УДК 62-50:629.7.052

К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПЕРЕОРИЕНТАЦИЕЙ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ПРИ ПЕРЕНАЦЕЛИВАНИИ АППАРАТУРЫ ЗОНДИРОВАНИЯ ОДНИМ МЕТОДОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ

© 2014 Ю.Н.Горелов

Институт проблем управления сложными системами РАН, г. Самара

Поступила в редакцию 29.10.2013

Рассматривается задача оптимального управления ориентацией космического аппарата при перенацеливании его аппаратуры зондирования на межмаршрутных интервалах, для решения которой применяется метод последовательных приближений. Каждое приближение связано с решением опорных задач оптимального управления с функционалами типа нормы в L_∞ для вектора управляющих параметров. Опорные задачи решаются с помощью принципа максимума Н.Н. Красовского для векторных норм с показателями $\mu = 2, \infty$.

Ключевые слова: космический аппарат, ориентация, перенацеливание, оптимальное управление, последовательные приближения, опорная задача, проблема моментов.

ВВЕДЕНИЕ

В теории управления движением космических аппаратов (КА) дистанционного зондирования земли (ДЗЗ) к основным относятся задачи управления ориентацией КА при формировании интегральных программ управления на многовитковых интервалах полёта [1]. При этом структура таких программ управления такова, что они образуются совокупностью пар манёвров управления ориентацией КА, в которые включаются манёвр перенацеливания аппаратуры зондирования, необходимый для обеспечения соответствующих кинематических характеристик углового движения КА ДЗЗ на начало сканирования очередного маршрута съёмки [2], и, собственно, манёвр управления ориентацией КА при сканировании этого маршрута съёмки [3]. Для оптимизации таких пар манёвров в составе паттерна [2] с целью обеспечения эффективности интегральной программы управления по показателю производительности КА ДЗЗ [1, 2] необходима разработка методов и алгоритмов оптимального управления его переориентацией при перенацеливании аппаратуры зондирования. В связи с этим здесь рассматривается задача управления переориентацией КА при задании, вообще говоря, произвольных граничных условий для кинематических характеристик его углового движения на некотором фиксированном интервале управления $[t_0, t_f]$. В общем случае уравнения углового движения КА [4] можно записать в следующем виде:

$$\frac{d\boldsymbol{\sigma}}{dt} = \tilde{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{f}_\sigma ; \quad \frac{d\tilde{\boldsymbol{\omega}}}{dt} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{u} + \boldsymbol{f}_\omega , \qquad (1)$$

где $\boldsymbol{\sigma}$ – вектор параметров ориентации КА, например, относительно орбитальной или иной системы координат, $\tilde{\boldsymbol{\omega}}$ – вектор его угловой скорости, $\boldsymbol{f}_\delta = \boldsymbol{f}_\delta(t, \boldsymbol{\sigma}, \tilde{\boldsymbol{\omega}})$, $\delta = \sigma, \omega$, – заданные вектор-функции, а $\boldsymbol{f}_\sigma$ здесь вводится так: $\boldsymbol{f}_\sigma = [\boldsymbol{N}(\boldsymbol{\sigma}) - \boldsymbol{I}_3]\tilde{\boldsymbol{\omega}}$, где $\boldsymbol{N}(\boldsymbol{\sigma})\tilde{\boldsymbol{\omega}}$ – правая часть кинематических соотношений для выбранных параметров ориентации, $\boldsymbol{N}(\boldsymbol{\sigma})$ – матрица размера 3×3 [2] и $\boldsymbol{I}_3$ – единичная матрица.

Маневр переориентации КА задается следующими граничными условиями:

$$\boldsymbol{\sigma}(t_0) = \boldsymbol{\sigma}_0 ; \quad \tilde{\boldsymbol{\omega}}(t_0) = \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0 ;$$
$$\boldsymbol{\sigma}(t_f) = \boldsymbol{\sigma}_f ; \quad \tilde{\boldsymbol{\omega}}(t_f) = \tilde{\boldsymbol{\omega}}_f , \qquad (2)$$

где $\boldsymbol{\sigma}_0$, $\boldsymbol{\sigma}_f$, $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_0$, $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_f$ – заданные векторные константы.

Соответственно, в (1) $\boldsymbol{B}$ – матрица эффективности для управляющих параметров $\boldsymbol{u} = \mathrm{col}(u_1, u_2, u_3)$ и предполагается, что они удовлетворяют таким ограничениям:

$$\| \boldsymbol{u}(\tau) \|_\mu \le 1, \ \forall \tau \in [t_0, t_f], \ \mu = 2, \infty, \qquad (3)$$

где $\| \boldsymbol{u}(\tau) \|_2 = \sqrt{u_1^2(\tau) + u_2^2(\tau) + u_3^2(\tau)}$, $\| \boldsymbol{u}(\tau) \|_\infty = \max\limits_{n=1,2,3} | u_n(\tau) |$ – гельдеровские векторные нормы.

Горелов Юрий Николаевич, доктор технических наук, профессор, заместитель директора по научной работе. E-mail: yungor07@mail.ru

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОПОРНАЯ ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ

В [5] был предложен метод последовательных приближений синтеза оптимальных программ управления для двухточечных граничных задач (1), (2), который базируется на «линеаризации» (1) посредством введения вектор-функций $\widetilde{\boldsymbol{f}}_\delta(t) = \boldsymbol{f}_\delta(t,\boldsymbol{\sigma}(t),\widetilde{\boldsymbol{\omega}}(t))$, $\delta = \sigma,\omega$, и на применении метода простой одношаговой итерации [6]. При построении приближений рассматривается следующая система:

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \widetilde{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{u} + \widetilde{\boldsymbol{f}}(t), \qquad (4)$$

где $\boldsymbol{x} = \mathrm{col}(\boldsymbol{\sigma},\widetilde{\boldsymbol{\omega}})$, $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{I}_3 \\ \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{0}_{3\times3} \end{bmatrix}$, $\widetilde{\boldsymbol{B}} = \begin{bmatrix} 0_{3\times3} \\ \boldsymbol{B} \end{bmatrix}$, а $\widetilde{\boldsymbol{f}} = \mathrm{col}(\boldsymbol{f}_\sigma,\boldsymbol{f}_\omega)$. С учетом (2) граничные условия для системы (4) будут иметь вид

$$\boldsymbol{x}(t_0) = \boldsymbol{x}_0; \quad \boldsymbol{x}(t_f) = \boldsymbol{x}_f. \qquad (5)$$

Начальное приближение для граничной задачи (4), (5) получим из решения задачи оптимального управления с функционалом типа нормы для $\boldsymbol{u}[t_0,t_f]$ в L_q ($1 \le q \le \infty$) [7] при $\widetilde{\boldsymbol{f}}_\delta(t) \equiv 0$, $\delta = \sigma,\omega$, $t \in [t_0,t_f]$, для следующей системы:

$$\frac{d\boldsymbol{x}^{(0)}}{dt} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}^{(0)} + \widetilde{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{u}^{(0)}(t), \qquad (6)$$

где $\boldsymbol{u}^{(0)}(t)$ – оптимальное управление. Последующие приближения суть решения задач оптимального управления, получаемые с учетом тех же граничных условий и с тем же функционалом для систем вида

$$\frac{d\boldsymbol{x}^{(k)}}{dt} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}^{(k)} + \widetilde{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{u}^{(k)}(t) + \widetilde{\boldsymbol{f}}^{(k-1)}(t)\ (k = 1,2,3,\dots), \qquad (7)$$

где $\widetilde{\boldsymbol{f}}^{(k-1)}(t) = \widetilde{\boldsymbol{f}}^{(k-1)}(t,\boldsymbol{x}^{(k-1)}(t))$, а $\boldsymbol{u}^{(k)}(t)$ – оптимальное управление. Как известно, задачи оптимального управления такого типа весьма эффективно решаются при их сведении к проблеме моментов с последующим применением принципа максимума Н.Н. Красовского [7, 9]. При достаточно «хороших» начальных приближениях [8], например, в виде решения задачи (5), (6), для последовательных приближений в виде решения задач (5), (7), как правило, скорость сходимости метода простой одношаговой итерации близка к квадратичной и $\boldsymbol{x}^{(k)}(t) \to \boldsymbol{x}^*(t)$ и $\boldsymbol{u}^{(k)}(t) \to \boldsymbol{u}^*(t)$ ($\forall t \in [t_0,t_f]$) при $k \to \infty$, где $\boldsymbol{x}^*(t)$ – траектория системы (4) при $\tilde{\boldsymbol{f}}(t) = \boldsymbol{f}(t,\boldsymbol{x}^*(t))$, удовлетворяющая граничным условиям (5): $\boldsymbol{x}^*(t_0) = \boldsymbol{x}_0$; $\boldsymbol{x}^*(t_f) = \boldsymbol{x}_f$, а $\boldsymbol{u}^*(t)$ – оптимальное управление. Эффективность решения рассматриваемой задачи оптимального управления системой (1) или, что то же самое, оптимальной переориентации КА во многом определяется эффективностью решения задач (5), (6) и (5), (7) для заданного функционала. В связи с этим далее рассматривается решение этих задач управления при сведении к проблеме моментов и, соответственно, при задании минимизируемого функционала типа нормы для программы управления [7]. Такие задачи далее будем называть опорными задачами управления.

Для задачи управления переориентацией КА ДЗЗ на фиксированном интервале $[t_0,t_f]$ наибольший практический интерес представляет решение задачи оптимального управления (1), (2), которая является взаимной к задаче на быстродействие. Очевидно, что в этом случае требуется минимизировать функционалы следующего вида:

$$J^{(\mu)}(\boldsymbol{u}) = \|\boldsymbol{u}(\cdot)\|^{(\mu)}_{L_\infty} = \operatorname*{vrai\,max}_{\tau\in[t_0,t_f]} \|\boldsymbol{u}(\tau)\|_\mu \to \min,\ \mu = 2,\infty, \qquad (8)$$

а именно: при $\mu = 2$ минимизировать модуль вектора управляющих параметров, а при $\mu = \infty$ – абсолютные величины его компонент. Получаемое при этом решение задачи оптимального управления для (1), (2) может быть реализовано только в том случае, когда для него выполняются ограничения (3), и, соответственно, в этом случае имеет место реализуемость отвечающего граничным условиям (2) манёвра перенацеливания аппаратуры зондирования КА.

2. СВЕДЕНИЕ ОПОРНОЙ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ К ПРОБЛЕМЕ МОМЕНТОВ

Как известно [7], задачу оптимального управления типа (5), (7), (8) можно свести к проблеме моментов в L_1. Моментные равенства в этом случае имеют вид

$$\int_{t_0}^{t_f} \boldsymbol{\Phi}(t_f,\tau)\widetilde{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{u}(\tau)d\tau = \boldsymbol{c},$$

где $\boldsymbol{\Phi}(t_f,\tau)$ – переходная матрица для системы (4), а вектор моментов $\boldsymbol{c}$ будет равен

$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{x}_f - \boldsymbol{\Phi}(t_f,t_0)\boldsymbol{x}_0 - \int_{t_0}^{t_f} \boldsymbol{\Phi}(t_f,\tau)\widetilde{\boldsymbol{f}}(\tau)d\tau.$$

В рамках принципа максимума Н.Н. Красовского данная проблема моментов с учетом (8) сводится к последовательному решению следующих задач [9]:

$$\rho_0 = \min_{\boldsymbol{l}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{c}=1} \|\boldsymbol{l}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}(t_f,\cdot)\boldsymbol{B}\|^{(\nu)}_{L_1} =$$

$$=\| \boldsymbol{h}_0(\cdot)\|_{L_1}^{(\nu)} \ (\nu=1,2,\ \frac{1}{\nu}+\frac{1}{\mu}=1), \qquad (9)$$

где $\|\boldsymbol{h}(\cdot)\|_{L_1}^{(\nu)}=\int\limits_{t_0}^{t_f}\|\boldsymbol{h}(\tau)\|_\nu\, d\tau$,

$$\boldsymbol{h}_0^{\mathrm{T}}(\tau)=\boldsymbol{l}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}(t_f,\tau)\widetilde{\boldsymbol{B}}=[h_{10}(\tau)\,|\,h_{20}(\tau)\,|\,h_{30}(\tau)]\ ,$$

а $\boldsymbol{l}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{c}=1$;

$$\max_{\|\boldsymbol{u}(\cdot)\|_{L_\infty}^{(\mu)}=\frac{1}{\rho_0}}\int\limits_{t_0}^{t_f}\boldsymbol{h}_0^{\mathrm{T}}(\tau)\,\boldsymbol{u}(\tau)\,d\tau=1\,, \qquad (10)$$

поскольку $\int\limits_{t_0}^{t_f}\boldsymbol{h}_0^{\mathrm{T}}(\tau)\widetilde{\boldsymbol{u}}(\tau)d\tau=1$, где $\widetilde{\boldsymbol{u}}(\tau)$ – оптимальное управление.

Следует отметить, что с учетом структуры «линеаризованных» уравнений (1) система (4) является прямой суммой двойных интеграторов (по каналам управления ориентацией КА), которые представлены парциальными системами [10]:

$$\frac{d\boldsymbol{x}_n}{dt}=\boldsymbol{A}_n\boldsymbol{x}_n+\boldsymbol{b}_n u_n+\widetilde{\boldsymbol{f}}_n(t)\ (n=1,2,3\,), \ (11)$$

где $\boldsymbol{x}_n=\mathrm{col}\,(\sigma_n,\widetilde{\omega}_n)$, $\boldsymbol{A}_n=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{b}_n=\begin{bmatrix}0\\ b_n\end{bmatrix}$, а $\widetilde{\boldsymbol{f}}_n=\mathrm{col}\,(f_{\sigma n},f_{\omega n})$. Соответственно, для (11) граничные условия с учетом (2), (5) будут иметь вид

$$\boldsymbol{x}_n(t_0)=\boldsymbol{x}_{0n}\,;\quad \boldsymbol{x}_n(t_f)=\boldsymbol{x}_{fn}\ (n=1,2,3\,).$$

Для каждой парциальной системы (11) также можно ставить задачи оптимального управления с функционалами типа нормы $J_n=\|u_n(\cdot)\|_{L_\infty}$, которые, в свою очередь, сводятся к парциальным проблемам моментов и к решению следующих задач ($n=1,2,3$):

$$\pi_n=\min_{\boldsymbol{\xi}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{c}_n=1}\|\boldsymbol{\xi}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_n(t_f,\cdot)\boldsymbol{b}_n\|_{L_1}=$$

$$=\min_{\boldsymbol{\xi}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{c}_n=1}\|\boldsymbol{\xi}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{g}_n(\cdot)\|_{L_1}=\|g_{n0}(\cdot)\|_{L_1}\,; \ (12)$$

$$\max_{\|u_n(\cdot)\|_{L_\infty}=\frac{1}{\pi_n}}\int\limits_{t_0}^{t_f}g_{n0}(\tau)\,u_n(\tau)\,d\tau=1, \quad (13)$$

так как $\int\limits_{t_0}^{t_f}g_{n0}(\tau)u_n^*(\tau)d\tau=1$, где $u_n^*(\tau)$ – парциальные оптимальные управления, а также $g_{n0}(\tau)=\boldsymbol{\xi}_{n0}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{g}_n(\tau)$, $\boldsymbol{\xi}_{n0}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{c}_n=1$. Здесь предполагается, что векторы моментов $\boldsymbol{c}_n\neq 0$. Если же $\boldsymbol{c}_n=0$, то управление n-й системой (11) не требуется, так как граничные условия для нее удовлетворяются тогда автоматически и, стало быть, $u_n^*(\tau)\equiv 0\ \ \forall\tau\in[t_0,t_f]$.

В [7] была рассмотрена задача о сведении проблемы моментов в виде задач (9), (10) к решению пар задач (12), (13) ($n=1,2,3$) с целью построения на их основе точного или приближенного решения задачи оптимального управления для составной системы. В связи с этим отметим, что для функционала (8) при $\mu=\infty$ парциальные оптимальные управления, получаемые из решения задач (12), (13), также являются оптимальными и для задач (9), (10).

3. РЕШЕНИЕ ОПОРНЫХ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ

В принципе максимума Н.Н. Красовского задачи (5), (6), (8) или (5), (7), (8) сводятся к последовательному решению задач (9), (10). С учетом (8) перепишем задачу (9) в виде

$$\rho_0=\min_{\sum\limits_{n=1}^{3}\boldsymbol{l}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{c}_n=1}\|[\boldsymbol{l}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{g}_1(\cdot)\,|\,\boldsymbol{l}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{g}_2(\cdot)\,|\,\boldsymbol{l}_3^{\mathrm{T}}\boldsymbol{g}_3(\cdot)]\|_{L_1}^{(\nu)}=$$

$$=\|[\boldsymbol{l}_{10}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{g}_1(\cdot)\,|\,\boldsymbol{l}_{20}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{g}_2(\cdot)\,|\,\boldsymbol{l}_{30}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{g}_3(\cdot)]\|_{\boldsymbol{L}_1}^{(\nu)},$$

где $\boldsymbol{l}_{n0}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{g}_n(\tau)=h_{n0}(\tau)$, $n=1,2,3$. Нормы минимальных элементов – ρ_0 вычисляются по формулам: $\rho_0=\int\limits_{t_0}^{t_f}\left[\sum\limits_{n=1}^{3}|h_{n0}(\tau)|^\nu\right]^{\frac{1}{\nu}}d\tau$, $\nu=1,2$. Решение задачи (10) для заданных $h_{n0}(\tau)$ тогда сводится к решению задачи

$$\int\limits_{t_0}^{t_f}\sum_{n=1}^{3}h_{n0}(\tau)\,\widetilde{u}_n(\tau)d\tau=1,$$

$$\max_{\tau\in[t_0,t_f]}\|\widetilde{\boldsymbol{u}}(\tau)\|_\mu=\frac{1}{\rho_0}\ ,\ \mu=2,\infty\ (\frac{1}{\nu}+\frac{1}{\mu}=1),$$

где $\widetilde{u}_n(\tau)$, $n=1,2,3$, – оптимальное управление.

Вариант $\mu=2$. Вначале рассмотрим решение задачи (9), (10) для $\mu=2$ в (8) (и, стало быть, для $\nu=2$ в (9)). Тогда получим

$$\rho_0^2=\int\limits_{t_0}^{t_f}\sum_{n=1}^{3}h_{n0}^2(\tau)d\tau,\quad \sum_{n=1}^{3}\widetilde{u}_n^2(t)=\frac{1}{\rho_0^2},\ \forall t\in[t_0,t_f]\,.$$

Отсюда видно, что ограничения будут накладываться на модуль вектора оптимальных управляющих параметров $\widetilde{\boldsymbol{u}}(t)$. Из условия максимума интеграла в (3) и выполнения условия (10) для оптимальной программы управления тогда получим [9]:

$$\widetilde{\boldsymbol{u}}(t)=\frac{1}{\rho_0}\,\frac{\boldsymbol{h}_0(t)}{\|\boldsymbol{h}_0(t)\|_2},\ \forall t\in[t_0,t_f],$$

или с учетом $\boldsymbol{h}_0(t)=\mathrm{col}[h_{10}(t),h_{20}(t),h_{30}(t)]$:

$$\widetilde{u}_n(t)=\frac{1}{\rho_0}\,\frac{h_{n0}(t)}{\|\boldsymbol{h}_0(t)\|_2},\ n=1,2,3,\ \forall t\in[t_0,t_f]. \quad (14)$$

Переходя к рассмотрению парциальных проблем моментов в виде пар задач (12), (13), перепишем задачу (12) в виде

$$\pi_n=\min_{\boldsymbol{\xi}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{c}_n=1}\|\boldsymbol{\xi}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{g}_n(\cdot)\|_{L_1}=\|g_{n0}(\cdot)\|_{L_1}(n=1,2,3).$$

Оптимальные управления $u_n^*(\tau)$ для полученных $g_{n0}(\tau)$ определяются из условия максимума интегралов в (13), то есть из условий

$$\max_{\|u_n(\cdot)\|_{L_\infty}=\frac{1}{\pi_n}}\int_{t_0}^{t_f}g_{n0}(\tau)u_n(\tau)d\tau=\int_{t_0}^{t_f}g_{n0}(\tau)u_n^*(\tau)d\tau=1(\,n=1,2,3),$$

где $\|u_n(\cdot)\|_{L_\infty}=\max_{\tau\in[t_0,t_f]}|u_n(\tau)|$. Соответственно,

здесь $\|g_{n0}(\cdot)\|_{L_1}=\int_{t_0}^{t_f}|g_{n0}(\tau)|d\tau$ и $|u_n^*(t)|\le\frac{1}{\pi_n}$, $\forall t\in[t_0,t_f]$. Из условия максимума интеграла в (13) тогда получим

$$u_n^*(t)=\frac{1}{\pi_n}\operatorname{sign}g_{n0}(t),\ \forall t\in[t_0,t_f]\ (\,n=1,2,3\,). \quad (15)$$

Сравнивая оптимальные управления (15) с управлением (14), нетрудно видеть, что они таковыми для задач (5), (7), (8) не являются, а степень их неоптимальности в данном случае можно оценить, если подставить в (10) $u_n^*(t)$ из (15) вместо $\widetilde{u}_n(t)$ из (14).

Вариант $\mu=\infty$. Рассмотрим теперь задачу (9), (10) для случая, когда в (8) $\mu=\infty$. В отличие от случая для $\mu=2$, здесь парциальные оптимальные управления, получаемые из решения задач (12), (13), суть компоненты оптимального управления и для задачи (9), (10) (для $\mu=\infty$). Как и в рассмотренной выше задаче, здесь из решения задачи (12), (13) получим такие же оптимальные управления $u_n^*(t)$, $n=1,2,3$, что и в (15). Без ограничения общности далее можно предположить, что $\|\boldsymbol{c}_n\|_1>0$, $\forall n=1,2,3$, а также что существует единственный номер , такой, $n_0=\arg\min_{n=1,2,3}\{\pi_n\}$ что $0<\pi_{n_0}<\pi_n$, $n=1,2,3$, $n\ne n_0$. Тогда имеет место:

$$|u_{n_0}^*(t)|=\frac{1}{\pi_{n_0}}>|u_n^*(t)|,\quad n=1,2,3,\ n\ne n_0,\ \forall t\in[t_0,t_f].$$

С другой стороны, при $\nu=1$ из (9) получим:

$\rho_0=\int_{t_0}^{t_f}\sum_{n=1}^{3}|h_{n0}(\tau)|d\tau$, и, соответственно, для оптимального управления также будет выполняться следующее условие из (10):

$$\max_{\tau\in[t_0,t_f]}\|\widetilde{\boldsymbol{u}}(\tau)\|_\infty=\max_{\tau\in[t_0,t_f]}\ \max_{n=1,2,3}|\widetilde{u}_n(\tau)|=\frac{1}{\rho_0},$$

а отсюда можно показать, что

$\max_{n=1,2,3}|\widetilde{u}_n(t)|=|u_{n_0}^*(t)|=\frac{1}{\rho_0}$ $(1\le n_0\le 3)$ и, более того, $\widetilde{u}_{n_0}(t)=u_{n_0}^*(t)$, $\forall t\in[t_0,t_f]$, а также $\rho_0=\pi_{n_0}=\min_{n=1,2,3}\{\pi_n\}$. Остальные парциальные оптимальные управления (15) также являются компонентами оптимального управления $\tilde{\boldsymbol{u}}(t)$ в рассматриваемом случае.

Действительно, после подстановки $\widetilde{u}_{n_0}(t)$ в n_0-ю парциальную систему (11) ее можно из рассмотрения исключить, а для оставшейся пары парциальных систем после этого найти номер $n_1=\arg\min_{n=1,2,3}[\{\pi_n\}\setminus\pi_{n_0}]$, для которого $0<\pi_{n_1}<\pi_n$, $n=1,2,3$, $n\ne n_0,n_1$. Отсюда получим $\widetilde{u}_{n_1}(t)=u_{n_1}^*(t)$, $\forall t\in[t_0,t_f]$, и то же самое получим для оставшейся парциальной системы (11). Таким образом, в конечном счете, получим

$$\widetilde{u}_n(t)=u_n^*(t),\ n=1,2,3,\ \forall t\in[t_0,t_f].$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные решения опорных задач управления в рамках изложенного метода последовательных приближений обеспечивают разработку эффективных алгоритмов синтеза оптимального управления переориентацией КА (1), (2), (8) при перенацеливания его аппаратуры зондирования. В связи с этим они могут быть рекомендованы не только для расчета основных характеристик системы управления ориентацией КА, но и для решения задач, связанных с формированием интегральных программ управления, а также для разработки соответствующих алгоритмов бортового комплекса управления КА.

Статья подготовлена по материалам доклада «Синтез оптимального управления переориентацией космического аппарата одним методом последовательных приближений» на XVI Всероссийском научно-техническом семинаре по управлению движением и навигации летательных аппаратов (Самара, 18 - 20 июня 2013 г.). Исследование проведено при поддержке РФФИ, проекты № 13-08-97019 р_поволжье_а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Горелов Ю.Н., Данилов С.Б., Аншаков Г.П., Мантуров А.И., Усталов Ю.М.* Теоретические основы и методы синтеза интегральных программ управления угловым движением космических аппаратов дистанционного зондирования множества районов наблюдения переменного состава на длительных временных интервалах // Сб. тр. XVI С.-Петербургской междунар. конф. по интегрированным навигационным системам. СПб, 2009. С. 232-244.
2. *Горелов Ю.Н., Мантуров А.И., Соллогуб А.А.* Синтез программного углового движения КА ДЗЗ при сканировании криволинейных маршрутов // Общероссийский научно-технич. журнал «Полет». 2013. № 7. С.3-12.
3. *Горелов Ю.Н., Данилов С.Б., Курганская Л.В., Мантуров А.И., Морозова М.В., Соллогуб А.В.* Оптимизация управления сканированием для геометрически сложных маршрутов съемки при дистанционном зондировании Земли из космоса // Сб. тр. XX С.-Петербургской междунар. конф. по интегрированным навигационным системам. СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2013. С.212-220.
4. *Маркеев А.П.* Теоретическая механика. Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и стохастическая динамика», 2007. 592 с.
5. *Горелов Ю.Н., Данилов С.Б., Тропкина Е.А.* Об одном подходе к приближенному решению задачи оптимального управления переориентацией космического аппарата // Обозрение прикладной и промышленной математики. 2011. Т.18. Вып.3. С.429-431.3б.
6. *Математическая энциклопедия.* Последовательных приближений метод / Гл. ред. И.М. Виноградов / Т.4 Ок – Сло. М.: Сов. Энциклопедия, 1984. 511-512 стб.
7. *Красовский Н.Н.* Теория управления движением: линейные системы. М.: Наука, 1965. 476 с.
8. *Крылов В.И., Бобков В.В. Монастырный П.И.* Вычислительные методы. Т.2. М.: Наука, 1977. 400 с.
9. *Мороз А.И.* Курс теории систем. М.: Высшая школа, 1987. 304 с.
10. *Горелов Ю.Н., Морозова М.В.* Синтез оптимальных управлений парциальными вращениями космического аппарата методом моментов // Известия Самарского научного центра РАН. 2012. Т.14. №6. С.166-176.
11. *Горелов Ю.Н.* О сводимости оптимальной проблемы моментов к парциальным в задачах управления многомерными линейными системами // Известия Самарского научного центра РАН. 2012. № 6. С.177-181.

ON THE SOLUTION OF THE OPTIMAL CONTROL SYNTHESIS PROBLEM OF SPACECRAFT REORIENTATION IN SENSING HARDWARE REDIRECTION BY ONE SUCCESSIVE APPROXIMATIONS METHOD

© 2014 Y.N. Gorelov

Institute for the Control of Complex Systems of RAS, Samara

The optimal control problem of spacecraft orientation in sensing hardware redirection at paths transition intervals is considered. To solve this problem the method of successive approximations is applied. Each approximation is connected with the decision support optimal control problems with functionals of the norm type in for control parameters vector. The support problems are solved using Krasovsky's maximum principle for vector norms with indicators $\mu = 2, \infty$.

Key words: spacecraft, orientation, redirection, optimal control, successive approximations, support problem, the problem of moments.

Yury Gorelov, Doctor of Technics, Deputy Director for Science.
E-mail: yungor07@mail.ru