

## К РАСЧЕТУ СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА АНИЗОТРОПИИ ЛИСТОВЫХ МАТЕРИАЛОВ

© 2014 Ф.В. Гречников<sup>1</sup>, Я.А. Ерисов<sup>1</sup>, В.М. Зайцев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Самарский научный центр Российской академии наук

<sup>2</sup>Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Поступила в редакцию 12.03.2014

В данной статье приведены наиболее распространенные способы расчета среднего значения коэффициента поперечной деформации применительно к ортотропным листовым материалам, показано влияние того или иного способа на точность расчетов.

Ключевые слова: анизотропия свойств, ортотропный материал, трансверсальная изотропия, испытание на растяжение, коэффициенты (показатели) анизотропии, среднее значение.

### ВВЕДЕНИЕ

Многие детали современных машин и приборов изготавливаются методами листовой штамповки. При этом используются металлы и сплавы различных структурных групп и марок. Большинство полуфабрикатов (листы, трубы, профили), полученных из этих материалов, обладают явно выраженной анизотропией механических свойств. Особенно она характерна для алюминиевых, магниевых, титановых, бериллиевых и других сплавов [1-2].

Зависимость свойств материала от направления оказывает определенное влияние на технологические процессы изготовления изделий, в том числе и на операции листовой штамповки [3]. Однако, для того чтобы оценить влияние анизотропии, в технологических расчетах необходимо использовать показатели, количественно характеризующие анизотропию свойств. Рассмотрим применяемые в настоящее время показатели анизотропии в области пластического деформирования.

### ПОКАЗАТЕЛИ АНИЗОТРОПИИ

Наибольшее распространение получили показатели анизотропии, включающие в себя стандартные механические свойства или их отноше-

ния, определенные для различных направлений материала, например, предложенные Р. Хиллом [4-6]. Он показал, что состояние текстурированного полуфабриката может быть охарактеризовано следующими шестью величинами:

$$\begin{aligned} 2F &= \frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{X^2}; \quad 2L = \frac{1}{R^2}, \\ 2G &= \frac{1}{Z^2} + \frac{1}{X^2} - \frac{1}{Y^2}; \quad 2M = \frac{1}{S^2}, \\ 2H &= \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2}; \quad 2N = \frac{1}{T^2}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $X, Y, Z$  – пределы текучести при линейном растяжении вдоль главных осей анизотропии;  $R, S, T$  – пределы текучести на сдвиг.

Оценка различий в свойствах среды с помощью таких параметров анизотропии не всегда является точной. Так при испытаниях тонколистовых материалов трудно определить точную величину пределов текучести, то показатели  $F, G, H$  и др. желательнее вычислять не по величине пределов текучести, а по деформациям [6].

Для характеристики направления преимущественного развития деформаций при пластическом течении (анизотропии деформаций) широко применяются деформационные показатели анизотропии. Коэффициент нормальной анизотропии  $R$  отражает изменение свойств металла в направлении, перпендикулярном к плоскости листового проката, в зависимости от его свойств в плоскости листа. Его определяют по результатам испытаний на растяжение [7], как отношение логарифмической деформации по ширине  $e_b$  к деформации по толщине образца  $e_t$ :

Гречников Федор Васильевич, член-корреспондент РАН, доктор технических наук, профессор, научный руководитель отдела металлофизики авиационных материалов СамНЦ РАН. E-mail: gretch@ssau.ru

Ерисов Ярослав Александрович, кандидат технических наук, инженер отдела металлофизики авиационных материалов СамНЦ РАН. E-mail: yaroslav.erisov@mail.ru  
Зайцев Вадим Михайлович, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры обработки металлов давлением СГАУ. E-mail: zaitsev011@mail.ru

$$R = \frac{e_b}{e_t} = \lg \frac{b_0}{b_1} / \lg \frac{t_0}{t_1}, \quad (2)$$

где  $b_0, t_0, b_1, t_1$  – соответственно начальные и конечные значения ширины и толщины плоских образцов. Испытания образцов производятся в зависимости от направления вырезки в листе: вдоль проката  $R_0$ , перпендикулярно  $R_{90}$  и под углом  $45^\circ$   $R_{45}$  (рис. 1).

Измерение толщины в процессе деформации по формуле (2) не очень удобно, так как связано с возможностью больших ошибок в связи с изменением шероховатости поверхности при растяжении образца, а также с неравномерностью деформации по толщине, вызываемой неоднородностью. Поэтому для оценки анизотропии предпочтительнее использовать коэффициенты Пуассона для пластической области или коэффициенты поперечной деформации  $\mu$ , представляющей собой отношение логарифмической деформации по ширине  $e_b$  к деформации по длине образца  $e_l$  [8]:

$$\mu = -\frac{e_b}{e_l} = \lg \frac{b_0}{b_1} / \lg \frac{l_0}{l_1}, \quad (3)$$

где  $l_0, l_1$  – соответственно начальное и конечное значения длины плоских образцов.

Показатели анизотропии всех трех типов пересчитываются друг в друга и в этом смысле являются равноценными [4-5]:

$$R = \frac{\mu}{1 - \mu}, \quad R_0 = \frac{H}{G}, \quad R_{90} = \frac{H}{F}$$

и

$$R_{45} = \frac{N}{F + G} - \frac{1}{2}. \quad (4)$$

### СРЕДНЕЕ ЗНАЧЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА АНИЗОТРОПИИ

При равенстве приращений деформаций по ширине и толщине  $\mu = 0,5$  ( $R = 1$ ) металл изотропен. Различают трансверсальную анизотропию, при которой коэффициенты анизотропии

одинаковы в различных направлениях плоскости листа:  $\mu_0 = \mu_{45} = \mu_{90} \neq 0,5$  (плоскость изотропии), и плоскостную анизотропию, при которой коэффициент анизотропии изменяется в плоскости листа в различных направлениях прокатки:  $\mu_0 \neq \mu_{45} \neq \mu_{90}$  (ортотропный материал).

При оценке влияния анизотропии на штампуемость металла и проведения других технологических расчетов часто пользуются осредненными в плоскости листа деформационными показателями анизотропии  $\bar{\mu}$  ( $\bar{R}$ ). Иногда приходится сталкиваться с неточностями в определении этого коэффициента, так существуют различные выражения для вычисления среднего значения коэффициента анизотропии [1, 4-5, 7-8]:

$$\bar{\mu} = \frac{\mu_0 + \mu_{45} + \mu_{90}}{3}, \quad (5-a)$$

$$\bar{\mu} = \frac{\mu_0 + 2\mu_{45} + \mu_{90}}{4}, \quad (5-b)$$

$$\bar{\mu} = \frac{\mu_0 + \mu_{22,5} + \mu_{45} + \mu_{67,5} + \mu_{90}}{5}, \quad (5-в)$$

где  $\mu_\alpha$  – коэффициенты поперечной деформации, измеренные под углом  $\alpha$  к направлению прокатки.

Очевидно, что выражения (5) неоднозначно оценивают анизотропию одного и того же листа, как может показаться на первый взгляд. Так, например, в одном и том же приближении по формулам (5-а) и (5-б), когда осреднение идет по трем направлениям, может получиться два различных результата. При этом часто данные выражения представляются как равнозначные [5].

Для получения правильной формулы рассмотрим в совокупности всю плоскость прокатного листа, которую разобьем на направления с шагом  $45^\circ$  (рис. 2, а). Покажем, что все коэффициенты анизотропии можно выразить через три основных:  $\mu_0, \mu_{90}$  и  $\mu_{45}$ . В виду того, что текстура проката имеет три взаимно перпендикулярные плоскости симметрии [8], то среди вырезанных образцов будут идентичные, значения коэффициентов анизотропии которых совпадают:

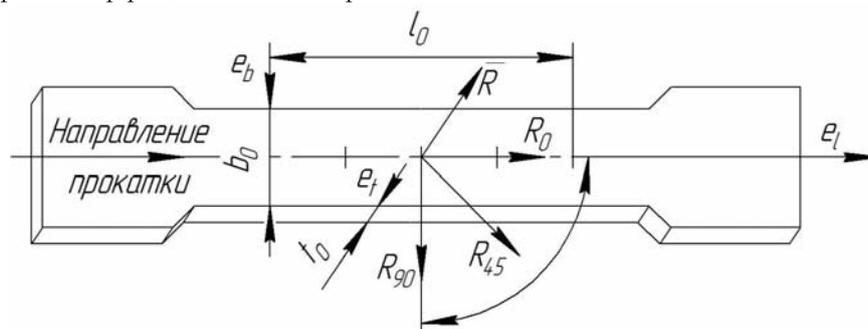


Рис. 1. Схема к расчету коэффициентов анизотропии

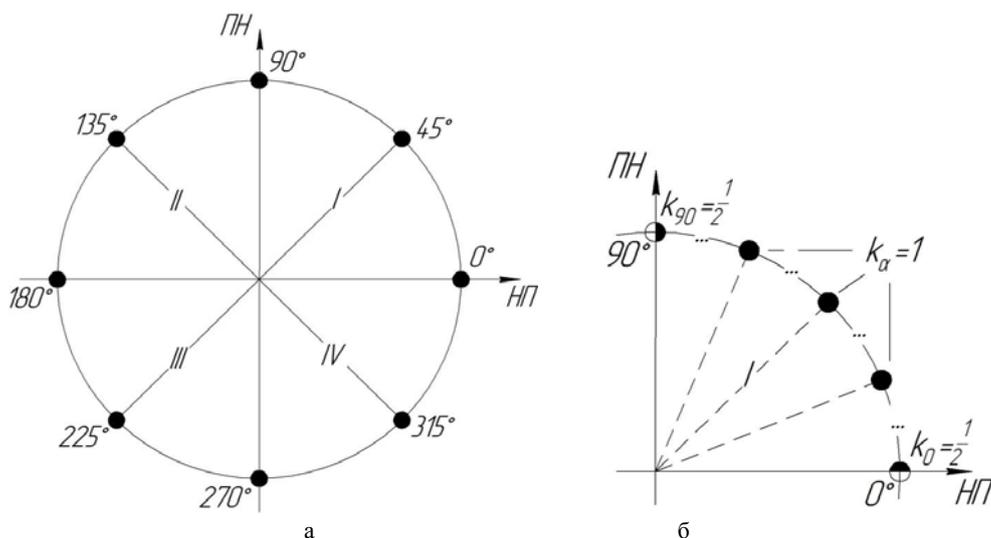


Рис. 2. Расчет среднего значения коэффициента анизотропии

$$\begin{aligned} \mu_0 &= \mu_{180}, \\ \mu_{45} &= \mu_{135} = \mu_{225} = \mu_{315}, \\ \mu_{90} &= \mu_{270} \end{aligned} \quad (6)$$

Среднее значение коэффициента анизотропии во всей плоскости листа определим, как среднее арифметическое коэффициентов поперечной деформации для всех направлений разбиения от  $0^\circ$  до  $360^\circ$ :

$$\bar{\mu} = \frac{\mu_0 + \mu_{45} + \dots + \mu_{315}}{8}, \quad (7-a)$$

или с учетом зависимостей (6):

$$\bar{\mu} = \frac{2\mu_0 + 4\mu_{45} + 2\mu_{90}}{8} = \frac{\mu_0 + 2\mu_{45} + \mu_{90}}{4}. \quad (7-b)$$

Таким образом, имеем выражение аналогичное (5-б), из которого видно, что вклад (вес) коэффициента  $\mu_{45}$  в среднее значение в два раза больше по сравнению с коэффициентами  $\mu_0$  и  $\mu_{90}$ . Теперь из приведенного примера видно, что формула (5-а) искажает реальную картину, так как утверждает одинаковый вклад коэффициентов поперечной деформации в среднее значение.

Как уже было отмечено выше, все текстурированные материалы обладают симметрией свойств, поэтому на практике достаточно определить коэффициенты анизотропии только для направлений в диапазоне  $0-90^\circ$ . Покажем, как правильно определить среднее значение в этом случае.

Рассмотрим I квадрант координатной плоскости (рис. 2, а), которому принадлежат три направления из разбиения с шагом  $45^\circ$ . При этом было бы ошибкой рассчитывать среднее значение  $\bar{\mu}$  по формуле (5-а), так как направления  $0^\circ$  и  $90^\circ$  принадлежат этому квадранту не полностью, а только наполовину, и наполовину принадлежат II и IV квадрантам соответственно. Это

подтверждается тем, что при сложении всех четырех квадрантов должно получиться восемь направлений. Следовательно, имеем:

$$\bar{\mu} = \frac{\frac{1}{2}\mu_0 + \mu_{45} + \frac{1}{2}\mu_{90}}{2}. \quad (7-в)$$

Следует обратить внимание на то, что в выражении (7-в) в знаменателе стоит цифра "2", а не "3". Дело в том, что в данном случае находится не просто среднее значение трех показателей анизотропии, а среднее взвешенное значение коэффициентов в определенном квадранте. Поэтому в знаменателе записана сумма вкладов (вес) каждого коэффициента  $\mu_\alpha$  в квадранте.

Обобщим выражение (7-в) для случая с произвольным шагом разбиения  $\Delta\alpha$ . Для этого введем весовые коэффициенты  $k_\alpha$ , при использовании которых формула для  $\bar{\mu}$  будет выглядеть следующим образом (рис. 2, б):

$$\bar{\mu} = \frac{\sum_{\alpha \in m} k_\alpha \mu_\alpha}{\sum_{\alpha \in m} k_\alpha}, \quad (8)$$

где  $m$  – это множество всех направлений выбранного разбиения,  $m = \{\alpha_i\}$ ,  $i = 1, n$ ;  $n$  – количество участков разбиения квадранта,  $n = 90^\circ / \Delta\alpha$ . В формуле (8) каждое из  $\mu_\alpha$  измерено под углом  $\alpha_i$  к направлению прокатки:  $\alpha_i = \Delta\alpha i$ ,  $i = 1, n$ . Выражение в знаменателе

$\sum_{\alpha \in m} k_\alpha$  – представляет собой общий вес всех коэффициентов для данной плоскости, при этом

$$k_0 = k_{90} = 1/2 \text{ и } k_\alpha \xrightarrow{\alpha \neq 0^\circ; 90^\circ} 1.$$

Нетрудно заметить, что формула (8) и формула (7-в) представляют собой одно и то же, что еще раз подтверждает правильность нашего подхода.

В качестве примера рассмотрим использование формулы (8) для вычисления среднего значения коэффициента анизотропии по показателям, измеренным с шагом  $22,5^\circ$  к направлению прокатки. В данном случае: количество участков разбиения  $n = 90^\circ / 22,5^\circ = 4$ ; множество всех направлений  $m = \{0^\circ; 22,5^\circ; 45^\circ; 67,5^\circ; 90^\circ\}$ ; общий вес всех коэффициентов  $\sum_{\alpha \in m} k_\alpha = \frac{1}{2} + 1 + 1 + 1 + \frac{1}{2} = 4$ .

Таким образом, окончательно имеем:

$$\mu = \frac{\frac{1}{2}\mu_0 + \mu_{22,5} + \mu_{45} + \mu_{67,5} + \frac{1}{2}\mu_{90}}{4}. \quad (9)$$

Из приведенного примера видно, что формула (5-в) искажает реальную картину, так как утверждает одинаковый вклад коэффициентов поперечной деформации в среднее значение. Хотя из выражения (9) видно, что вклад коэффициентов  $\mu_0$  и  $\mu_{90}$  в среднее значение в два раза меньше по сравнению с остальными коэффициентами.

## ВЫВОДЫ

1. Среди применяемых в настоящее время показателей анизотропии наиболее объективными являются коэффициенты поперечной деформации  $\mu$ , которые, в отличие от коэффициентов Р. Хилла и коэффициентов нормальной анизотропии  $r$ , могут быть рассчитаны с высокой точностью для тонколистовых материалов, хорошо

нормированы и обеспечивают преемственность соотношений при переходе из упругой области в пластическую.

2. Среднее значение коэффициента анизотропии в плоскости листа необходимо определять не как среднее арифметическое значение всех показателей анизотропии по рассматриваемым направлениям, а как среднее взвешенное с учетом веса (вклада) коэффициентов по каждому направлению.

3. Для диапазона измерений в пределах от  $0^\circ$  до  $90^\circ$  к направлению прокатки вклад (вес) коэффициентов  $\mu_0$  и  $\mu_{90}$  в среднее значение в два раза меньше по сравнению с коэффициентами, измеренным по оставшимся направлениям выбранного разбиения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Микляев П.Г., Фридман Я.Б. Анизотропия механических свойств металлов. М.: Металлургия, 1986. 224 с.
2. Ашкенази Е.К., Ганов Э.В. Анизотропия конструкционных материалов. Л.: Машиностроение, 1980. 247 с.
3. Гречников Ф.В., Ерисов Я.А. Влияние параметров текстуры на устойчивость процессов формообразования анизотропных заготовок // Известия Самарского научного центра РАН. 2012. №4. С. 293-298.
4. Бэкоффен В. Процессы деформации. М.: Металлургия, 1977. 288 с.
5. Шевелев В.В., Яковлев С.П. Анизотропия листовых материалов и ее влияние на вытяжку. М.: Машиностроение, 1972. 132 с.
6. Хилл Р. Математическая теория пластичности. М.: ГИТТЛ, 1956. 407 с.
7. Аверкиев А.Ю. Методы оценки штампуемости листового металла. М.: Машиностроение, 1985. 176 с.
8. Гречников Ф.В. Деформирование анизотропных материалов (резервы интенсификации). М.: Машиностроение, 1998. 448 с.

## ON THE CALCULATION OF MEAN ANISOTROPY COEFFICIENT OF SHEET MATERIALS

© 2014 F.V. Grechnikov<sup>1</sup>, Ya.A. Erisov<sup>1</sup>, V.M. Zaitsev<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Samara Scientific Center of Russian Academy of Science,

<sup>2</sup>Samara State Aerospace University named after Academician S.P. Korolyov  
(National Research University)

In this article it is stated the most common methods of calculation of mean anisotropy coefficients for orthotropic sheet materials, it is described the influence of one method or another on the accuracy of calculations.

Key words: anisotropy, orthotropic material, transversal isotropy, tensile test, anisotropy coefficients, mean value.

*Fedor Grechnikov, Corresponding Member of RAS, Doctor of Technics, Professor, Scientific Head at the Physics of Aircraft Materials Department of Samara Scientific Center of RAS.*

*E-mail: gretch@ssau.ru*

*Yaroslav Erisov, Candidate of Technics, Engineer of Physics of Aircraft Materials Department of Samara Scientific Center of RAS. E-mail: yaroslav.erisov@mail.ru*

*Vadim Zaitsev, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of Metal Forming Department of Samara State Aerospace University.*

*E-mail: zaitsev011@mail.ru*