

УДК 534.2, 533.95

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ГЕНЕРАЦИИ СЕРИИ АВТОВОЛНОВЫХ ИМПУЛЬСОВ В ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩЕЙ ПЛАЗМЕННОЙ СРЕДЕ

© 2014 Д.И.Завершинский^{1,2}, Н.Е.Молевич^{1,2}, Р.Н.Галимов²

¹Самарский государственный аэрокосмический университет им. С.П.Королева
(национальный исследовательский университет)

²Самарский филиал Учреждения Российской академии наук
Физического института им. П.Н. Лебедева РАН

Поступила в редакцию 17.12.2013

В данной работе показаны результаты численного моделирования процесса генерации серии автоволновых импульсов в тепловыделяющей плазменной среде для случаев параллельного и перпендикулярного внешнего магнитного поля.

Ключевые слова: математическое моделирование, магнитная гидродинамика, тепловая неустойчивость, автоволновой импульс.

ВВЕДЕНИЕ

Процессы, происходящие в плазме, находящейся в магнитном поле, вызывают активный интерес в связи с большим количеством фундаментальных и прикладных приложений. Среды такого типа естественным образом возникают в межзвездном пространстве и звездных атмосферах, а также являются рабочими средами перспективных образцов термоядерных реакторов, в которых нагрев и удержание плазмы осуществляется магнитным полем. В подобных средах возможно распространение следующих типов волн: альфвеновских, быстрой и медленной магнитоакустических. В альфвеновских волнах давление, плотность и продольная компонента скорости остаются неизменными, а возмущение претерпевают поперечные составляющие скорости и напряженности магнитного поля. В магнитоакустических волнах наряду с поперечными компонентами поля и скорости изменение претерпевают также плотность, давление и продольная компонента скорости. Продольная же составляющая вектора напряженности магнитного поля остаётся постоянной. В [1-3] показано, что в тепловыделяющей плазме альфвеновские волны устойчивы, а магнитоакустические волны могут стать неустойчивыми. Акустическая неустойчивость

была исследована ранее при изучении динамики как чисто акустических [4], так и магнитоакустических волн [5]. В этих работах было показано, что эта неустойчивость приводит к формированию сильно асимметричного автоволнового импульса с разрывным передним и экспоненциальным задним фронтом. Этот импульс описывается обобщенным нелинейным уравнением. В работе [5] было показано, что в случае, когда угол внешнего магнитного поля перпендикулярен направлению распространения волн, в среде может распространяться только быстрая магнитоакустическая волна, при этом в случае изоэнтропической тепловой неустойчивости возможен распад начального возмущения на серию автоволновых импульсов. В случае же когда угол внешнего магнитного поля параллелен направлению распространения волн, в среде может распространяться только медленная магнитоакустическая волна, которая может стать неустойчивой и устойчивая альфвеновская волна.

ОСНОВНАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ И ПАРАМЕТРЫ РАСЧЕТОВ

В данной работе показаны результаты численного моделирования процесса генерации серии автоволновых импульсов в тепловыделяющей плазменной среде для случаев параллельного и перпендикулярного внешнего магнитного поля. В качестве базовой системы уравнений была использована одномерная система уравнений магнитной гидродинамики. Для численного моделирования использовалась основная система уравнений магнитной гидродинамики в безразмерном виде. За основные размерные величины взяты координата, время, плотность и температура, соответственно z_0, t_0, ρ_0, T_0 .

Завершинский Дмитрий Игоревич, аспирант кафедры физики СГАУ, инженер-исследователь теоретического сектора СФ ФИАН. E-mail: dimanzav@mail.ru

Молевич Нонна Евгеньевна, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий теоретическим сектором СФ ФИАН, профессор кафедры физики СГАУ. E-mail: molevich@fian.smr.ru

Галимов Ринат Насихович, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник СФ ФИАН. E-mail: renrk@mail.ru

Масштабы измерения остальных величин выражаются через параметры следующим образом

$$\begin{aligned} V_{z_0} &= z_0 t_0^{-1}; \quad P_0 = \rho_0 V_{z_0}^2 = \rho_0 z_0^2 t_0^{-2}; \\ \varepsilon_0 &= V_{z_0}^2 = z_0^2 t_0^{-2}; \quad B_0 = \sqrt{P_0} = z_0 t_0^{-1} \rho_0^{1/2}. \end{aligned} \quad (1)$$

С учетом сделанного выбора масштабов система уравнений магнитной гидродинамики в безразмерном виде выглядит следующим образом

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + V_z \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \frac{\partial V_z}{\partial z} &= 0; \\ \rho \left(\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{B_y}{4\pi} \frac{\partial B_y}{\partial z} - \frac{B_x}{4\pi} \frac{\partial B_x}{\partial z}; \\ \rho \left(\frac{\partial V_x}{\partial t} + V_z \frac{\partial V_x}{\partial z} \right) &= \frac{B_z}{4\pi} \frac{\partial B_x}{\partial z}; \\ \rho \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + V_z \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) &= -P \frac{\partial V_z}{\partial z} + Q(\rho, T); \quad (2) \\ \frac{\partial B_x}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial z} (V_z B_x - V_x B_z); \\ B_z &= const; \\ P &= \frac{k_B \cdot T \cdot \rho}{m} = \rho RT; \\ \varepsilon &= \frac{RT}{(\gamma-1)}. \end{aligned}$$

В (2) ρ, T, P, ε , это плотность, температура, давление и внутренняя энергия в плазменной среде, соответственно, V_x, V_z, B_x, B_z – это x- и z-компоненты вектора скорости и магнитного поля соответственно, k_B – постоянная Больцмана, γ – показатель адиабаты, R – универсальная газовая постоянная, m – 1/2 молекулярной массы, $Q(\rho, T)$ – обобщенная функция тепловых потерь, широко применяемая при исследовании тепловых неустойчивостей, начиная с пионерских работ [6] В стационарных условиях она равна 0. В системе (2) ионизованный газ является идеальным, пренебрежительно влиянием диссипативных процессов, обусловленных наличием вязкости, теплопроводности и конечной проводимости.

Численное моделирование проводилось по неявной полностью консервативной схеме в Лагранжевых массовых координатах, полученной из системы уравнений (2). При моделировании использовался ряд приближений. Рассмотрение динамики распространения волн ведется в декартовой системе координат x, y, z . Считается, что возмущения распространяются в положительном направлении оси z . Вектор магнитного поля направлен под некоторым углом α в плоскости

x - z . Зависимостью функций от x, y пренебрегается $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$. Уравнение энергии взято в недивергентной форме. Рассматриваемый газ считается идеально проводящим $\sigma = \infty, E = 0$. Коэффициенты диэлектрической и магнитной проницаемости считаются равными 1. $D = \varepsilon E, B = \mu H; \quad \varepsilon = \mu = 1 \rightarrow B = H$.

Для расчета ударной волны без явного выделения на сетке ее фронта применялся метод “размывания” фронта за счет введения в систему разностных уравнений некоторых диссипативных членов (так называемой псевдовязкости ω , или искусственной вязкости).

Для наглядности в качестве базовой модели источника тепловыделения использовались простейшие степенные функции.

$$\begin{aligned} \mathfrak{I}(\rho, T) &= \rho^{a1} T^{b1} - \rho^{a2} T^{b2}; \\ a1 &:= 0.38; b1 := -0.2; a2 := 0.1; b2 := 0.1. \end{aligned} \quad (3)$$

При заданном таким образом источнике тепловыделения, в среде выполняется условие акустической (изоэнтропической неустойчивости), изобарической и изохорической устойчивости. В среде существует положительная обратная связь и возможно образование предсказанных структур.

Исследование динамики волн проводилось при различной величине внешнего магнитного поля. Для того, чтобы охарактеризовать величину внешнего магнитного поля в плазменной среде обычно используют следующий безразмерный параметр (4), так называемая бета плазмы, представляющая собой отношение давления плазмы и магнитного давления.

$$\beta = \frac{\text{давление плазмы}}{\text{магнитное давление}} = \frac{16\pi k_B T}{B^2} = \frac{2}{\gamma_\infty} \frac{c_{S\infty}}{c_a}. \quad (4)$$

Здесь k_B – это постоянная Больцмана, γ_∞ – показатель адиабаты, $c_{S\infty}$ – скорость звука в плазменной среде, c_a – скорость альфвеновских волн.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Ниже на рис. 1 - 3 показаны результаты численного моделирования для случая перпендикулярного внешнего магнитного поля при различной величине внешнего вектора магнитного поля. На рис. 4 показан результат численного моделирования для случая параллельного внешнего магнитного поля.

Как можно видеть из полученных результатов численного моделирования процесса эволюции быстрых, медленных магнитоакустических волн и альфвеновской волны в случае, когда угол внешнего магнитного поля перпендикулярен направлению распространения волн, быстрая магнитоакустическая волна, распадается на серию

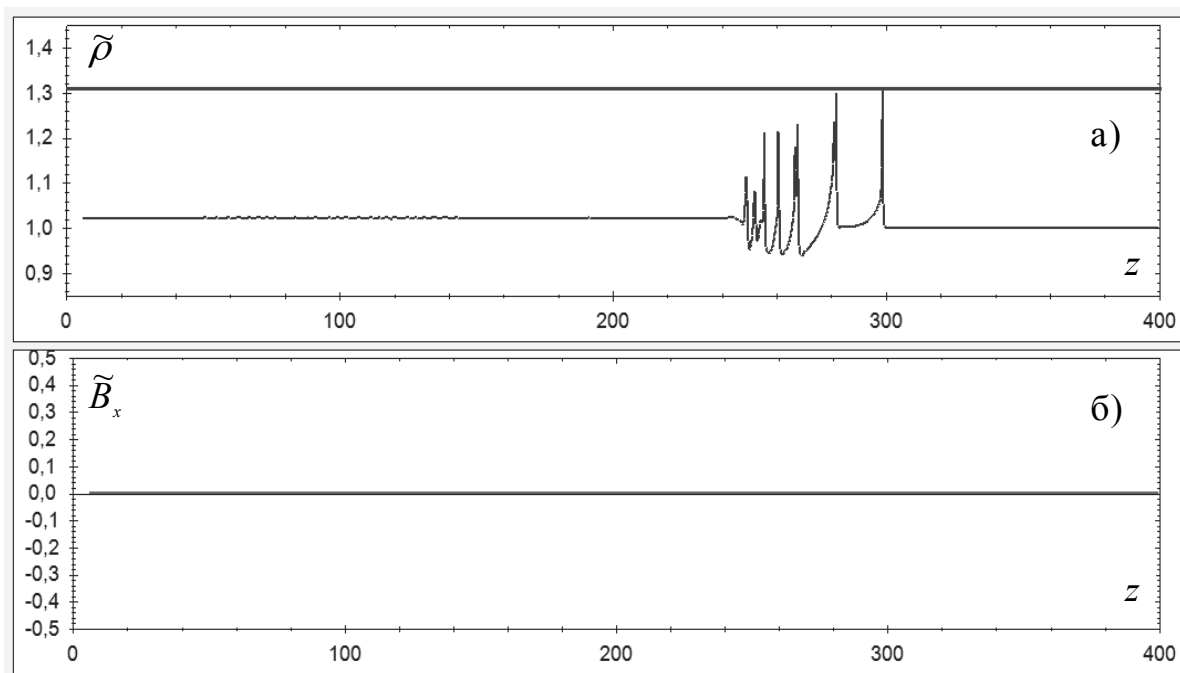


Рис. 1. Результат моделирования эволюции быстрой магнитоакустической волны с начальным распределением в виде “ступеньки”.

Бета плазмы $\beta = \infty$, т.е. внешнее магнитное поле отсутствует. На рис. 1а) показано изменение плотности, на рис. 1б) показано изменение x -компоненты магнитного поля. Показан распад начального возмущения на серию автоволновых импульсов. Аналитическое значение значения амплитуды 0.33. Численное значение амплитуды 0.31. Аналитические значения амплитуд получены на основе результатов представленных в работе [5]

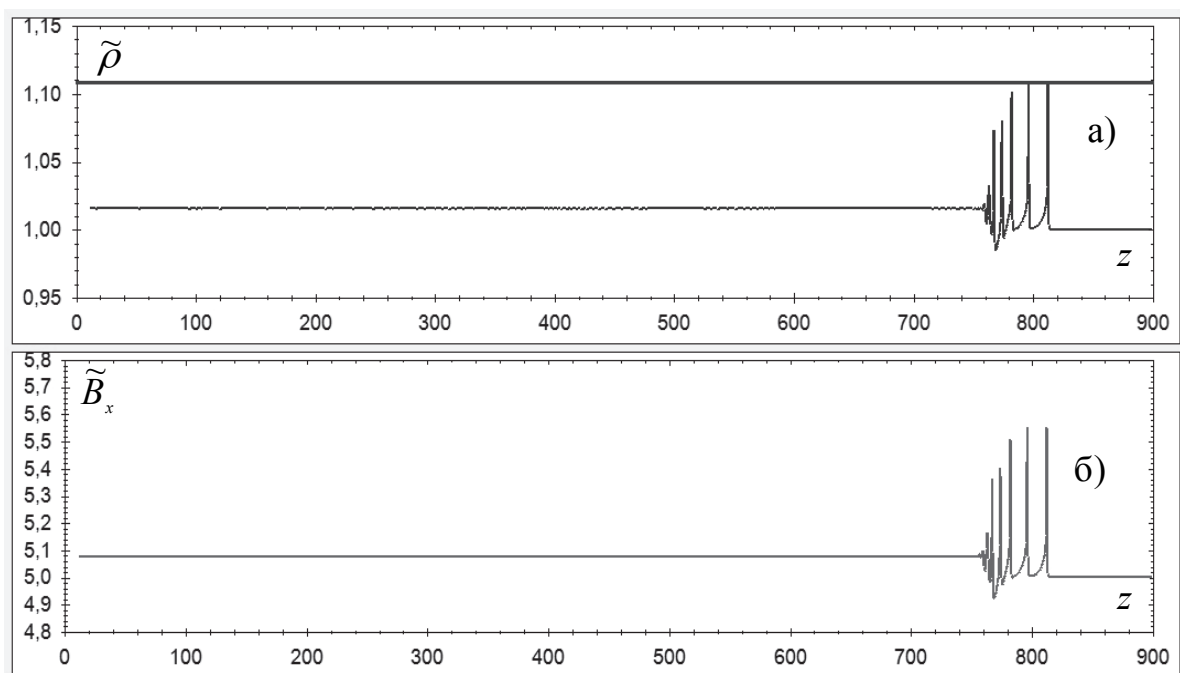


Рис. 2. Результат моделирования эволюции быстрой магнитоакустической волны с начальным распределением в виде “ступеньки”.

Бета плазмы $\beta = 1$. На рис. 2а) показано изменение плотности, на рис. 2б) показано изменение x -компоненты магнитного поля. Показан распад начального возмущения на серию автоволновых импульсов. Аналитическое значение значения амплитуды 0.11. Численное значение амплитуды 0.105

автоволновых импульсов с аналитически предсказанным значением амплитуды (рис. 1 - 3). Также численное моделирование показало, что при увеличении внешнего магнитного поля амплитуда магнитоакустического импульса уменьшается, а длина импульса увеличивается.

В случае же когда угол внешнего магнитного поля параллелен направлению распространения

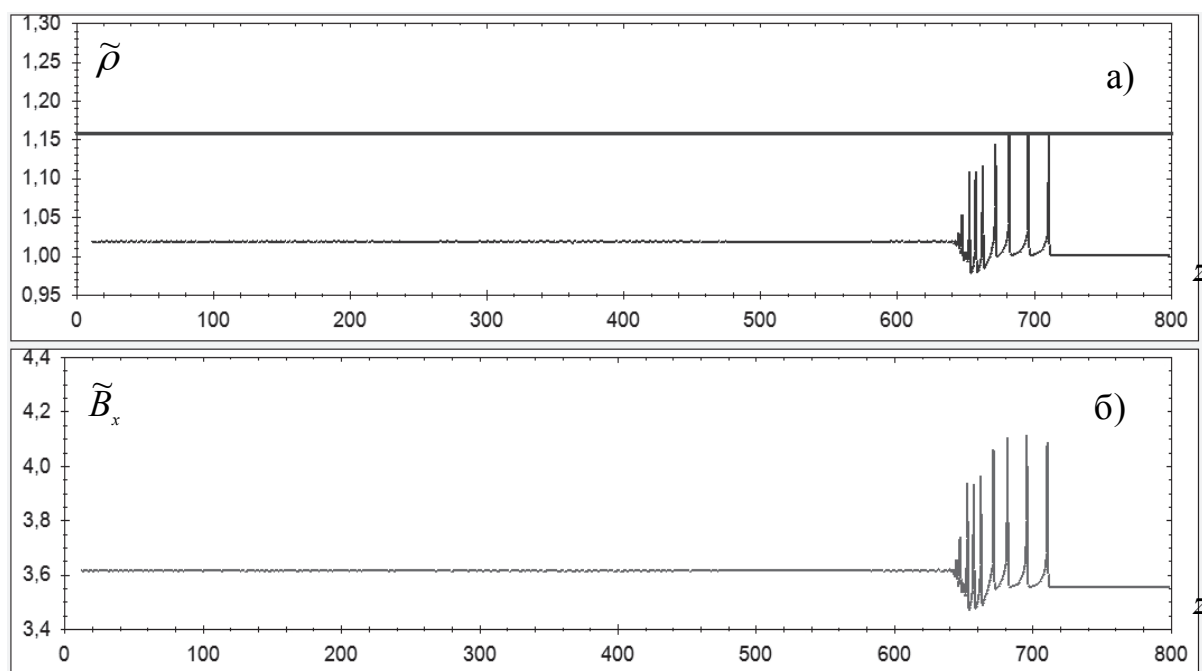


Рис. 3. Результат моделирования эволюции быстрой магнитоакустической волны с начальным распределением в виде “ступеньки”.

Бета плазмы $\beta = 2$. На рис. 3а) показано изменение плотности, на рисунке 3б) показано изменение x -компоненты магнитного поля. Показан распад начального возмущения на серию автоволновых импульсов. Аналитическое значение значения амплитуды 0.17. Численное значение амплитуды 0.16

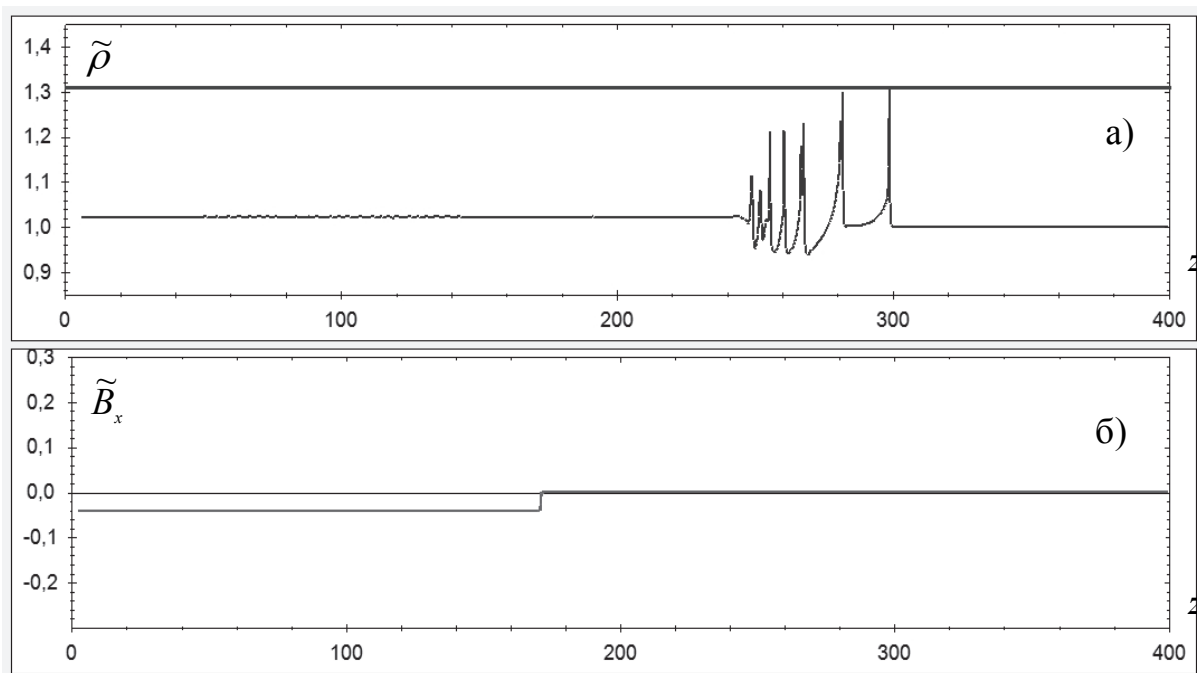


Рис. 4. Результат моделирования эволюции медленной магнитоакустической волны и альфвеновской волны с начальным распределением в виде “ступеньки”.

Бета плазмы $\beta = 2$. На рис. 4а) показано изменение плотности, на рисунке 4б) показано изменение x -компоненты магнитного поля. Показан распад медленной магнитоакустической волны на серию автоволновых импульсов. Альфвеновская волна остается устойчивой. Аналитическое значение значения амплитуды импульса медленной магнитоакустической волны 0.33

волн, медленная магнитоакустическая волна распадается на серию автоволновых импульсов с аналитически предсказанным значением ампли-

туды, а альфвеновская волна остается устойчивой и форма фронта вследствие влияния акустической неустойчивости не меняется (рис. 4).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе продемонстрированы результаты численного моделирования процесс эволюции слабых магнитоакустических возмущений в полностью ионизованной плазменной среде при условии наличие в среде акустической неустойчивости. Для случая параллельного магнитного поля показан распад акустической волны на серию автоволновых импульсов и устойчивость альфвеновской волны. Для случая перпендикулярного магнитного поля показан распад начального возмущения на серию автоволновых импульсов. Численно показано уменьшение амплитуды быстрых магнитоакустических импульсов при увеличении внешнего магнитного поля.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа частично поддержана Минобрнауки РФ, государственное задание на выполнение работ на 2012-2014 годы, шифр 2.560.2011, грантами РФФИ 12-01-31229 мол_а, 13-01-97001 р_поволжье_а, НИР №ГР 01201156352 и Стипендией Президента РФ для молодых ученых и аспиран-

тов, осуществляющих перспективные научные исследования и разработки по приоритетным направлениям модернизации российской экономики 2013-2015 года.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Heyvaerts J.* The thermal instability in a magnetohydrodynamic medium // *Astronomy and Astrophysics.* 1974. V. 37, N. 1. - P. 65-73
2. *Magnetoacoustic Waves of Small Amplitude in Optically Thin Quasi-isentropic Plasmas / V.M. Nakariakov, C.A. Mendoza-Bricoco, S.Ibbócz, H. Miguel // The Astrophysical Journal.* 2000. V. 528, I.2. P. 767-775.
3. *Self-organization of magnetoacoustic waves in a thermally unstable environment / R. Chin, E. Verwichte, G. Rowlands, V.M. Nakariakov // Physics of Plasmas.* 2010. V.17, I.3. P. 032107-032107-12.
4. *Traveling self-sustained structures in interstellar clouds with the isentropic instability / N.E. Molevich, D.I. Zavershinsky, R.N. Galimov, V.G. Makaryan // Astrophysics and Space Science.* 2011. V. 334, Issue 1. P. 35-44
5. *Zavershinskii D.I., Molevich N.E.* A magnetoacoustic autowave pulse in a heat-releasing ionized gaseous medium // *Technical Physics Letters.* 2013. V. 39. I. 8. P. 676-679
6. *Field G.B.* Thermal instability // *Astrophysical journal.* 1965. V. 142. P. 531-567.

NUMERICAL MODELLING OF AUTOWAVE PULSES SEQUENCE GENERATION PROCESS IN THE THERMALLY UNSTABLE PLASMA MEDIUM

© 2014 D.I.Zaveshinskiy^{1,2}, N.E.Molevich^{1,2}, R.N. Galimov²

¹ Samara State Aerospace University named after Academician S.P. Korolyov (National Research University)

² P. N. Lebedev Physical Institute of RAS, Samara Branch

In this article we demonstrated results of the numerical modeling of autowave pulses sequence generation process in thermally unstable plasma medium for the cases of perpendicular and parallel exterior magnetic field
Key words: mathematic modeling, magneto hydrodynamics, thermal instability, autowave pulse.

Dmitriy Zaveshinskiy, Post-Graduate Student of Physics Department of SSAU, Engineer-Researcher of the Theoretical Sector of P. N. Lebedev Physical Institute (Samara branch). E-mail: dimanzav@mail.ru

Nonna Molevich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of the theoretical sector of P. N. Lebedev Physical Institute (Samara branch) and Professor of Physics Department in Samara State Aerospace University (SSAU). E-mail: molevich@fian.smr.ru

Rinat Galimov, Candidate of Physics and Mathematics, Research Engineer of P. N. Lebedev Physical Institute (Samara branch) E-mail: renrk@mail.ru