего вычисляется расход насоса. Из уравнения сжимаемости жидкости определяется давление жидкости в нагнетательной камере гидроцилиндра, действующее на поршень, и приводящее его в движение при учете сил сопротивления. Вследствие разницы расхода, происходит приращение давления в камере дозатора. Функционирование клапана определяется возникающим перепадом давления в камере дозатора. Расход через нагнетательный клапан определяет расход всей системы дозатора. При перемещении поршня на длину рабочего хода, происходит отключение электродвигателя. Структура уравнений изменяется, осуществляется переход между рабочим и обратным ходами и фиксируется время $t_{\text{раб}}$. Окончание процесса дозирования определяется временем рабочего и обратного хода $t_{\text{пол}}$. Результаты процесса моделирования формируются в виде таблиц и графиков динамических характеристик процесса дозирования. На рис. 3-9 в качестве примера представлены фрагменты расчетов дозаторов с центробежным и шестеренным насосами, при давлении в магистрали потребителя 400 атм. и перемещении поршня 60 мм.

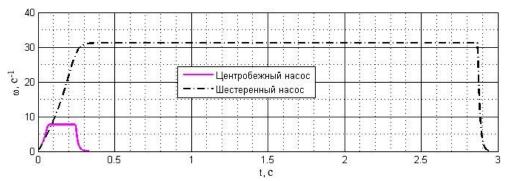


Рис. 3. График угловой скорости ротора двигателя

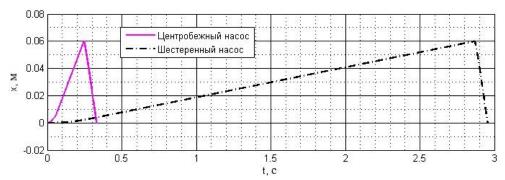


Рис. 4. График перемещения поршня

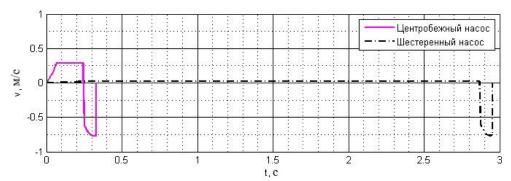


Рис. 5. График скорости поршня

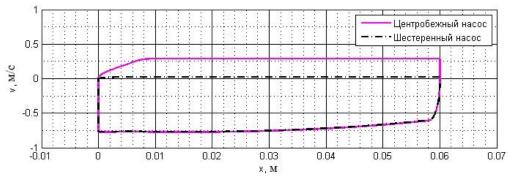


Рис. 6. Совмещенный график скорости и перемещения поршня

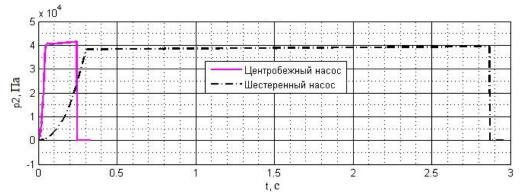


Рис. 7. График давления масла в напорном гидроцилиндре

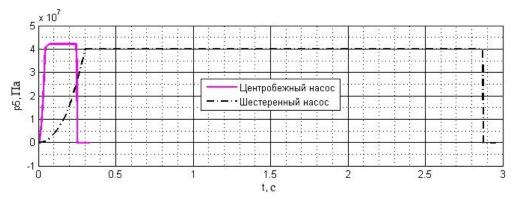


Рис. 8. График давления дозируемой жидкости в камере дозатора

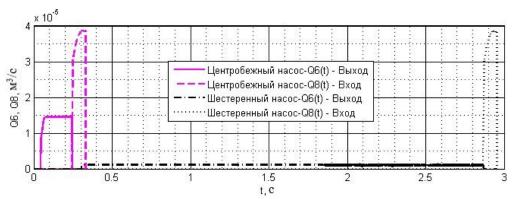


Рис. 9. График расхода дозатора

Выводы: проведенные расчеты показали значительное отличие рассматриваемых типов привода, как по конструктивно-технологическим параметрам, так и по и физическим характеристикам, необходимых для удовлетворения заданных параметров технологического процесса

дозирования. Полученные результаты позволяют осуществить имитационное моделирование динамики дозаторных систем, численно оценить критерии качества функционирования и перейти к их оптимальному проектированию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

- Гуревич, А.Л. Импульсные системы автоматического дозирования агрессивных жидкостей / А.Л. Гуревич, М.В. Соколов. – М.: Энергия, 1973. 112 с.
- Ханов, А.М. Математическая модель дозаторной системы / А.М. Ханов, А.Е. Кобитянский, А.В. Шафранов, Д.А. Петров // Известия Самарского научного центра РАН. Т. 14, №4(5), 2012. С. 1329-1334
- 3. *Бажин, И.И.* Автоматизированное проектирование машиностроительного гидропривода / *И.И. Бажин, Ю.Г. Беренгард, М.М. Гайцгори* и др. Под общ. ред. *С.А. Ермакова.* М.: Машиностроение, 1988. 312 с.
- 4. *Соколов, Д.А.* Математическое моделирование гидравлического импульсного устройства / Научно-

- технические ведомости СПбГПУ. СПб.: СПбГПУ. 2006. № 45. С. 60-65.
- Гладких, П.М. Исследование динамической жесткости гидроцилиндра объемного гидропривода с учетом растворенного воздуха в рабочей жидкости / П.М. Гладких, О.В. Дмитриенко // Вестник национального технического университета ХПИ. Сборник научных трудов. Тематический выпуск «Технологии в машиностроении». – Харьков: НТУ ХПИ, 2010. №54. С. 25-30.
- Андриенко, П.А. Методы формирования динамической модели гидропередачи / Теория механизмов и машин. СПб.: СПбГПУ. Том 5. №2(10). 2007. С. 52-62.
- 7. Shampine, L.F. The MATLAB ODE Suite / L.F. Shampine, M.W. Reichelt. SIAM Journal on Scientific Computing. 1997. N 18-1.

MODELING THE DYNAMICS OF DISPENSARY SYSTEMS WITH HYDRAULIC DRIVE

© 2013 A.M. Khanov, A.E. Kobityanskiy, A.V. Shafranov, D.A. Petrov, M.V. Kuznetsov

Perm National Research Polytechnical University

The method of creation the mathematical model of dispensary system with hydraulic drive taking into account dynamic interrelation of its elements is considered. The received system of differential and algebraic equations with variable structure allows to carry out imitating modeling the dynamics of dispensary systems and their optimum design.

Key words: dispensary systems, mathematical model

Almaz Khanov, Doctor of Technical Sciences, Professor.

E-mail: detali@pstu.ru

Aleksey Kobityanskiy, Candidate of Technical Sciences,

Professor. E-mail: detali@pstu.ru

Aleksey Shafranov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor. E-mail: a_shafranov@mail.ru

Dmitriy Petrov, Post-graduate Student Mikhail Kuznetsov, Post-graduate Student