УДК 004.9

УПАКОВКА СЛОЖНЫХ ТРЁХМЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ В ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ КОНТЕЙНЕР НА БАЗЕ ДИСКРЕТНО-ЛОГИЧЕСКОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ

© 2014 М.А. Верхотуров, Г.Н. Верхотурова, К.В. Данилов, Р.Р. Ягудин

Уфимский государственный авиационный технический университет

Поступила в редакцию 17.12.2013

В работе рассматривается задача нерегулярной плотной упаковки трехмерных геометрических объектов в прямоугольный параллелепипед минимальной высоты. Для её решения предложен алгоритм с применением годографа вектор-функции плотного размещения, основанный на использовании дискретно-логического представления информации. Приведены примеры работы алгоритма, а так же результаты вычислительного эксперимента, произведенного на общедоступных примерах.

Ключевые слова: упаковка, годограф вектор-функции плотного размещения, условия взаимного непересеченият рехмерных геометрических объектов, нерегулярное плотное размещение.

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование жизненного цикла сложных изделий в различных отраслях промышленности показывает, что многие из этапов этого цикла связаны с решением задач размещения. Эти процессы являются важными с точки зрения экономии ресурсов, а такжесложными для принятия решений. Нахождение оптимального или близкого к нему решения позволяет существенно сократить расход различных ресурсов и понизить себестоимость продукции.

С другой стороны, появление аддитивных технологийи быстрогопрототипированияпроизвели настоящую революцию в высокотехнологичных отраслях – авиационной и аэрокосмической области, атомной индустрии, медицине и приборостроении, в отраслях, где характерным является мелкосерийное, зачастую штучное производство. Именно здесь уход от традиционных технологий, применение новых методов получения синтез-форм и синтез-моделей за счет технологий послойного синтеза дало возможность радикально сократить время на создание новой продукции.

Верхотуров Михаил Александрович, доктор технических наук, профессор кафедры вычислительной математики и кибернетики. E-mail: verhotur@vmk.ugatu.ac.ru.
Верхотурова Галина Николаевна, кандидат технических наук, доцент кафедры вычислительной математики и кибернетики. E-mail: verhoturova.gn@yandex.ru
Данилов Константин Витальевич, аспирант кафедры вычислительной математики и кибернетики.
E-mail: rjycnl@gmail.com
Ягудин Рустем Расламович, кандидат технических наук.
E-mail: gunboxer@gmail.com

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть имеется набор трехмерных геометрических объектов (ГО) $T=\{T_1,T_2,...,T_n\}: T_i \subset \mathbf{R}^3, i=\overline{1,n}$, каждый из которых задан в собственной системе координат.

Область размещения $Q \subset \mathbf{R}^3$ представляет собой прямоугольный параллелепипед с фиксированными длиной *L*, шириной *W* и с переменной высотой *H*.

Пусть $T_i(\overline{u}_i)$ геометрический объект T_i, смещенный на вектор $\overline{u}_i$.

Условия непересечения объектов между собой:

$$\operatorname{int} T_i(\overline{u}_i) \cap \operatorname{int} T_j(\overline{u}_j) = \varnothing,$$

$$\forall i=\overline{1,n}, \forall j=\overline{1,n}, i \neq j, \quad (1)$$

где $\operatorname{int} T$ обозначает внутренние точки объекта *T*.

Условия нахождения геометрических объектов в зоне размещения:

$$T_i(\overline{u}_i) \cap Q = T_i(\overline{u}_i), \forall i = \overline{1,n}. \quad (2)$$

Условия (1) и (2) связывают параметры размещения $U=(\overline{u}_1,\overline{u}_2,...,\overline{u}_i)$ объектов множества *T* в области *Q* и являются для них ограничениями.

Обозначим как *H(T(U))* высоту зоны *Q*, необходимую для размещения геометрическихобъектов множества $T=\{T_1,T_2,...,T_n\}$ с векторами смещения $U=\{\overline{u}_1,\overline{u}_2,...,\overline{u}_n\}$.

Требуется найти такое *U*, чтобы *H(T(U))* $\to$ min, при этом выполнялись условия взаимного расположения объектов между собой и с зоной размещения (1)-(2).

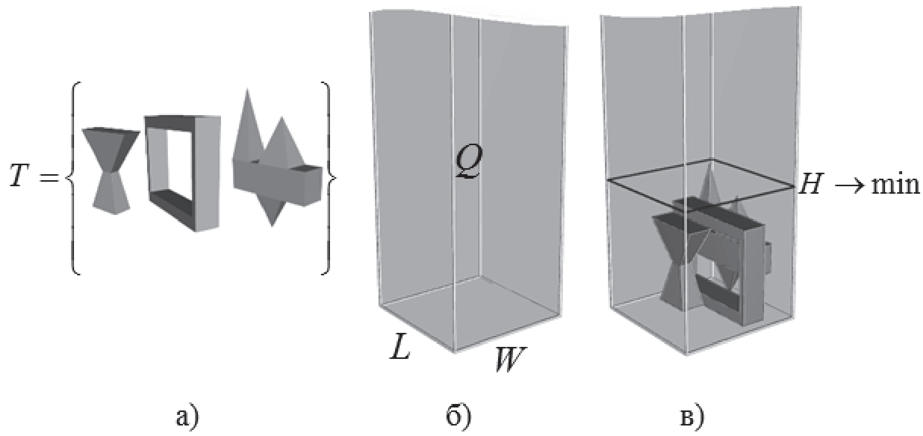

Рис. 1. Постановка задачи размещения 3D объектов

3. ПОДХОДЫ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

В данной постановке эта проблема является сложной задачей оптимизационного геометрического моделирования в пространстве высокой размерности с невыпуклой и несвязной областью допустимых решений.

Её можно рассматривать как задачу дискретной оптимизации, если использовать принцип пообъектного размещения, где на каждом шаге производят некоторые геометрические преобразования (изменение координат размещения и угла поворота объекта в области) каждого из них. В такой постановке эта задача является NP-трудной.

В этом случае используются методы "моделирования геометрических преобразований" [1].

Процесс нахождения решения в этом случае состоит из выполнения следующих процедур:

1. Внешняя (оптимизационная) процедура – операции с приоритетным списком:

• формирование последовательности размещаемых объектов;

• изменение последовательности размещенных объектов.

2. Внутренняя (геометрическая) процедура – операции с объектами, соответствующими номерам в приоритетном списке:

• представление объектов в соответствующем виде (полигональном, воксельном и т.д.);

• моделирование движения объектов;

• выбор, согласно некоторому критерию, точки размещения;

• занесение объекта в область (изменение области размещения).

В данной работе для внешней процедуры было использовано одноразовое формирование приоритетного списка размещаемых объектов.- Объекты в списке упорядочивались по уменьшению их объема.

Одним из наиболее применяемых методов реализации внутренней процедуры является подход, основанный на моделировании движения объектов в области размещения с учетом их взаимного непересечения. Он базируется на понятии годографа вектор-функции плотного размещения (ГФПР) [1].

Годографом вектор-функции плотного размещения (ГФПР) G_{12} или $G(T_1(0), T_2(u_2))$ подвижного объекта $T_2(u_2)$относительно зафиксированного $T_1(0)$называется такое множество положений центра объекта T_2, при котором он плотно расположен относительно объекта T_1.

Годограф G_{12}подвижного объекта $T_2(u_2)$ относительно зафиксированного $T_1(0)$ может быть определен через операции Минковского следующим образом:

$$G_{12} = T_1(0) \oplus -(T_2(u_2)),$$

где $A \oplus B = \{a + b | a \in A, b \in B\}$ – сумма Минковского множеств A и B.

3.1. Построение ГФПР размещаемого объекта относительно размещенных объектов и внешности области размещения

Существует несколько вариантов схемы построения ГФПР размещаемого объекта при упаковке [2]:

1. Предварительная. ГФПР всех объектов между собой и с областью рассчитываются перед началом этапа размещения (рис. 2а). После занесения объекта в область все относящиеся к нему ГФПР смещаются в соответствии с его параметрами размещения.

2. Интегральная. ГФПР размещаемого объекта и области рассчитывается с учетом того, что все ранее размещенные объекты считаются ее частью (рис. 2б).

3. Динамическая. Строятся ГФПР размещаемого объекта относительно каждого из уже упакованных и области упаковки. В каждом ГФПР определяется та часть, размещение упаковываемого объекта в которой удовлетворяет условиям упаковки (рис.2в).

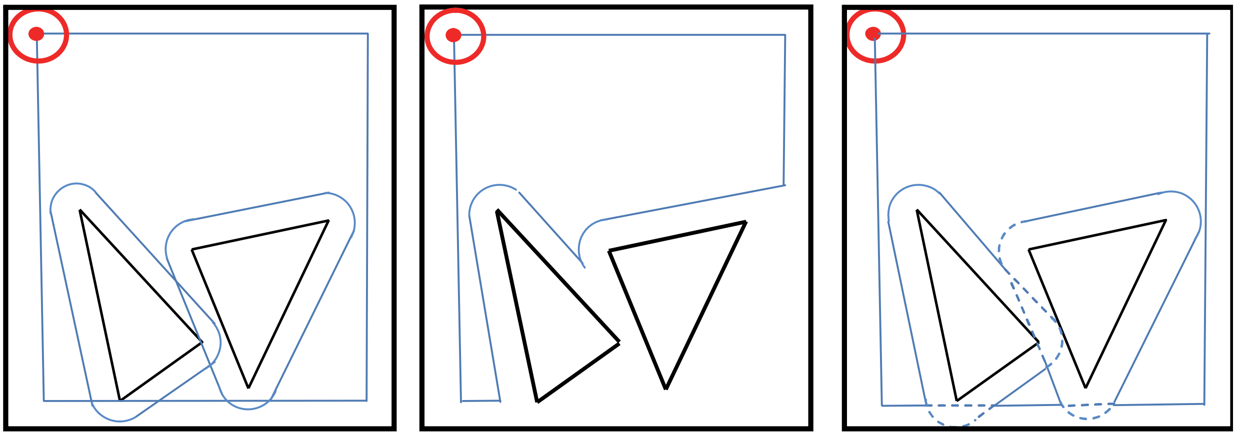

Рис. 2. Схемы построения ГФПР для плоского случая (очередной упаковываемый объект – круг размещается в прямоугольную область, в которой размещены два треугольника): а – "предварительная"; б – интегральная; в – динамическая

Особенности динамической схемы использования ГФПР[3]:

Пусть размещены первые (m – 1) объектов множества $\{T_1, T_2,..., T_n\}$,

(m – 1) <n. Выполняется размещение объекта T_m.

- Построение ГФПР объекта T_m относительно зоны размещения и уже упакованных объектов производится в соответствии с приоритетным списком: $K=\{K_0,..., K_{m-1}\}$.

$K_0=Q$, $\{K_1,..., K_{m-1}\}$ является, отсортированным в порядке увеличения высоты размещения, списком уже упакованных объектов $\{T_1, ..., T_{m-1}\}$.

- При построении очередного ГФПР $G_i(K_i, T_m)$ его точки $\{u_i\}$ сразу же анализируются на допустимость.

Точка u_i допустима если:

$$u_i \notin \operatorname{int} G_j(K_j, T_m), \forall j = \overline{0, m-1}, j \neq i,$$

при этом в случае, если параллелепипедные оболочки объектов $T_m(u_i)$ и K_j не пересекаются, то можно утверждать, что $u_i \notin \operatorname{int} G_j(K_j, T_m)$ без построения ГФПР $G_j(K_j, T_m)$.

- Если определено, что параметр размещения u_i является допустимым, то для объектов $\{K_j\}$: $\min Z(K_j) > \max Z(T_m(u_i))$ ГФПР не строится.

В данной работе была реализована "динамическая" схема.

Моделирование плотного движения упаковываемого объекта путём построения ГФПР зависит от выбранного пространства–объектного (непрерывного) или дискретного (аналог пространства изображения), при этом дискретно-логическое представление информации (ДЛПИ) позволяет строить ГФПР с различной точностью R[1].

На базе дискретно-логического представления информации возможны различные варианты построения ГФПР, которые зависят от следующих характеристик[1]:

- связность границ ГО (6-ти, 18-ти и 26-ти связные для *3-D* объектов);
- касание границ ГО и области упаковки ("плотное" и "неплотное");
- выбор направления движения ГО.

В данной работе для построения ГФПР было использовано дискретно-логическое представление объектов в виде 6-связных кодов и "неплотное" касание границ ГО и области упаковки.

3.2. Выбор направления движения ГО при построении ГФПР

Рассмотрим несколько вариантов выбора направления движения:

- Метод анализа точек касания [1], при котором на каждом шаге определяется, каким образом размещаемый объект соприкасается с областью размещения и в зависимости от ситуаций выбирается направление движения. Данный метод подходит для непрерывного пространства, где объекты представлены в виде примитивов (полигоны, ребра, и т.д.), а также для случая "плотного" касания при дискретно-логическом способе представления информации.
- Правило "правой руки" – метод выбора направления движения при построении годографа в двухмерном пространстве. ГО движется вдоль границы (области размещенияили уже упакованных ГО) так, чтобы граница постоянно была с правой стороны. Таким образом, ГО никогда не отрывается от границы (все время с ней соприкасается). Этот метод применим для "неплотного" касания в дискретно-логическом пространстве.

Из рассмотренныхподходов был выбран метод "правой руки", который модифицирован для построения ГФПР в *3-D* пространстве (рис. 3).

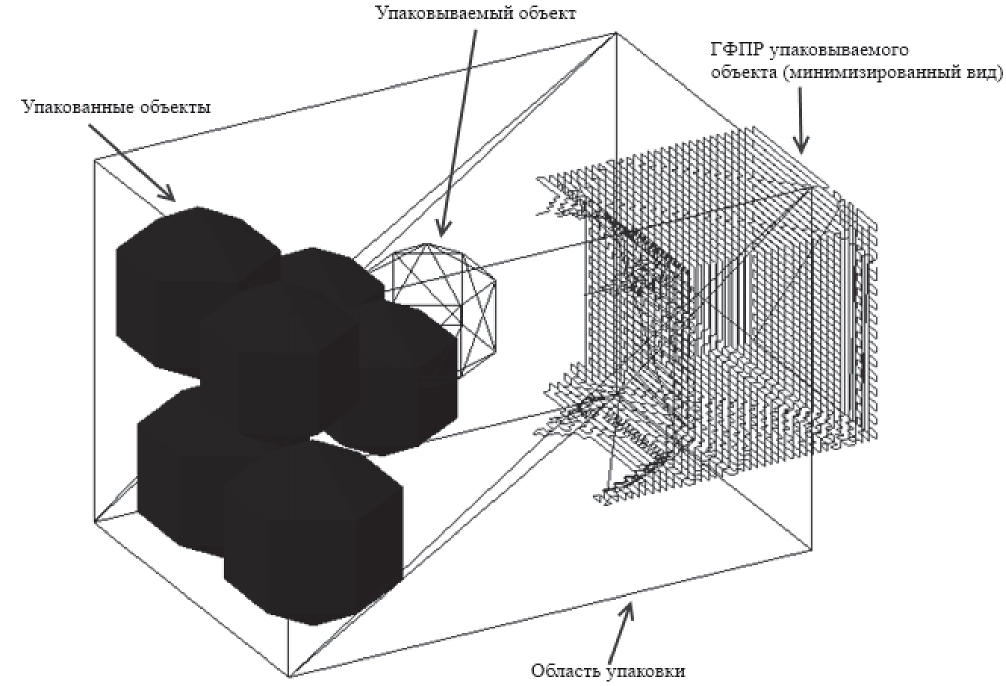

Рис. 3. Построение ГФПР размещаемого объекта с использованием ДЛПИ

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Для оценки эффективности разработанного подхода были использованы наборы входных данных из статей Стояна Ю.Г.[4] и Ягудина Р.Р.[3]

Примеры №1-4. Задан набор из 20, 30, 40 и 50 многогранников соответственно, по 2 каждого типа. Основание зоны упаковки имеет ширину 30 и длину 35. Сравнение производилось по двум параметрам: время упаковки T[с.] и ее плотность C[%].Результат – рис. 4.

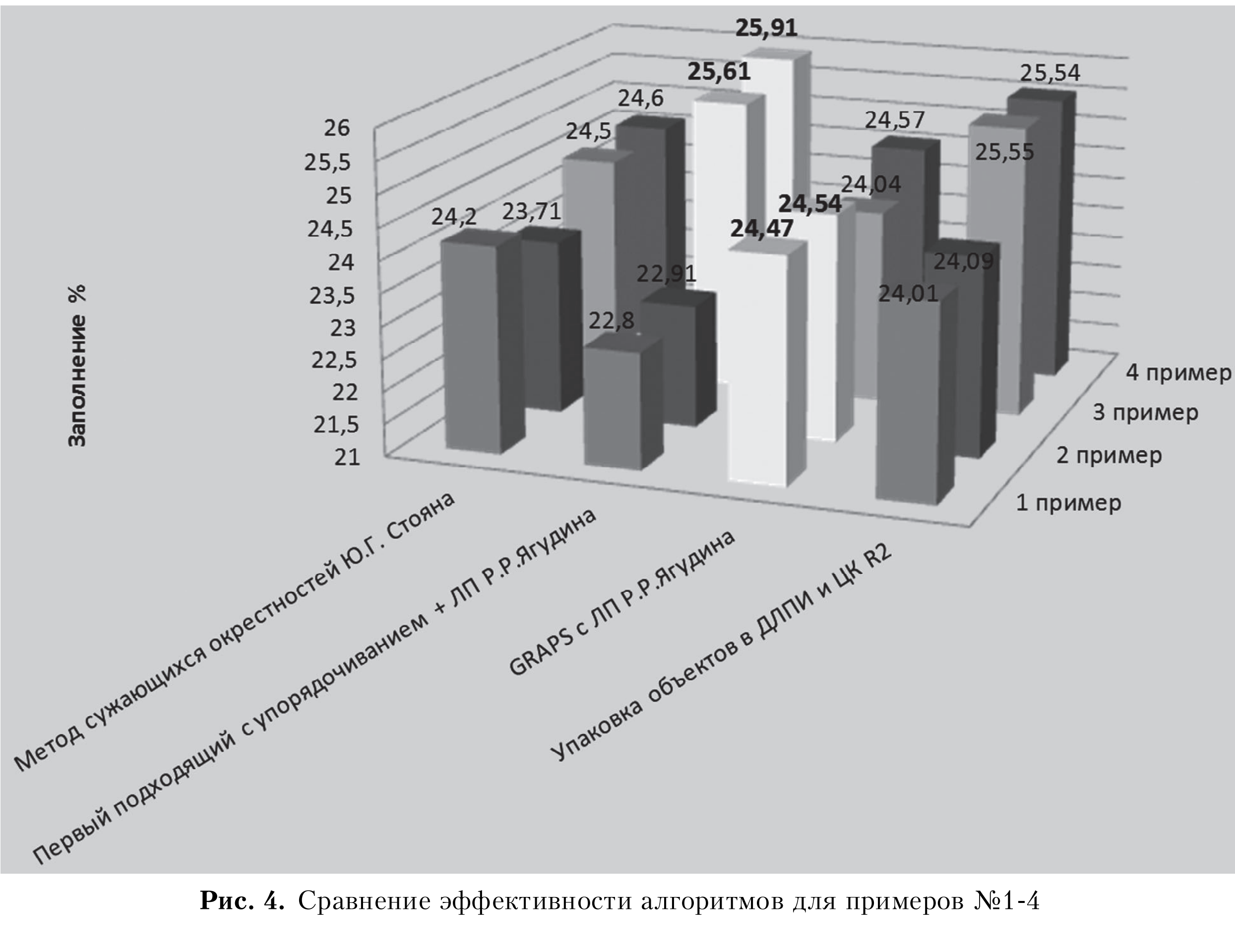

Рис. 4. Сравнение эффективности алгоритмов для примеров №1-4

На рисунке видно, что практически во всех примерах плотность упаковки наилучшая у метода “Первый подходящий с упорядочиванием + ЛП” и “*GRASP* с ЛП” из [3]. Плотность упаковки объектов, полученная с помощью подхода, разработанного в данной работе, несколько ниже, т.к. была использована простейшая реализация “внешней” процедуры (оптимизации), однако при определенных параметрах точности он позволяет упаковать объекты быстрее.

Для апробации разработанного математического, алгоритмического и программного обеспечения на реальных данных был произведен ряд экспериментов, показавший перспективность использования данного представления информации по сравнению с операциями в объектном пространстве. При количестве граней каждого из объектов в несколько тысяч, надежность вычислений с “плавающей запятой” резко падает, в то время как надежность использования ДЛПИ от количества граней никак не зависит.

На рис. 5 представлен пример карты упаковки деталей пистолета “*Liberator*”, изготавливаемых на 3*D*принтере (было размещено два комплекта деталей).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе приведён подход к решению задачи упаковки сложных трёхмерных объектов в параллелепипедныйконтейнер, основанный на построении годографа функции плотного размещения с использованием дискретно-логического представления информации, позволяющий получать различные по времени и точности вычисления результаты. Плотность упаковки при увеличении степени дискретизации объектов приближается к общедоступным результатам. Также данные исследования показали фактическую независимость времени упаковки объектов от точности аппроксимации объектов полигонами, что оказывает значительное влияние на результат упаковки объектов в объектном пространстве. В дальнейшем предполагается проведение углубленного вычислительного эксперимента по исследованию эффективности применения различных методов оптимизации при реализации внешней (оптимизационной) и внутренней (геометрической) процедур.

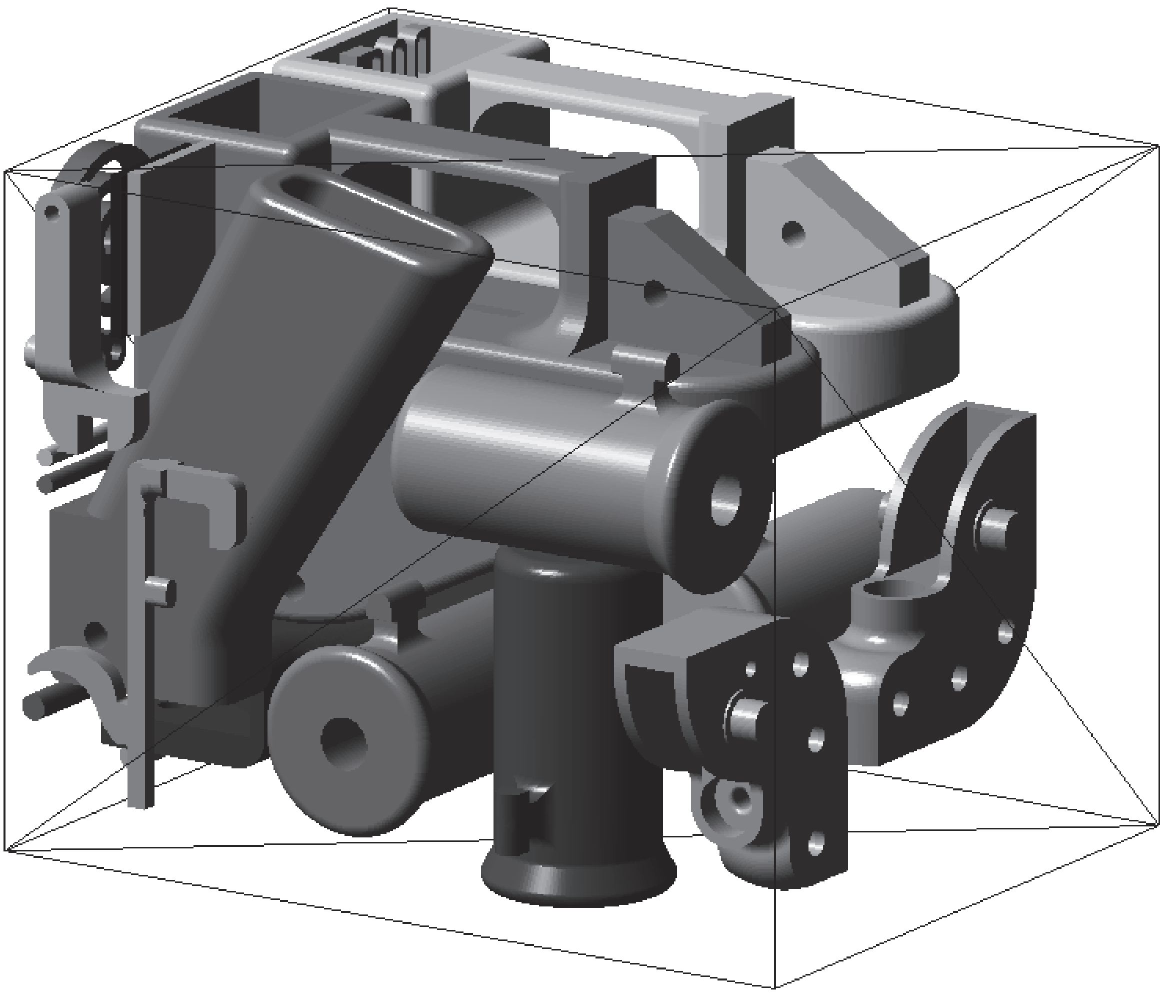

Рис. 5. Размещение двух комплектов деталей пистолета “*Liberator*” на основе ДЛПИ

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мухачева Э.А., Верхотуров М.А., Мартынов В.В.* Модели и методы расчета раскроя-упаковки геометрических объектов. Уфа. УГАТУ. 1998. 216 с.
2. *Верхотурова Г.Н., Верхотуров М.А., Ягудин Р.Р.* Об одном решении задачи плотной упаковки выпуклых многогранников на основе годографа функции плотного размещения // Информационные системы и технологии. Серия Математическое и компьютерное моделирование. Орел: Изд-во ОрелГТу. 2012. № 4.С. 31-39.
3. *Ягудин Р.Р.* Решение задачи оптимизации упаковки многогранников в параллелепипедную область на основе построения годографа вектор-функции плотного размещения // Научно-технические ведомости. Санкт-Петербургский государственный политехнический университет. Системный анализ и управление. 2012. №5 (157). С.58-63.
4. *Stoyan Yu., Gil M., Scheithauer G., Pankratov A.* Packing non-convex polytopes into a parallelepiped. TU Dresden, 2004. 32c. (Preprint MATH-NM-06-2004)

THE 3D OBJECTS DENSE PACKING PROBLEM INTO A PARALLELEPIPED CONTAINER ON BASEDISKRETE-LOGICAL REPRESANTATION

© 2014 M.A. Verkhoturov, G.N. Verkhoturova, K.V. Danilov, R.R. Yagudin

Ufa State Aviation Technical University

The current work considers the problem of dense packing ofcomplex objects into a minimal height parallelepiped container. The no-fit polyhedron based algorithm is proposed to solve described task. This algorithm is based on discrete-logical represantation. Some examples and computational results are also given for public input data.

Keywords: packing, nesting, hodograph of dense allocation function, no-fit polyhedron, self-non-intersection conditions of polyhedrons, 3-D palletization problem, dense packing of three-dimensional objects.

Mikhail Verkhoturov, Doctor of Technics, Professor at the Computer Mathematics and Cybernetics Department.
E-mail: verhotur@vmk.ugatu.ac.ru
Galina Verkhoturova, Candidate of Technics, Associate Professor at the Computer Mathematics and Cybernetics Department. E-mail: verhoturova.gn@yandex.ru
Konstantin Danilov, Post-Graduate Student at the Computer Mathematics and Cybernetics Department.
E-mail: rjycnl@gmail.com
Rustem Yagudin, Candidate of Technics.
E-mail: gunboxer@gmail.com