

УДК 621.787:539.319

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ТЕРМОУПРУГОСТИ ПРИ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ОСТАТОЧНОГО НАПРЯЖЁННОГО СОСТОЯНИЯ В ПОВЕРХНОСТНО УПРОЧНЁННЫХ ДЕТАЛЯХ

© 2014 В.С. Вакулюк, В.П. Сазанов, В.К. Шадрин, Н.Н. Микушев, А.С. Злобин

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет)

Поступила в редакцию 28.04.2014

Показано, что если первоначальная деформация в поверхностном слое упрочнённого тела во всех направлениях будет одинакова, то возникает объёмная деформация, аналогичная задаче термоупругости. Для сравнения приведены решения задачи аналитическим способом и МКЭ, которые дали одинаковые результаты. Использование конечно-элементных моделей и расчётных комплексов позволяет решать методами термоупругости задачи распределения остаточных напряжений и для случаев, когда первоначальные деформации анизотропны. Предложен метод расчёта распределения остаточных напряжений в деталях сложной геометрической формы, подвергаемых поверхностному упрочнению, по распределению остаточных напряжений образца-свидетеля.

Ключевые слова: остаточные напряжения, первоначальная деформация, конечно-элементное моделирование, образец-свидетель, термоупругость.

В основе определения остаточных напряжений после пластического деформирования деталей лежит известная в теории пластичности теорема о разгрузке. В соответствии с этой теоремой, впервые сформулированной Генки в 1924 году [1], остаточные напряжения равны разности между истинными напряжениями в упруго-пластическом теле и теми напряжениями, которые создавались бы в нём при предположении об идеально упругом материале. С физической точки зрения образование остаточных напряжений связано с необратимыми (остаточными) изменениями объёма. Эти изменения объёма, оставшиеся после разгрузки, и вызывают остаточные напряжения.

Рассмотрим тело, в материале которого произошли необратимые изменения линейных размеров. Эти изменения могли произойти вследствие пластических деформаций, фазовых превращений, термического, химико-термического, радиационного и других воздействий. По известным размерам свободных от связей элементов тела до и после воздействия определяются так называемые первоначальные деформации [1]. Очевидно, что компоненты тензора первоначальных деформаций не удовлетворяют условиям совместности Сен-Венана [2]. Следовательно, в сплошной среде эти деформации не могут быть реализованы, так как в нём могут существовать и находиться в равновесии только совместные деформации. Таким образом, после появления первоначальных деформаций в теле возникают препятствующие нарушению условий сплошности силы, составляющие самоуравновешенное поле собственных напряжений. Такие напряжения называются остаточными и им соответствуют деформации, которые измеряются на практике с помощью различных методов и способов. При этом считается, что остаточные напряжения не превышают предела текучести материала и вызванная ими деформация является упругой.

Если необратимые линейные изменения тела во всех направлениях будут одинаковыми, то возникает объёмная деформация, имеющая много общего с температурной деформацией. Использование этой связи первоначальных деформаций с термоупругостью материала и позволяет использовать современные расчётные комплексы, реализующие метод конечных элементов в форме перемещений, при решении задач о распределении остаточных напряжений в поверхностно упрочнённых деталях сложной формы.

Если первоначальные деформации тела во всех направлениях будут одинаковыми, то возникает объёмная деформация, имеющая много общего с температурной деформацией. Использование этой связи первоначальных деформаций с термоупругостью материала и позволяет использовать современные расчётные комплексы, реализующие метод конечных элементов в форме перемещений, при решении задач о распределении остаточных напряжений в поверхностно упрочнённых деталях сложной формы.

В качестве примера приведём решение задачи по расчёту остаточных напряжений в поверхностном слое сплошного цилиндра с первоначальной изотропной объёмной деформацией, постоянной по всем направлениям. Аналитическое решение этой задачи приведено в работе Бирге-

Владимир Степанович Вакулюк, кандидат технических наук, доцент кафедры сопротивления материалов.

E-mail: sopromat@ssau.ru

Вячеслав Петрович Сазанов кандидат технических наук, доцент, кафедры сопротивления материалов.

Валентин Карпович Шадрин кандидат технических наук, доцент кафедры сопротивления материалов.

Николай Николаевич Микушев, аспирант кафедры сопротивления материалов.

Андрей Сергеевич Злобин, соискатель кафедры сопротивления материалов.

ра И.А. [1], которое основано на использовании следующих уравнений теории упругости, записанных в цилиндрической системе координат:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} [\sigma_r - \mu(\sigma_\theta + \sigma_z)] + \varepsilon_{0r}, \quad (1)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E} [\sigma_\theta - \mu(\sigma_r + \sigma_z)] + \varepsilon_{0\theta}, \quad (2)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_r + \sigma_\theta)] + \varepsilon_{0z}, \quad (3)$$

где $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$ – радиальные, окружные и осевые остаточные напряжения;

$\varepsilon_{0r}, \varepsilon_{0\theta}, \varepsilon_{0z}$ – радиальные, окружные и осевые первоначальные деформации;

E – модуль продольной упругости материала; μ – коэффициент Пуассона.

Данное решение выполнено для той части цилиндра, в которой исключается влияние краевых зон. Эскиз цилиндра приведён на рис. 1.

В поверхностном кольцевом слое цилиндра толщиной $\delta = b - c$ имеется остаточная первоначальная деформация

$$\varepsilon_{0r} = \varepsilon_{0\theta} = \varepsilon_{0z} = \varepsilon_0.$$

Для расчёта были приняты следующие численные значения параметров:

$$b = 5 \text{ мм}; c = 4,5 \text{ мм}; E = 200\,000 \text{ МПа}; \mu = 0,3; \varepsilon_0 = 0,001.$$

Остаточные напряжения в цилиндре в пределах внутренней области цилиндра $0 \leq r \leq c$ определяются по формулам

$$\sigma_r = \sigma_\theta = \frac{E \varepsilon_0}{2(1-\mu)} \left(1 - \frac{c^2}{b^2}\right), \quad (4)$$

$$\sigma_z = \frac{E \varepsilon_0}{(1-\mu)} \left(1 - \frac{c^2}{b^2}\right). \quad (5)$$

По результатам подстановки численных значений параметров в уравнения (4) и (5) получены следующие значения остаточных напряжений: $\sigma_r = \sigma_\theta = 27,1 \text{ МПа}$, $\sigma_z = 54,3 \text{ МПа}$.

В поверхностном слое цилиндра ($c \leq r \leq b$) остаточные напряжения определяются по формулам

$$\sigma_r = \frac{E \varepsilon_0}{2(1-\mu)} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{b^2}\right), \quad (6)$$

$$\sigma_\theta = -\frac{E \varepsilon_0}{2(1-\mu)} \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{b^2}\right), \quad (7)$$

$$\sigma_z = -\frac{E \varepsilon_0}{(1-\mu)} \frac{c^2}{b^2}. \quad (8)$$

По результатам подстановки численных значений параметров в уравнения (6) – (8) были получены следующие значения остаточных напряжений в поверхностном слое цилиндра: $\sigma_r = 27,1 \text{ МПа}$, $\sigma_\theta = -258,6 \text{ МПа}$, $\sigma_z = -231,4 \text{ МПа}$.

Для решения задачи численным методом был использован расчётный комплекс PATRAN/NASTRAN. Конечно-элементная модель в осесимметричной постановке представляет собой осевое сечение четверти цилиндра с наложением соответствующих граничных условий. Принятая длина расчётной области цилиндра исключает влияние краевых зон для сечения, в котором значения компонент остаточных напряжений сравниваются с их значениями для случая аналитического решения. При моделировании был использован треугольный шестиузловой осесимметричный конечный элемент типа 2D-Solid. Первоначальная деформация $\varepsilon_0 = 0,001$ в поверхностном слое моделировалась как температурное расширение тела, при этом коэффициент линейного расширения $\alpha = 0,00001 \frac{1}{\text{град}}$, перепад температуры относительно внутренней области составлял $\Delta T = 100 \text{ }^\circ\text{C}$.

Результаты расчётов распределения остаточных напряжений по поперечному сечению цилиндра аналитическим и численным методами в виде графиков представлены на рис. 2 – 4. На графиках отсчёт оси y производился от поверхности к оси цилиндра (рис. 1).

Из приведённых на рис. 2– 4 распределений остаточных напряжений видно, что аналитический и численный методы дают одинаковые результаты, поэтому метод термоупругости может применяться для моделирования остаточных напряжений в поверхностно упрочнённых деталях.

Использование расчётного комплекса

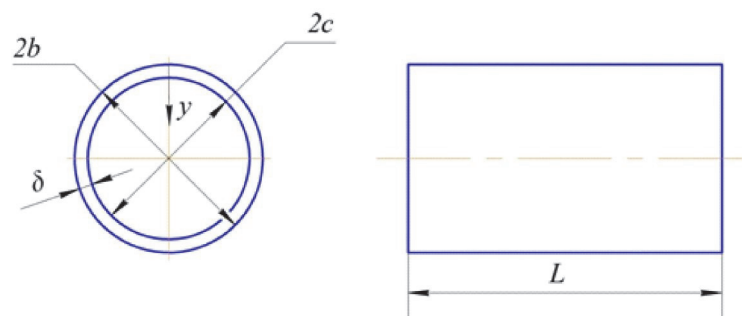


Рис. 1. Эскиз цилиндра с первоначальными деформациями

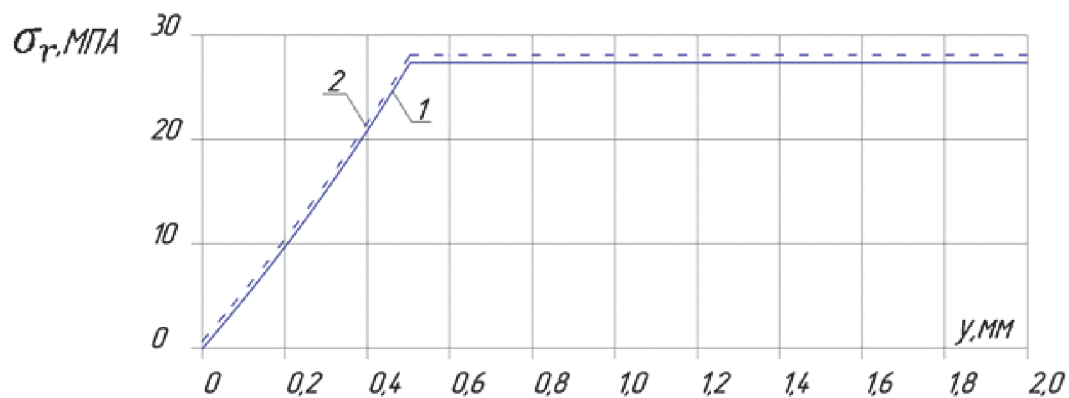


Рис. 2. Распределение радиальных σ_r остаточных напряжений по сечению цилиндра:
1 – аналитическое решение, 2 - МКЭ

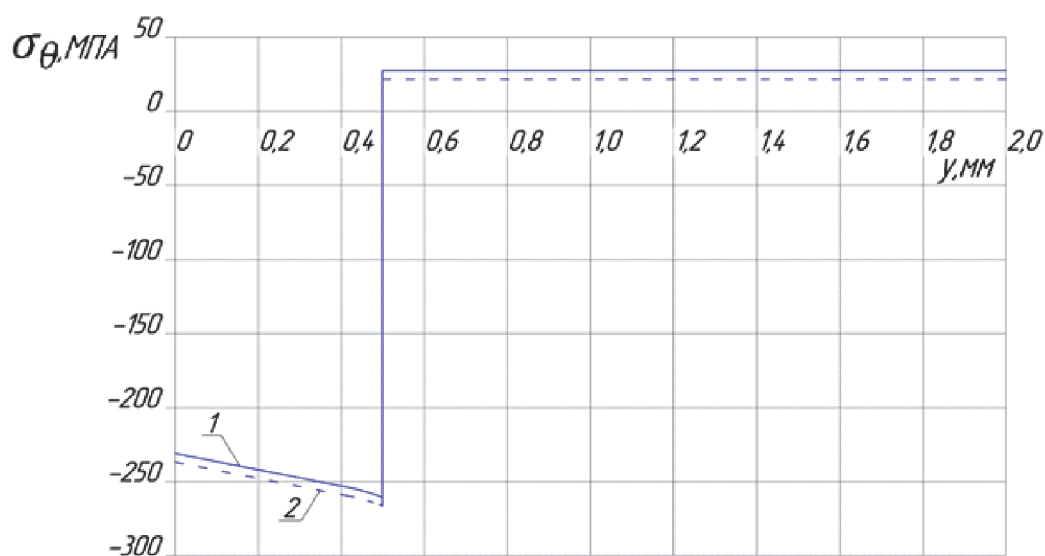


Рис. 3. Распределение окружных σ_θ остаточных напряжений по сечению цилиндра:
1 – аналитическое решение, 2 - МКЭ

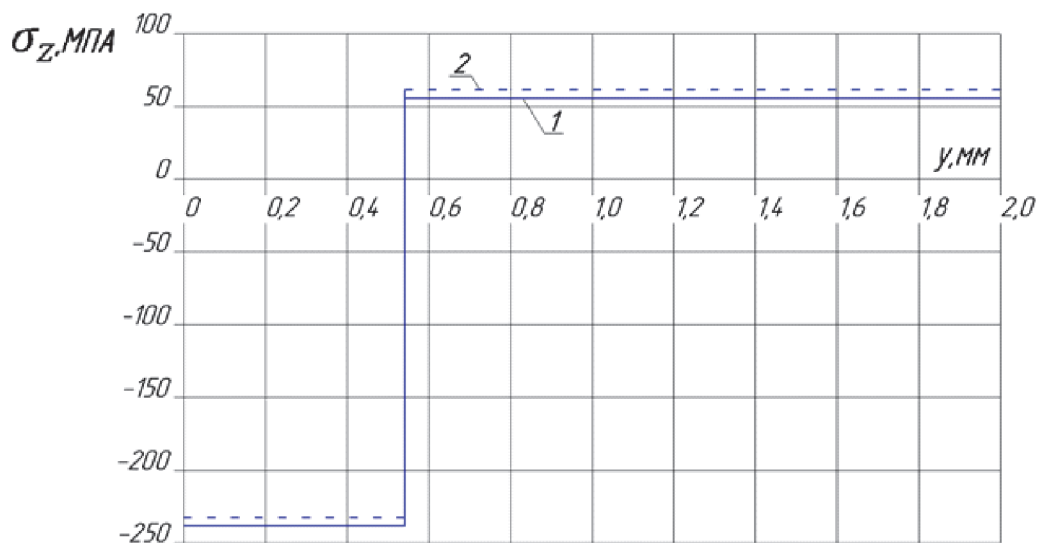


Рис. 4. Распределение осевых σ_z остаточных напряжений по сечению цилиндра:
1 – аналитическое решение, 2 – МКЭ

PATRAN/NASTRAN позволяет решать методами термоупругости задачи расчёта распределения остаточных напряжений и для случаев, когда первоначальные деформации по направлениям имеют различные значения (в том числе и знаки). Для этого в конечно-элементных моделях необходимо применять 3D-ортотропный материал, у которого механические характеристики (модули продольной и поперечной упругости, коэффициенты Пуассона) по всем направлениям системы координат одинаковые, а коэффициенты линейного расширения α по этим направлениям имеют различные значения, то есть

$$\begin{aligned}\varepsilon_{0r} &= \alpha_r \cdot \Delta T, \\ \varepsilon_{0\theta} &= \alpha_\theta \cdot \Delta T, \\ \varepsilon_{0z} &= \alpha_z \cdot \Delta T,\end{aligned}$$

где $\alpha_r, \alpha_\theta, \alpha_z$ – коэффициенты линейного расширения в радиальном, окружном и осевом направлениях цилиндрической системы координат.

Из практических методов определения остаточных напряжений по толщине поверхностного слоя наиболее точными являются механические методы [3, 4], при которых из исследуемой детали вырезаются образцы в виде полосок, колец, пластинок и другой формы. Далее производится измерение деформаций при удалении поверхностных слоёв с остаточными напряжениями. Для перехода от деформаций, измеренных при удалении слоёв образца, к зависимости остаточных напряжений по толщине поверхностного слоя применяются методики, основанные на известных решениях теории упругости для стержней, пластинок, колец.

Для контроля качества упрочнения деталей методами поверхностного пластического деформирования, но с сохранением исследуемой детали, на практике применяется аналогичные методики с удалением упрочнённого поверхностного слоя на пластинках и кольцах, вырезанных из образцов-свидетелей. Образцы-свидетели проходят технологический процесс упрочнения вместе с обрабатываемой деталью. Следует отметить, что, однако, этот способ контроля качества упрочнения является приближённым, так как реальная деталь имеет сложную форму и в местах концентрации наблюдается значительное перераспределение остаточных напряжений, а для количественной оценки влияния упрочнения на характеристики сопротивления усталости необходимо знать достаточно точное распределение остаточных напряжений в поверхностном слое опасного сечения детали [3–6].

Применение метода термоупругости с использованием конечно-элементного моделирования и расчётных комплексов типа PATRAN/NASTRAN позволяет значительно расширить

возможности исследования и практического определения распределения остаточных напряжений в деталях сложной геометрической формы, подвергаемых методам поверхностного пластического деформирования (ППД) совместно с образцами-свидетелями.

Предлагаемый метод исследования основан на известном в теории и практике механики остаточных напряжений положении о том, что обрабатываемые методами ППД деталь и образец-свидетель простой формы, имеющий по отношению к детали определённые соотношения геометрических размеров [7], получают одинаковые первоначальные деформации [8].

Если обозначить, пропорциональную первоначальным деформациям, матрицу деформаций через $\{\varepsilon_0\}$, то напряжения $\{\sigma\}$ в соответствии с законом Гука

$$\{\sigma\} = [D](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}), \quad (9)$$

где $[D]$ – матрица упругости, содержащая характеристики материала,

$\{\varepsilon\}$ – матрица полной деформации,

$$\{\sigma\}^T = [\sigma_r, \sigma_z, \sigma_\theta, \tau_{rz}], \quad (10)$$

$$[D] = \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\mu}{1-\mu} & \frac{\mu}{1-\mu} & 0 \\ \frac{\mu}{1-\mu} & 1 & \frac{\mu}{1-\mu} & 0 \\ \frac{\mu}{1-\mu} & \frac{\mu}{1-\mu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\{\varepsilon\}^T = [\varepsilon_r, \varepsilon_z, \varepsilon_\theta, \gamma_{rz}], \quad (12)$$

$$\{\varepsilon_0\} = \varepsilon_{00} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} (1 + \mu), \quad (13)$$

где ε_{00} – величина изотропной первоначальной деформации.

Связь между деформациями и перемещениями в этом случае имеет следующий вид:

$$\{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{rz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dU_r}{dr} \\ \frac{dU_z}{dz} \\ \frac{U_r}{r} \\ \frac{dU_r}{dz} + \frac{dU_z}{dr} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

где U_r – радиальные перемещения, U_z – осевые перемещения, r – радиус цилиндра.

Если в качестве первоначальных рассматривать температурные деформации, то

$$\{\varepsilon_0\} = \alpha \Delta T \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} (1 + \mu), \quad (15)$$

где α – температурный коэффициент линейного расширения, ΔT – разность температур.

Из уравнения (9) видно, что при одинаковой первоначальной деформации деталь и образец-свидетель будут иметь различные собственные поля напряжений, так как имеют разные матрицы жёсткости. Для подтверждения этого утверждения к имеющемуся численному расчёту цилиндра (рис. 1) с $b = 5$ мм (R5) дополнительно были

выполнены расчёты для $b = 7,5$ мм (R7,5) и $b = 10$ мм (R10) с одинаковыми значениями остальных параметров. Результаты расчётов распределения остаточных напряжений представлены на рис. 5 – 7. На графиках отсчёт оси y выполнялся от поверхности к оси цилиндра (рис. 1).

Из приведённых на рис. 5–7 данных видно, что с увеличением диаметра цилиндра растёт величина сжимающих остаточных напряжений в поверхностном слое при одной и той же первоначальной деформации. Величина же растягивающих остаточных напряжений в сердцевине цилиндра (реактивных) с увеличением жёсткости, наоборот, падает. Установленная в настоящем исследовании расчётным путём закономерность наблюдалась при экспериментальном определении остаточных

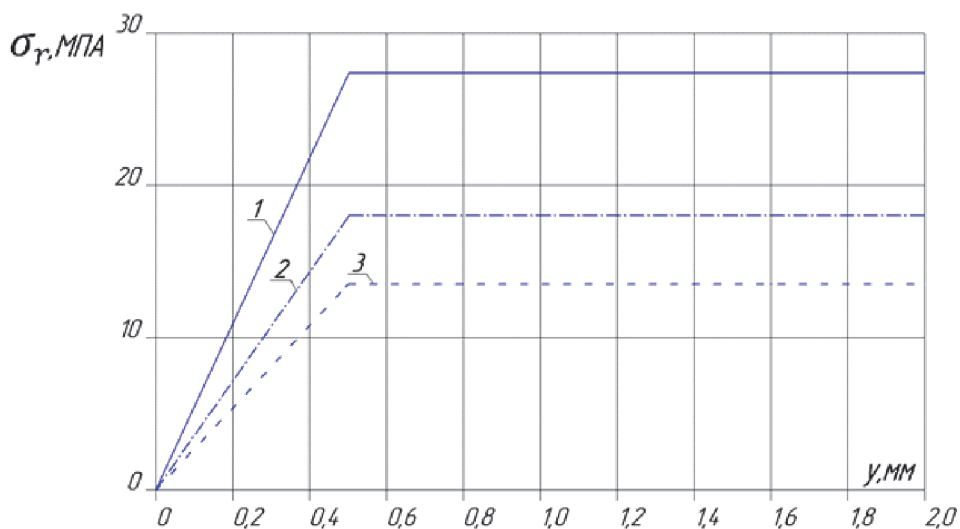


Рис. 5. Распределение радиальных σ_r остаточных напряжений по сечению цилиндра: 1 – R5, 2 – R7,5, 3 – R10

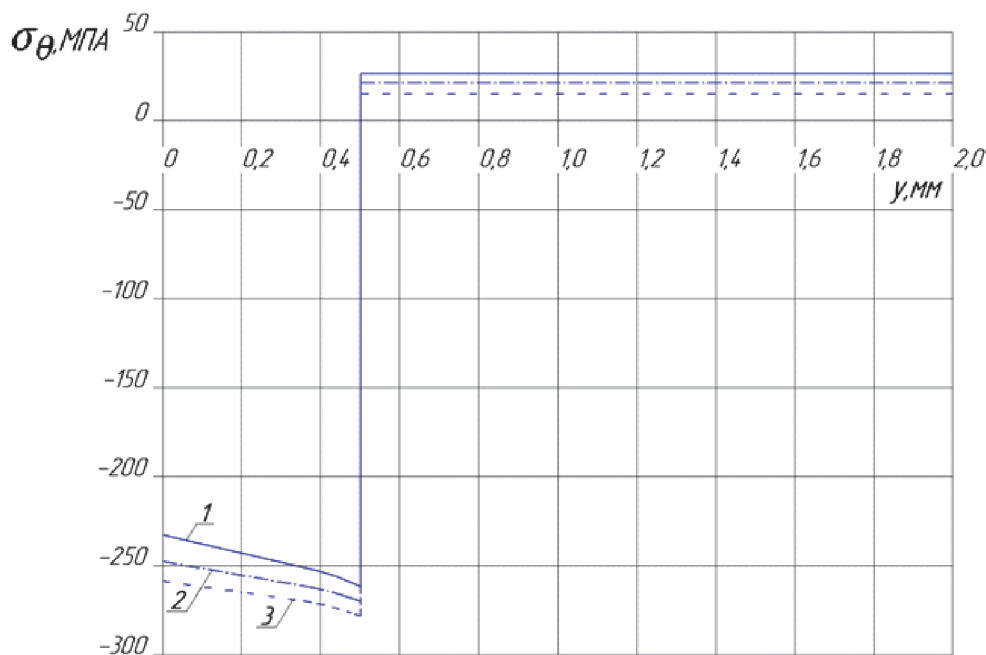


Рис. 6. Распределение окружных σ_θ остаточных напряжений по сечению цилиндра: 1 – R5, 2 – R7,5, 3 – R10

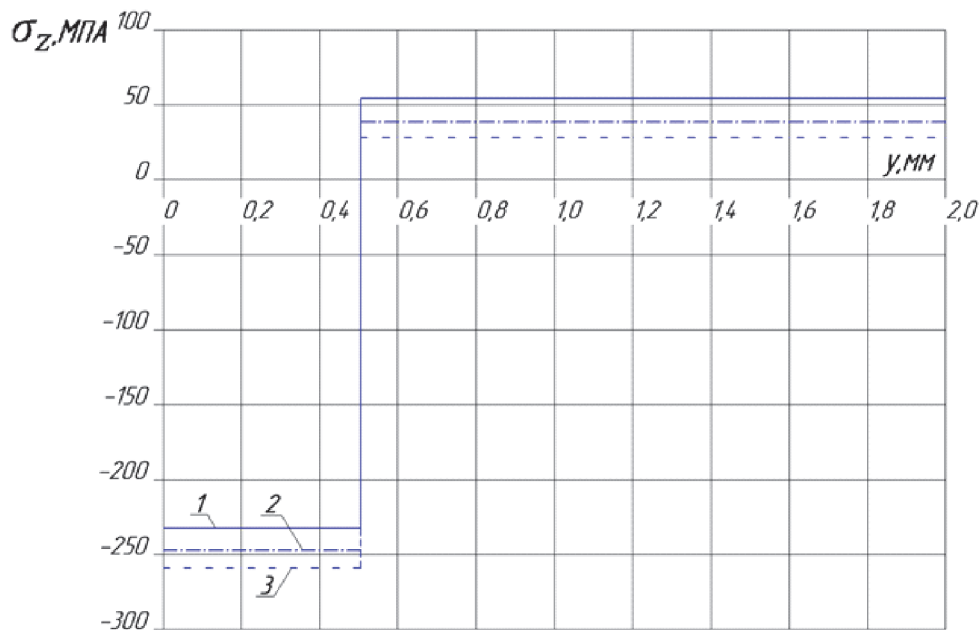


Рис. 7. Распределение осевых σ_z остаточных напряжений по сечению цилиндра:
1 – R5, 2 – R7.5, 3 – R10

напряжений в цилиндрических образцах диаметром 10 – 50 мм из стали 45 и сплава Д16Т после гидродробеструйной обработки [4].

На основании изложенного выше предлагается следующий порядок определения распределений остаточных напряжений в поверхностно упрочнённой детали по результатам исследования образца-свидетеля, обработанного одновременно с деталью:

- определение распределения остаточных напряжений по толщине упрочнённого поверхностного слоя образца-свидетеля (например, методом колец и полосок);

- определение на конечно-элементной модели образца-свидетеля первоначальных деформаций в виде температурных зависимостей по направлениям осей системы координат (при установленном экспериментально соотношении между их компонентами для данного технологического процесса упрочнения);

- расчёт распределения остаточных напряжений на конечно-элементной модели детали по полученным первоначальным деформациям (методом термоупругости).

Таким образом, полученные разработанным в настоящем исследовании методом результаты расчётов распределения остаточных напряжений в поверхностно упрочнённой детали позволят в дальнейшем решить следующие важные для практики задачи:

- прогнозирование приращения предела выносливости детали за счёт поверхностного упрочнения;

- выбор наиболее оптимальных, по сопротивлению усталости, режимов технологического

процесса упрочнения детали.

Решение этих задач приведёт к сокращению длительных и дорогостоящих испытаний деталей машин на усталость.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Биргер И.А. Остаточные напряжения. М.: Машгиз, 1963. 232 с.
2. Стружанов В.В. Об остаточных напряжениях после прокатки и расслоении двухслойных полос // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер.: физ.-мат. науки, 2010. №5(21). С. 55-63.
3. Технологические остаточные напряжения и сопротивление усталости авиационных резьбовых деталей / С.И. Иванов, В.Ф. Павлов, Г.В. Коновалов, Б.В. Минин // М.: МАП (отраслевая библиотека "Технический прогресс и повышение квалификации"), 1992. 191 с.
4. Прогнозирование сопротивления усталости поверхностно упрочнённых деталей по остаточным напряжениям: монография / В.Ф. Павлов, В.А. Кирпичёв, В.С. Вакулюк. Самара: СНЦ РАН, 2012. 125 с.
5. Павлов В.Ф. О связи остаточных напряжений и предела выносливости при изгибе в условиях концентрации напряжений // Известия ВУЗов. Машиностроение. 1986. №8. С. 29-32.
6. Радченко В.П. Афанасьева О.С. Методика расчёта предела выносливости упрочнённых цилиндрических образцов с концентраторами напряжений при температурных выдержках в условиях ползучести // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер.: физ.-мат. науки, 2009. №2(19). С. 264-268.
7. Иванов С.И. Митряев К.Ф. Об изучении остаточного напряжённого состояния детали путём исследования образцов / Остаточные напряжения. Куйбышев: КуАИ, 1971. Вып.53. С. 115-121.
8. Расчёт остаточных напряжений в деталях с концен-

траторами напряжений по первоначальным деформациям: монография / В.Ф. Павлов, А.К. Столяров,

В.С. Вакулюк, В.А. Курпичёв. Самара: СНИЦ РАН, 2008. 124 с.

THERMOELASTICITY METHOD APPLICATION ON FINITE ELEMENTS MODELING OF RESIDUAL STRAINED STATE IN SURFACE HARDENED PARTS

© 2014 V.S. Vakulyuk, V.P. Sazanov, V.K. Shadrin, N.N. Mikushev, A.S. Zlobin

Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov
(National Research University).

It's been shown that if the initial deformation in the hardened body surface layer doesn't depend on direction then the volumetric deformation analogous to thermoelasticity appears.

Problem solutions by analytical method and by FEM are given. The comparison of these solutions gave the same results. The Finite Elements models and program complexes utilization makes it possible to solve residual stresses distribution problems by thermoelasticity methods when the initial deformations are anisotropic. Residual stresses distribution calculation method has been suggested for surface hardened parts of complicated geometric form. This method uses residual stresses distribution of a reference specimen.

Keywords: residual stress, initial deformations, Finite Elements modeling, reference specimen, thermoelasticity.

Vladimir Vakulyuk, Candidate of Technics, Associate professor at the Strength of Materials Department.

E-mail: sopromat@ssau.ru

Vyacheslav Sazanov, Candidate of Technics, Associate professor at the Strength of Materials Department.

Valentin Shadrin, Candidate of Technics, Associate professor at the Strength of Materials Department.

Nicolay Mikushev, Graduate Student at the Strength of Materials Department.

Andrey Zlobin, Applicant at the Strength of Materials Department.