УДК 629.78 : 681.51

## ЭКОНОМИЧНАЯ РАЗГРУЗКА СИЛОВОГО ГИРОСКОПИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА СИСТЕМЫ ОРИЕНТАЦИИ МИНИ-СПУТНИКА ЗЕМЛЕОБЗОРА ПРИ ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНОМ УПРАВЛЕНИИ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

© 2014 Е.И. Сомов, С.А. Бутырин, С.Е. Сомов

Самарский научный центр Российской академии наук

Поступила в редакцию 09.12.2014

Мини-спутники землеобзора имеют массу от 100 до 500 кг и размещаются на орбитах с высотой полета от 600 до 800 км. Для таких космических аппаратов рассматриваются вопросы цифрового управления силовым гироскопическим комплексом и его экономичной разгрузки от накопленного кинетического момента при широтно-импульсном управлении магнитным приводом и электрореактивными двигателями с физическим запаздыванием.

Ключевые слова: спутник землеобзора, широтно-импульсное управление, запаздывание.

#### СОКРАЩЕНИЯ

ГД – гиродин; КА – космический аппарат; КДУ – комплексная двигательная установка; КМ – кинетический момент; МП – магнитный привод; ОСК – орбитальная система координат; ПМ –поворотный маневр; СБ –солнечная батарея; СГК – силовой гироскопический комплекс; ССК – связанная система координат; ЭРД – электрореактивный двигатель; ШИМ –широтно-импульсная модуляция.

#### введение

Для малых информационных КА актуальны проблемы пространственного наведения и управления ориентацией. Мини-спутники землеобзора применяются для оптико-электронного наблюдения при орбитальной высоте полета от 600 до 800 км, их конструкция содержит крупногабаритные панели СБ для обеспечения энергией электромеханических и магнитных приводов, а также плазменных ЭРД. Исследуемая система управления КА имеет астроинерциальную систему для определения углового положения и следующий состав исполнительных органов: СГК на основе трех гиродинов [1, гл. 4] с цифровым управлением, магнитный привод [2, 3], который создает вектор механического момента за счет взаимодействия с магнитным полем Земли, и КДУ на основе восьми ЭРД. Применяемая схема КДУ [4] обладает возможностью одновременно создавать векторы внешних сил и моментов произвольного направления в системе координат, связанной с корпусом спутника (ССК), за счет использования ШИМ [5] управления тягой ЭРД. Широтно-импульсное управление применяется также и для МП, но при формировании механического момента этого привода следует учитывать, что его значение в ССК существенно зависит от текущего направления вектора индукции магнитного поля Земли [6].

Силовой гироскопический комплекс является основным приводом для управления ориентацией КА, его разгрузка от накопленного КМ выполняется в общем случае при одновременной работе как МП, так и КДУ. При этом магнитный привод является основным, а КДУ – дополнительным приводом для гарантированной разгрузки СГК и основным исполнительным органом для управления орбитальным движением спутника. Одновременное создание векторов внешних сил и моментов произвольного направления с помощью КДУ является актуальной проблемой управления движением как крупногабаритных [7, 8], так и малых [9] информационных спутников.

В статье рассматриваются проблемы многократной [10] дискретной фильтрации и экономичного управления ориентацией мини-спутников землеобзора при разгрузке СГК с помощью МП и КДУ, когда имеются временные запаздывания различных типов [11-14]. В первом разделе представляется методика анализа устойчивости и синтеза цифрового и широтно-импульсного управления

Сомов Евгений Иванович, кандидат технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник отдела "Динамика и управление движением" СамНЦ РАН.

*E-mail: e\_somov@mail.ru* 

Бутырин Сергей Анфимович, кандидат технических наук, старший научный сотрудник отдела "Динамика и управление движением" СамНЦ РАН. E-mail: butyrinsa@mail.ru

Сомов Сергей Евгеньевич, научный сотрудник отдела "Динамика и управление движением" СамНЦ РАН. E-mail: s\_somov@mail.ru

в непрерывно-дискретных системах с тремя типами запаздывания, которая далее применяется для решения задач управления силовым гироскопическим комплексом и его разгрузки.

#### 1. УСТОЙЧИВОСТЬ МНОГОКРАТНЫХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Вводится линейный стационарный объект с кусочно-постоянным управлением

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \, \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \, \mathbf{u}_k(t), \quad \dot{\mathbf{u}}_k(t) = \mathbf{0};$$
$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \, \mathbf{x}(t - T_{zv}); \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \quad (1)$$

где  $t \in T_0 \equiv [t_0, +\infty), t_0 = 0$ , вектор  $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ описывает состояние объекта, вектор-функция управления  $\mathbf{u}_k(t) = \{\mathbf{u}_{jk}(t)\} \in \mathbf{R}^r$  с определением  $\mathbf{u}_k(t_k) = \mathbf{u}_k = \mathbf{v}_{k-1}$  и  $\mathbf{u}_k(t_k + T_{zu}) = \mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{v}_k$ вычисляется в дискретные моменты времени  $t_k + T_{zu}$  и далее при ШИМ управления с физическим запаздыванием  $T_{zu}$ , где  $0 \leq T_{zu} < T_u$ , формируется как

$$u_{jk}(t) = U_{j}^{m} PWM(t - T_{zu}, t_{k}, \tau_{m}, v_{jk});$$
$$U_{j}^{m} = \text{const} > 0 \qquad (2)$$

$$PWM(t,t_k,\tau_m,\mathbf{v}_{jk}) = \begin{cases} \operatorname{sign}_{y_k} & t \in [t_k,t_k+\tau_{jk}) \\ 0 & t \in [t_k+\tau_{jk},t_{k+1}); \end{cases}$$

$$\tau_{jk} = \begin{cases} 0 & |\mathbf{v}_{jk}| \le \tau_m \\ \operatorname{sat}(T_u, |\mathbf{v}_{jk}|) & |\mathbf{v}_{jk}| > \tau_m \end{cases}, \quad t_k = k T_u$$

 $k \in \mathbb{N}_0 \equiv \{0, 1, 2, 3, ...\}$ . Вектор  $\mathbf{v}_k = \{\mathbf{v}_{jk}\} \in \mathbb{R}^+$ представляет дискретную текущую команду –

выход дискретного алгоритма управления, формируемый в дискретные моменты времени  $t_k$ . При цифровом управлении вектор  $\mathbf{u}_k(t)$  фиксируется на полуинтервале времени  $t \in [t_k + T_{zu}t_{k+1} + T_{zu})$ , что при определении функции-фиксатора  $\mathbf{Zh}(t, t_k, \mathbf{v}_{jk}) \equiv \mathbf{v}_{jk} = \mathbf{const} \ \forall t \in T_k \equiv [t_k, t_{k+1})$  представляется в виде

$$\mathbf{u}_{k}(t) = \{\mathbf{u}_{jk}(t)\};$$

$$\mathbf{u}_{jk}(t) = \operatorname{Zh}(t - T_{zu}, t_{k}, \mathbf{v}_{jk}) =$$

$$= \begin{cases} \mathbf{v}_{jk-1}, & t \in [t_{k}, t_{k} + T_{zu}) \\ \mathbf{v}_{jk}, & t \in [t_{k} + T_{zu}, t_{k+1}) \end{cases}$$
(3)

Измерение  $\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t - T_{zy})$  состояния объекта (1) является неполным и выполняется только в моменты времени  $t_s = sT_q$ ,  $s \in \mathbf{N}_0$  с периодом  $T_q \leq T_u$ , кратным периоду управления  $T_u$ , рис. 1.

Для  $T_q < T_u$  при вычислении вектора  $\mathbf{v}_{k+1} = \mathbf{v}(t_{k+1})$  могут использоваться измерения, не более поздние, чем

$$\mathbf{y}(t'_k) \equiv \mathbf{y}(kT_u + n_{vc}T_q) =$$

$$= \mathbf{Cx}((k+1)T_{u} - (n_{zy} + n_{zc})T_{q}), \qquad (4)$$

где  $n_q = T_u / T_q$ ;  $T_{vc} = T_u - T_{zc}$ ;  $n_{vc} = \mathbb{E}[T_{vc} / T_q]$ ;  $n_{zc} = n_q - n_{vc}$ ;  $k = \mathbb{E}[s / n_q]$ ,  $\mathbb{E}[\cdot] -$ символ целой части, причем в общем случае  $T_{zc} \neq T_{zc}' \equiv n_{zc}T_q$ . Пусть при вычислении вектора дискретной команды управления  $\mathbf{V}_k$  применяется дискретный фильтр рекуррентного типа

$$\widetilde{\mathbf{x}}_{s+1} = \widetilde{\mathbf{A}}\widetilde{\mathbf{x}}_s + \widetilde{\mathbf{B}}\mathbf{y}_s, \ \widetilde{\mathbf{x}}_s \in \mathbf{R}^m; \quad \widetilde{\mathbf{y}}_s = \widetilde{\mathbf{C}}\widetilde{\mathbf{x}}_s + \widetilde{\mathbf{D}}\mathbf{y}_s;$$
$$\mathbf{y}_s, \widetilde{\mathbf{y}}_s \in \mathbf{R}^l, \ s \in \mathbf{N}_0$$
(5)



Рис. 1. Схема формирования управления с 3-мя видами запаздывания

с периодом квантования  $T_q$  и выходным сигналом  $\mathbf{y}(t'_k) = \mathbf{y}^{\mathrm{f}}_k = \widetilde{\mathbf{y}}_s |_{s=n_q\cdot k^*}$  при  $t'_k = k^* T_u$ , где  $k^* = \mathrm{E}[(s+n_{zc})/n_q]$  и  $\widetilde{\mathbf{A}}$ ,  $\widetilde{\mathbf{B}}$ ,  $\widetilde{\mathbf{C}}$ ,  $\widetilde{\mathbf{D}}$  – матрицы соответствующей размерности. Сигналы  $\mathbf{y}^{\mathrm{f}}_k$  этого фильтра поступают в обобщенный дискретный динамический регулятор

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{A}_{0d}\hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{B}_{0d}\mathbf{v}_k + \mathbf{Q}_{0d}\mathbf{y}_k^{\mathrm{f}}, \quad \hat{\mathbf{x}}_k \in \mathbf{R}^{p};$$
$$\mathbf{v}_{k+1} = \mathbf{K}_{\mathrm{u}}(\mathbf{r}_{k+1} - \boldsymbol{\chi}\mathbf{C}_0\hat{\mathbf{x}}_{k+1}), \quad (6)$$

с периодом дискретизации  $T_u$ , где  $\mathbf{r}_k = \mathbf{C}_0 \mathbf{x}_k^r$  – сигнал команды,  $\mathbf{r}_k \in \mathbf{R}^l$ ,  $\mathbf{r}_k = \{r_{ik}\}$ ;  $\mathbf{x}_k^r$  – вектор эталонных переменных состояния системы;  $\boldsymbol{\chi}$  – диагональная матрица с элементами, равными 1 либо 0 при замыкании либо размыкании системы по отдельным каналам, а  $\mathbf{A}_{0d}$ ,  $\mathbf{B}_{0d}$ ,  $\mathbf{Q}_{0d}$ ,  $\mathbf{C}_0$  и  $\mathbf{K}_u$  – постоянные матрицы соответствующей размерности. Дискретная модель объекта (1) с цифровым управлением (3) и *учетом запаздывания* имеет представление

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_{d}\mathbf{x}_{k} + \mathbf{A}_{d}^{\vee u}\mathbf{B}_{d}^{\varepsilon u}\mathbf{u}_{k} + \mathbf{B}_{d}^{\vee u}\mathbf{v}_{k};$$

$$\mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{v}_{k}, \quad k \in \mathbf{N}_{0}, \quad (7)$$
пде  $T_{vu} = T_{u} - T_{zu}; \quad \varepsilon_{u} = T_{zu}/T_{u}; \quad v_{u} = T_{vu}/T_{u} = 1 - \varepsilon_{u};$ 

$$\mathbf{A}_{d} = \exp(T_{u}\mathbf{A}) = \mathbf{A}_{d}^{\vee u}\mathbf{A}_{d}^{\varepsilon_{u}}; \quad \mathbf{A}_{d}^{\varepsilon_{u}} = \exp(T_{zu}\mathbf{A});$$

$$\mathbf{A}_{d}^{\vee u} = \exp(T_{vu}\mathbf{A}); \quad \mathbf{B}_{d}^{\varepsilon_{u}} = \int_{0}^{T_{zu}}\exp(\tau\mathbf{A})d\tau\mathbf{B};$$

$$\mathbf{B}_{d}^{\vee u} = \int_{0}^{T_{vu}}\exp(\tau\mathbf{A})d\tau\mathbf{B}.$$
Непрерывно-дискретный объект (1) с ШИМ

Непрерывно-дискретный объект (1) с ШИМ управления (2) является нелинейным, возможно лишь приближенное представление этого объекта в виде линейной дискретной модели. При  $\tau_m = 0, T_{zu} = 0$  и  $\mathbf{x}_k \equiv \mathbf{x}(t_k)$ ;  $\mathbf{u}_k \equiv \mathbf{u}_k(t_k)$  получается нелинейное разностное уравнение вида

 $\mathbf{x}_{_{k+1}} = \mathbf{A}_{_{d}}\mathbf{x}_{_{k}} + \Sigma \mathbf{Q}(\mathbf{\tau}_{_{jk}}) \mathbf{b}_{_{j}} \mathbf{U}_{_{j}}^{_{m}} \operatorname{sign} \mathbf{v}_{_{jk}}$ , где

$$\tau_{jk} = \operatorname{sat}(T_u, |\mathbf{v}_{jk}|); \ \mathbf{Q}(\tau) \equiv \exp((\mathbf{f}_u - \tau)\mathbf{A}) \int_0^\tau \exp(\mathbf{A}) dt \, .$$

С использованием свойств матричной экспоненты и интеграла от нее имеем  $\mathbf{Q}(\tau) = \mathbf{A}_{d}(\mathbf{I} - (\mathbf{A}\tau)/2! + (\mathbf{A}\tau)^{2}/3! - \cdots)\tau$ . Поэтому предполагая выполнение условий  $\tau_{jk} << T_{u}; T_{u} << 2\pi/|\lambda_{i}|$ , где  $\lambda_{i}$  – собственные значения матрицы  $\mathbf{A}$  в (1), выделяется линейная часть матриц  $\mathbf{Q}(\tau_{ik})$  по отношению к  $\tau_{jk} = |\mathbf{v}_{jk}|$  и выполняется линеаризация ШИМ управления, т.е. получается линейная дискретная

модель движения объекта в виде  $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_{d}\mathbf{x}_{k} + \mathbf{B}_{d}\mathbf{v}_{k}$ , где матрица  $\mathbf{B}_{d} = \mathbf{A}_{d}\mathbf{B}\operatorname{diag}\{\mathbf{U}_{j}^{m}\}$ . Линеаризованная дискретная модель объекта (1) с ШИМ управления (2) при  $\tau_{m} = 0$  и *учетом запаздывания* также имеет представление (7), но с матрицами

$$\mathbf{B}_{d}^{\varepsilon_{u}} = \varepsilon_{u} \mathbf{A}_{d} \mathbf{B} \operatorname{diag}\{\mathbf{U}_{j}^{m}\}_{H} \mathbf{B}_{d}^{\nu_{u}} = \nu_{u} \mathbf{A}_{d} \mathbf{B} \operatorname{diag}\{\mathbf{U}_{j}^{m}\}.$$

При векторе команды  $\mathbf{r}_k = \mathbf{0}$  определение устойчивости нулевого решения  $\mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$ ,  $t \in T_0$ ;  $\widetilde{\mathbf{x}}_{s} = \mathbf{0}; \ \hat{\mathbf{x}}_{k} = \mathbf{0}, \ s, k \in \mathbb{N}_{0}$  непрерывно-дискретной системы управления понимается как прямая композиция понятий устойчивости ее непрерывной и дискретной частей. Для исследования устойчивости и получения гарантированных оценок качества линеаризованной модели замкнутой непрерывно-дискретной системы многократного типа, в общем случае с запаздыванием трех типов (при измерении  $T_{zv}$ , при вычислении команды Т<sub>гс</sub> и при физическом формировании управления  $T_{zu}$ ), используются методы пространства состояний линейных систем управления [7-9], а также классические спектральные и частотные методы линейной теории дискретных систем в векторно-матричном представлении. Здесь основная задача состоит в построении эквивалентной дискретной модели с главным периодом  $T_{u}$ , как наибольшему из имеющихся периодов квантования. Решение этой задачи представлено в [10], в результате получаются дискретные модели как замкнутой, так и разомкнутой системы по любого из компонентов выходного вектора относительно любого компонента входного вектора  $\mathbf{r}_{k}$ . Это позволяет выполнить параметрический синтез дискретного фильтра (5) и динамического регулятора (6) для дискретного объекта (7) с цифровым либо линеаризованным управлением с ШИМ и с учетом всех указанных видов запаздывания.

# 2. МОДЕЛЬ УГЛОВОГО ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

В дополнение к ССК Охуг вводятся инерциальная и орбитальная (ОСК) системы координат. Ориентация ССК в инерциальной системе координат определяется кватернионом **Λ** = ( $\lambda_0$ , **λ**), **λ** = { $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$ }, a относительно ОСК  $O x^{\circ} y^{\circ} z^{\circ}$  – кватернионом  $\Lambda^{\circ}$  и векторомстолбцом  $\mathbf{\phi} = \{\phi_1, \phi_2, \phi_3\}$ , который составлен из углов рыскания  $\phi_1 = \psi$ , крена  $\phi_2 = \phi$  и тангажа  $\phi_3 = \theta$ .. Орбита КА считается известной, вектор возмущающих моментов **М**<sup>d</sup> представляется аналитической зависимостью только от кватерниона **Л**° ориентации спутника в ОСК. Пусть  $\omega(t)$  представляет вектор абсолютной угловой скорости корпуса КА,  $\dot{\mathbf{v}}_{o}^{o} = \{0, 0, \dot{v}_{o}\}$  – вектор угловой скорости орбитального движения КА в ОСК, где  $v_{0}(t)$  – истинная аномалия. Далее применяются стандартные обозначения  $\langle\cdot,\!\cdot\,
angle,$  $\{\cdot\} \equiv \operatorname{col}(\cdot), \ [\cdot] \equiv \operatorname{line}(\cdot)$  для векторов,  $[\mathbf{a} \times],$ ?. ? = diag (·), (·)<sup>t</sup> для матриц и (•), ( $\tilde{\cdot}$ ) для кватернионов. Пусть  $\Lambda^{p}(t)$  и  $\omega^{p}(t) = \{\omega_{i}^{p}(t)\}$ представляют кватернион и вектор угловой скорости корпуса КА при его программном движении. Тогда кватернион **E** рассогласования формируется в виде  $\mathbf{E} = (\mathbf{e}_0, \mathbf{e}) = \widetilde{\Lambda}^p(t) \circ \Lambda$ , вектор параметров Эйлера  $\mathbf{E} = \{\mathbf{e}_0, \mathbf{e}\}$  и матрица погрешности ориентации  $\mathbf{C}_e = \mathbf{I}_3 - 2[\mathbf{e}\times]\mathbf{Q}_e$ , где  $\mathbf{Q}_e = \mathbf{I}_3 \mathbf{e}_0 + [\mathbf{e}\times]$  с определителем  $\det(\mathbf{Q}_e) = \mathbf{e}_0$ . При этом вектор  $\delta \boldsymbol{\omega}$  погрешности угловой скорости определяется в ССК как  $\delta \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}_e \boldsymbol{\omega}^p(t)$ .

При получении моделей движения упругого КА используется метод Релея-Ритца-Галеркина в форме метода конечных элементов. Здесь расчет форм колебаний выполняется с редукцией по тонам колебаний, на ЭВМ вычисляются матрицы коэффициентов взаимовлияния движений как твердых, так и деформируемых тел, которые в совокупности составляют конструкцию КА. Принятая модель углового движения мини-спутника землеобзора с упругими панелями СБ и СГК на основе трех гиродинов (ГД) по схеме *Star* (рис. 2) с применением стандартных обозначений имеет вид  $\dot{\Lambda} = \Lambda \circ \omega/2$ ;  $\dot{\Lambda}^{\circ} = (\Lambda^{\circ} \circ \omega - \dot{\nu}_{o}^{\circ} \circ \Lambda^{\circ})/2$ ,

$$\mathbf{A}^{\circ}\{\dot{\boldsymbol{\omega}}, \ddot{\mathbf{q}}, \ddot{\boldsymbol{\beta}}\} = \{\mathbf{F}^{\omega}, \mathbf{F}^{\mathsf{q}}, \mathbf{F}^{\beta}\}, \qquad (8)$$

 $\mathbf{F}^{\omega} = -\mathbf{A}_{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\beta}) \, \boldsymbol{\dot{\beta}} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{G} + \mathbf{M}^{\mathrm{m}} + \mathbf{M}^{\mathrm{e}} + \mathbf{M}^{\mathrm{d}}; \\ \mathbf{A}_{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\beta}) = [\partial \mathbf{H}(\boldsymbol{\beta})) / \partial \boldsymbol{\beta}]; \quad \mathbf{G} = \mathbf{G}^{\mathrm{o}} + \mathbf{D}_{q} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}_{g} \dot{\boldsymbol{\beta}}; \\ \mathbf{F}^{\mathrm{q}} = \{-a_{j}^{\mathrm{q}}\left((\delta^{\mathrm{q}} / \pi)\Omega_{j}^{\mathrm{q}} \dot{\boldsymbol{q}}_{j} + (\Omega_{j}^{\mathrm{q}})^{2} \boldsymbol{q}_{j}\right)\}; \boldsymbol{\omega} = \{\omega_{i}\}; \\ \mathbf{q} = \{q_{j}\}; \ \boldsymbol{\beta} = \{\beta_{i}\}; \quad \mathbf{G}^{\mathrm{o}} = \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{H}(\boldsymbol{\beta}); \\ \mathbf{F}^{\beta} = \mathbf{A}_{\mathrm{H}}^{\mathrm{t}}(\boldsymbol{\beta}) \boldsymbol{\omega} + \mathbf{M}_{b}^{g} + \mathbf{M}_{f}^{g} + \mathbf{M}^{g}; \quad \mathbf{M}_{b}^{g} = \{m_{bi}^{g}\}; \\ \mathbf{M}_{f}^{g} = \{m_{fi}^{g}\}; \quad \mathbf{M}^{g} = \{m_{i}^{g}(t)\}; \quad \mathbf{H}(\boldsymbol{\beta}) = \boldsymbol{\Sigma}\mathbf{H}_{i}(\boldsymbol{\beta}_{i}); \end{cases}$ 

$$\mathbf{A}^{\circ} = \begin{bmatrix} \mathbf{J} & \mathbf{D}_{g} & \mathbf{D}_{g} \\ \mathbf{D}_{g}^{\mathsf{t}} & \mathbf{A}^{q} & \mathbf{0} \\ \mathbf{D}_{g}^{\mathsf{t}} & \mathbf{0} & \mathbf{A}^{g} \end{bmatrix}; \ \mathbf{A}_{\mathsf{H}}(\mathbf{\beta}) = H \begin{bmatrix} -C_{1} & aS_{2} & -aS_{3} \\ -aS_{1} & -C_{2} & aS_{3} \\ aS_{1} & -aS_{2} & -C_{3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{\beta}) = H \begin{bmatrix} -S_1 - aC_2 + aC_3 \\ aC_1 - S_2 - aC_3 \\ -aC_1 + aC_2 - S_3 \end{bmatrix}; \ \mathbf{A}^q = [a_j^q]; \ \mathbf{A}^g = J_g \mathbf{I}_3$$

$$\mathbf{D}_{g} = a J_{g} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \begin{array}{c} S_{i} \equiv \sin \beta_{i}; \\ C_{i} \equiv \cos \beta_{i}; \\ a = \cos(\pi/4); \end{array}$$

$$m_{bi}^{g} = \begin{cases} 0 & |\dot{\beta}_{i}| \leq \dot{\beta}_{g}^{\circ} \\ b_{i}^{g} (\dot{\beta}_{i} - \dot{\beta}_{g}^{\circ} \operatorname{sign} \dot{\beta}_{i}) |\dot{\beta}_{i}| > \dot{\beta}_{g}^{\circ} \end{cases};$$

 $m_{fi}^{g} = \operatorname{Sat}(m_{g}^{f},\dot{\beta}_{i}^{'}/\dot{\beta}_{g}^{o}); m_{i}^{g}(t) = \operatorname{Zh}[m_{g}^{m},\operatorname{Sat}(\operatorname{Qntr}(m_{g}^{o},m_{ik}^{g})),T_{u}];$ где вектор **М**  $^{g}$  (**m**  $_{k}^{g}$ ) = { $m_{i}^{g}(t)$ } представляет механические моменты приводов по осям подвеса ГД, которые формируются по значениям вектора **m**\_{k}^{g} = { $m_{ik}^{g}$ } команд цифрового управления с периодом  $T_{u}^{c}$ . Вектор управляющего момента  $\mathbf{M}^{g}$ , передаваемый СГК на корпус КА, вычисляется как  $\mathbf{M}^{g} = -\mathbf{A}_{\mathrm{H}}(\mathbf{\beta}) \dot{\mathbf{\beta}}$ . Вектор механического момента МП  $\mathbf{M}^{\mathrm{m}}$  формируется по соотношению  $\mathbf{M}^{\mathrm{m}}(t) = \{m_{i}^{\mathrm{m}}(t)\} = -\mathbf{L}(t) \times \mathbf{B}(t)$ , где  $\mathbf{B}(t)$  представляет вектор индукции магнитного поля Земли и вектор электромагнитного момента МП  $\mathbf{L}(t) = \{l_{i}(t)\}$  при периоде ШИМ управления  $T_{u}^{\mathrm{m}} >> T_{u}$  имеет компоненты  $l_{i}(t) \in (-1^{\mathrm{m}}, 0, 1^{\mathrm{m}})$  $\forall t \in [t_{n}, t_{n+1}], t_{n+1} = t_{n} + T_{u}^{\mathrm{m}}; t_{n} = n T_{u}^{\mathrm{m}}, n \in \mathbb{N}_{0}$ . На рис. 3 представлена схема КДУ на основе восьми ЭРД [4]. Здесь орты  $\mathbf{e}_{p}$  осей сопел ЭРД имеют в ССК представления в виде столбцов

$$\mathbf{e}_{1} = -\mathbf{e}_{8} = \begin{bmatrix} C_{\alpha}C_{\beta} \\ C_{\alpha}S_{\beta} \\ S_{\alpha} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{e}_{2} = -\mathbf{e}_{7} = \begin{bmatrix} C_{\alpha}C_{\beta} \\ C_{\alpha}S_{\beta} \\ -S_{\alpha} \end{bmatrix};$$
$$\mathbf{e}_{3} = -\mathbf{e}_{6} = \begin{bmatrix} C_{\alpha}C_{\beta} \\ -C_{\alpha}S_{\beta} \\ S_{\alpha} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{e}_{4} = -\mathbf{e}_{5} = \begin{bmatrix} C_{\alpha}C_{\beta} \\ -C_{\alpha}S_{\beta} \\ -S_{\alpha} \end{bmatrix},$$

где  $S_x = \sin x$ ,  $C_x = \cos x$ ,  $x = \alpha^e$ ,  $\beta^e$ . Обозначим радиус-вектор точки  $O_p$  приложения вектора тяги p-го ЭРД как  $\rho_p$ , которые в ССК представляются векторами-столбцами

$$\boldsymbol{\rho}_{1} = \begin{bmatrix} b_{x} \\ b_{y} \\ b_{z} \end{bmatrix}; \boldsymbol{\rho}_{2} = \begin{bmatrix} b_{x} \\ b_{y} \\ -b_{z} \end{bmatrix}; \boldsymbol{\rho}_{3} = \begin{bmatrix} b_{x} \\ -b_{y} \\ b_{z} \end{bmatrix}; \boldsymbol{\rho}_{4} = \begin{bmatrix} b_{x} \\ -b_{y} \\ -b_{z} \end{bmatrix};$$
$$\boldsymbol{\rho}_{5} = \begin{bmatrix} -b_{x} \\ b_{y} \\ -b_{z} \end{bmatrix}; \boldsymbol{\rho}_{6} = \begin{bmatrix} -b_{x} \\ b_{y} \\ -b_{z} \end{bmatrix}; \boldsymbol{\rho}_{7} = \begin{bmatrix} -b_{x} \\ -b_{y} \\ b_{z} \end{bmatrix}; \boldsymbol{\rho}_{8} = \begin{bmatrix} -b_{x} \\ -b_{y} \\ -b_{z} \end{bmatrix}.$$

Рис. 2. Схема *Star* СГК на основе 3 ГД



Рис. 3. Схема КДУ на основе 8 ЭРД

Каждый ЭРД имеет ШИМ тяги  $p_p(t) = \mathbf{P}^m \operatorname{PWM}(t - T_{zu}^e, t_r, \tau_m, \mathbf{v}_{pr}) \quad \forall t \in [t_r, t_{r+1}]$ с периодом  $T_u^e >> T_u$  и запаздыванием  $T_{zu}^e$   $t_{r+1} = t_r + T_u^e$ ;  $t_r = r T_u^e$ ,  $r \in \mathbf{N}_0$ , где  $\mathbf{P}^m$  – номинальное значение тяги, одинаковое для всех ЭРД. В ССК вектор тяги p-го ЭРД вычисляется по формуле  $\mathbf{P}_p(t) = -p_p(t)\mathbf{e}_p$ , а векторы силы  $\mathbf{R}^e$  и момента  $\mathbf{M}^e$  КДУ – по соотношениям

 $\mathbf{R}^{e} = \Sigma \mathbf{P}_{p}(t) \mathbf{H} \mathbf{M}^{e} = \Sigma [\mathbf{\rho}_{p} \times] \mathbf{P}_{p}(t).$ 

#### 3. ДИСКРЕТНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ИЗМЕРЕНИЙ И ЦИФРОВОЕ УПРАВЛЕНИЕ

Применяемый дискретный рекуррентный фильтр измерений с периодом  $T_q$  имеет дискретную передаточную функции  $W_f(z_q) = (1 + b_1^f)/(1 + b_1^f z_q^{-1})$ ,  $z_q \equiv \exp(s T_q)$  с условием  $W_f(1) = 1$ , где  $b_1^f \equiv -\exp(-T_q/T_f)$  и  $T_f$  – постоянная времени фильтра. Фильтрация дискретного рассогласования по части вектора параметров Эйлера  $\mathbf{E}_s = \{\mathbf{e}_{0s}, \mathbf{e}_s\}$  выполняется с периодом квантования  $T_q$  согласно (5) в виде  $\widetilde{\mathbf{x}}_{s+1} = \widetilde{\mathbf{A}}\widetilde{\mathbf{x}}_s + \widetilde{\mathbf{B}}\mathbf{e}_s$ ;  $\mathbf{e}_s^f = \widetilde{\mathbf{C}}\widetilde{\mathbf{x}}_s + \widetilde{\mathbf{D}}\mathbf{e}_s$ ,  $s \in N_0$  с выходным сигналом  $\mathbf{e}_k^f$ , где диагональные матрицы  $\widetilde{\mathbf{A}}, \widetilde{\mathbf{B}}, \widetilde{\mathbf{C}}, \widetilde{\mathbf{D}}$  имеют элементы  $\widetilde{a}_i = -\mathbf{b}_1^f$ ;  $\widetilde{b}_i = \mathbf{b}_1^f$ ;  $\widetilde{c}_i = -(1 + \mathbf{b}_1^f)$ ;  $\widetilde{d}_i = (1 + \mathbf{b}_1^f)$ .

Собственные динамические свойства информационного мини-спутника существенно зависят от механических характеристик его конструкции. Рассмотрим КА данного класса с массой 400 кг и такими значениями параметров в стандартной размерности:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 50 & -5 & 0 \\ -5 & 130 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{0} & 100 \end{bmatrix}; \quad \begin{array}{l} a_j^q = (25.67 & 28.94 & 22.54); \\ \Omega_j^q = (0.8 & 2.2 & 3.6); \\ \delta^q = 0.005; J_g = 0.05; H = 2. \end{array}$$

При таких параметрах гиросиловая система имеет собственные частоты нутации  $\Omega_i^n$  по каналам в виде набора значений ( $\Omega_i^n$ ) = (1.42 0.88 l) p/c, поэтому при выборе коэффициентов демпфиро-

вания в виде  $b_i^g = 2\xi\Omega_i^n J_g$  со значением  $\xi = 0.8$ СГК обладает существенными демпфирующими свойствами, обусловленными силовым гироскопическим связыванием движений гиродинов и упругих колебаний конструкции КА. В контуре цифрового управления ориентацией КА вектор углового рассогласования  $\varepsilon$  представляется как  $\varepsilon = \delta \phi = {\delta \phi_i} = {-2e_0 e}$ . Его дискретно измеренные и отфильтрованные значения  $\varepsilon_k^f$  используются в нелинейном векторном законе цифрового управления СГК  $\mathbf{m}_k^g = \mathbf{m}_k^g (\varepsilon_k^f, \beta_k, \omega_k^p) = {m_{ik}^g}$ , представленного с векторной "рабочей" переменной  $\mathbf{g}$  в дискретной рекуррентной форме

 $\mathbf{g}_{k+1} = \mathbf{g}_k + \mathbf{\varepsilon}_k^{\mathrm{f}}; \quad \mathbf{m}_k^g = -\mathbf{A}_{\mathrm{H}}^{\mathrm{t}}(\mathbf{\beta}_k) \left(\mathbf{\omega}_k^p + \mathbf{K}^g(\mathbf{\varepsilon}_k^{\mathrm{f}} + a_g \mathbf{g}_k)\right).(9)$ Здесь диагональная матрица  $\mathbf{K}^{g} = [k_{i}^{g}]$  и скалярный параметр  $a_g = T_u / T_1$ , где  $T_1$  является постоянной времени изодрома. Параметры данного закона были синтезированы по методике раздела 1, с учетом запаздывания при измерении  $T_{zy} = 0.125$  с. Для значений  $k_i^g = 0.25$ ,  $T_u = 2$  с и  $T_1 = 22$  с были рассчитаны переходные процессы в гиросиловой системе стабилизации спутника, замкнутой нелинейным законом управления СГК (9), результаты представлены на рис. 4. Здесь начальные условия при t = 0 заданы в виде  $\phi(0) = 1$  град. по углам ориентации КА и нулевые условия по всем остальным переменным, использованы параметры ГД  $\dot{\beta}_{g}^{\circ} = 5 \ 10^{-6} \text{ p/c}, m_{g}^{f} = 10^{-3}$  Нм и учтен дискретный шум с нормальным законом распределения при измерении углового положения спутника в каждом канале со среднеквадратичным отклонением  $\sigma^{m} = 10$ угл. сек. Нетрудно убедиться, что переходные процессы по углам ориентации и угловым скоростям корпуса спутника имеют приемлемые показатели демпфирования упругих конструкции КА и время регулирования составляет ≈ 30 с. Нелинейный цифровой закон управления

Нелинейный цифровой закон управления СГК (9) был исследован применительно к миниспутнику землеобзора на солнечно-синхронной



Рис. 4. Процессы в замкнутой системе

орбите с высотой полета 600 км. На рис. 5 представлена схема землеобзора с двумя маршрутами трассовой сканирующей оптико-электронной съемки, где указаны пунктирная линия трассы спутника, первый маршрут М1 в направлении надира, след линии визирования бортового телескопа при выполнении поворотного маневра спутника и второй маршрут М2 с отклонением линии визирования телескопа от надира по крену на угол 30 град. Программа углового наведения спутника была синтезирована с учетом ограничения на модуль вектора угловой скорости корпуса КА в виде  $|\omega(t)| \le 0.35$  град/с. Принятые длительности временных интервалов таковы: маршрут  $M_1$  при  $t \in [0,20)$  с, ПМ при *t* ∈ [20,180) с и маршрут М<sub>2</sub> при *t* ∈ [180,240] с. Результаты компьютерной имитации углового движения КА при реализации указанной программы наведения представлены на рис. 6 в виде погрешностей стабилизации по углам ориентации и угловым скоростям, а также значений углов поворота всех трех ГД.

### 4. ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНОЕ УПРАВЛЕНИЕ МАГНИТНЫМ ПРИВОДОМ

Как отмечено выше, МП является основным исполнительным органом системы разгрузки СГК от накопленного КМ. Будем считать, что при  $t_n = n T_u^m \quad \forall t \in [t_n, t_{n+1}]$  известны значение **В**(*t*) вектора индукции магнитного поля Земли и значение потребного уменьшения вектора накопленного КМ СГК **Н**<sub>n</sub><sup>a</sup>. Тогда определяется зна-



Рис. 5. Схема землеобзора с 2 маршрутами



Рис. 6. Ошибки стабилизации и углы ГД

чение потребного *импульса* момента  $\mathbf{M}_{n}^{p}$  разгрузки СГК как  $\mathbf{M}_{n}^{p} = -\mathbf{H}_{n}^{a}$ , вычисляются орты  $\mathbf{b}_{n} \equiv \mathbf{B}_{n} / || \mathbf{B}_{n} ||$ ,  $\mathbf{m}_{n} \equiv -\mathbf{H}_{n}^{a} / || \mathbf{H}_{n}^{a} ||$  и мера их близости  $\mathbf{K} = \langle \mathbf{b}_{n}, \mathbf{m}_{n} \rangle$ . Импульс момента  $\mathbf{M}_{n}^{p}$  распределяется между МП и КДУ в форме  $\mathbf{M}_{n}^{p} = \mathbf{M}_{n}^{pm} + \mathbf{M}_{n}^{pe}$ , где  $\mathbf{M}_{n}^{pm} = \mathbf{b}_{n} \times (\mathbf{M}_{n}^{p} \times \mathbf{b}_{n})$  и вектор  $\mathbf{M}_{n}^{pe} = \mathbf{b}_{n} \langle \mathbf{M}_{n}^{p}, \mathbf{b}_{n} \rangle$ . Анализируя зависимость вектора  $\mathbf{M}_{n}^{pm}$  от орта  $\mathbf{b}_{n}$  и вектора  $\mathbf{M}_{n}^{p} = -\mathbf{H}_{n}^{a}$  с ортом  $-\mathbf{m}_{n}$ , нетрудно сообразить, что при  $|\mathbf{K}| = 1$  получается  $\mathbf{M}_{n}^{pm} = \mathbf{0}$ , т.е. в такой ситуации МП не способен создавать механический момент в требуемом направлении. Поэтому принята такая логика применения КДУ: если  $|\mathbf{K}| \leq \cos(\pi/3) = 1/2$ , то КДУ не включается, так как ресурсы МП допускают эффективную раз-

грузку СГК. Этот прием обеспечивает экономию расхода топлива КДУ. Вектор импульса  $\mathbf{L}_{n}^{p} = \{l_{in}^{p}\}$  потребного электромагнитного момента МП определяется как  $\mathbf{L}_{n}^{p} = \mathbf{b}_{n} \times \mathbf{M}_{n}^{pm} / \| \mathbf{B}_{n} \|$ , при этом вычисляются значения  $s_{in} = \operatorname{sign} l_{in}^{p}$ ,  $\tilde{\tau}_{in} = l_{in}^{p} / 1^{m}$  и далее если  $\max(\tilde{\tau}_{in}) = \tilde{\tau}_{in}^{m} > T_{u}^{m}$ , то формируются значения  $\tau_{in} = T_{u}^{m} \tilde{\tau}_{in} / \tilde{\tau}_{in}^{m}$ , которые вместе со значениями S<sub>in</sub> используются при ШИМ управления магнитным приводом. При этом обеспечивается экономичность МП в отношении потребляемой энергии, в среднем ≈ 35 % в сравнении со стандартрелейно-логическими законами ными управления MП [2,3]. В качестве примера, пусть в ССК задан вектор накопленного КМ СГК в виде вектора-столбца  $\mathbf{H}^{a} = \{1,1,1\}$  Нм и корпус миниспутника стабилизируется в ОСК. При значении  $1^{m} = 10$  Ам<sup>2</sup> и периоде ШИМ управления МП Т.<sup>m</sup> = 16 с на рис. 7 представлены компоненты  $l_i(t)$  вектора электромагнитного момента  $\dot{\mathbf{L}}(t)$  МП, а на рис. 8 – компоненты  $m_i^{\mathrm{m}}(t)$  вектора его механического момента  $\mathbf{M}^{m}(t)$  в ССК. Отметим, что такая магнитная разгрузка выполняется на интервале времени  $t \in [978, 1040]$  с при значениях  $|\kappa| \leq 1/2$ .

## 5. ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНОЕ УПРАВЛЕНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКОЙ

Орты  $\mathbf{r}_p$  векторов  $\mathbf{\rho}_p$  вычисляются как  $\mathbf{r}_p = \mathbf{\rho}_p / \mathbf{\rho}, \mathbf{\rho} = \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}$ . При обозначениях  $\mathbf{\tau}_r = \{\mathbf{\tau}_{pr}\}; \mathbf{D}^e = \{[\mathbf{e}_p], [\mathbf{r}_p \times \mathbf{e}_p]\}; \mathbf{\tilde{r}}^{pg} = \mathbf{R}^{pg} / \mathbf{P}^m;$  $\mathbf{\tilde{m}}^{pg} = \mathbf{M}^{pg} / (\mathbf{P}^m \mathbf{\rho}); \mathbf{t}^{pg} = \{\mathbf{\tilde{r}}^{pg}, \mathbf{\tilde{m}}^{pg}\},$  где векторы  $\mathbf{R}^{pg}$  и  $\mathbf{M}^{pg}$  представляют *импульсы* векторов сил  $\mathbf{R}^e$  и моментов  $\mathbf{M}^e$  КДУ, заданные в ССК, проблема заключается в решении уравнения  $\mathbf{D}^e \mathbf{\tau}_r = \mathbf{t}^{pg}$ , где  $\mathbf{\tau}_r \in R_+^8$  и  $\mathbf{t}^{pg} \in R^6$ , относительно компонентов вектора-столбца  $\mathbf{\tau}_r = \{\mathbf{\tau}_{pr}\}$ 



Рис. 7. Электромагнитные моменты МП

при условии  $0 \leq \tau_{pr} \leq T_u^e \quad \forall p = 1 \div 6$ , когда матрица  $\mathbf{D}^e$  и вектор-столбец  $\mathbf{t}^{pg} \in R^6$  заданы. С применением псевдообратной матрицы  $(\mathbf{D}^e)^{\#} \equiv (\mathbf{D}^e)^t (\mathbf{D}^e (\mathbf{D}^e)^t)^{-1}$  разработанный закон распределения длительностей  $\tau_{pr}$  тяги всех 8 ЭРД в составе КДУ на каждом полуинтервале ШИМ управления с периодом  $T_u^e$  при указанных условиях имеет следующую алгоритмическую форму:  $\widehat{\boldsymbol{\tau}}_r \cong \{\widehat{\boldsymbol{\tau}}_{pr}\} = (\mathbf{D}^e)^{\#} \mathbf{t}^{pg}; \quad \widetilde{\boldsymbol{\tau}}_{pr} =: \widehat{\boldsymbol{\tau}}_{pr} - \min(\widehat{\boldsymbol{\tau}}_{pr});$ *if*  $q \equiv \max(\widetilde{\boldsymbol{\tau}}_{pr}) > T_u^e$  *then*  $\boldsymbol{\tau}_{pr} = \widetilde{\boldsymbol{\tau}}_{pr} - T_u^e \widetilde{\boldsymbol{\tau}}_{pr}/q$ 

Рис. 9 представляет результаты имитации ШИМ управления тягой 8 ЭРД КДУ при параметрах  $b_x = 1$  м,  $b_y = 0.7$  м,  $b_z = 0.6$ м;  $\alpha^e = \pi/3$ ,  $\beta^e = \pi/6$ ;  $T_u^e = 16$  с;  $\tau_m = 0.25$  с;  $T_{zu}^e = 0.25$  с;  $P^m = 0.083$  H, когда заданы векторы импульсов силы  $\mathbf{R}^{pg} = \{2,4,-2\}$  Hс и момента  $\mathbf{M}^{pg} = \{1,1,1\}$  Нмс. Если вектор потребного импульса силы  $\mathbf{R}^{pg} = \mathbf{0}$ , то КДУ на основе плазменных ЭРД обеспечивает только разгрузку силового гироскопического комплекса.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Кратко рассмотрены методы анализа устойчивости и синтеза цифрового и широтно-импульсного управления в линейных стационарных системах при наличии многократной дискретной фильтрации измерений и временных запаздываний различных типов. Представлены результаты по цифровому гиросиловому управлению движением мини-спутника землеобзора и по широтно-импульсному управлению магнитным и плазменным приводами при разгрузке силового гироскопического комплекса, экономичной в отношении ресурсов энергии и топлива.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 14-08-01091, 14-08-91373) и отделения ЭММПУ РАН (программа фундаментальных исследований № 14).



Рис. 8. Механические моменты МП



Рис. 9. Временные диаграммы тяги ЭРД и нормированных импульсов силы и момента КДУ

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Кульба В.В., Микрин Е.А., Павлов Б.В., Платонов В.Н. Теоретические основы проектирования информационно-управляющих систем космических аппаратов. М.: Наука, 2006.
- Коваленко А.П. Магнитные системы управления космическими летательными аппаратами. М.: Машиностроение, 1975.
- Алтапов А.П., Драновский В.И., Салтыков Ю.Д., Хорошилов В.С. Динамика космических аппаратов с магнитными системами управления. М.: Машиностроение, 1978.
- Давыдов А.А., Игнатов А.И., Сазонов В.В. Применение реактивных двигателей для управления поступательным движением КА одновременно с разгрузкой кинетического момента электромеханических исполнительных органов // Препринты ИПМат РАН. 2006, № 082.
- Дискретные нелинейные системы [под ред. Ю.И. Топчеева]. М.: Машиностроение, 1982.
- Nakajima Y., Murakami N., Ohtani T., Nakamura Y., Hirako K., Inoue K. SDS-4 attitude control system: inflight results of three axis attitude control for small satellites // Proceedings of 19th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace. 2013. P. 283-288. URL: http://www.ifac-papersonline.net Detailed/63213.html

(дата обращения 21.11.2014).

- Платонов В.Н. Одновременное управление движением центра масс и вокруг центра масс при маневрах космических аппаратов на геостационарной и высокоэллиптических орбитах с использованием электрореактивных двигателей // Космическая техника и технологии. 2013. №1. С. 56-65.
- Garulli A., Giannitrapani A., Leomanni M., Scortecci F. Autonomous low-Earth-orbit station-keeping with electric propulsion // Journal of Guidance Control and Dynamics. 2011. Vol. 34. No. 6: P. 1683 -1693.
- Rayburn C.D., Campbell M.E., Mattick A.T. Pulsed plasma thruster system for microsatellites // Journal of Spacecraft and Rockets. 2005. Vol. 42. No. 1. P. 161–170.
- Иванов В.А., Ющенко А.С. Теория дискретных систем автоматического управления. М.: Наука, Физматмит, 1983.
- Sami Fadali M., Visioli A. Digital Control Engineering. 2nd Ed. Burlington: Academic Press. 2012.
- Madsen J.M., Shieh L.S., Guo S.M. State-state PID Controller design for multivariable analog systems with multiple delays // Asian Journal of Control. 2006. Vol. 8, No. 2. P. 161-173.
- Стрейц В. Метод пространства состояний в теории линейных дискретных систем управления. М.: Наука, 1985.
- 14. Сомов Е.И. Робастная стабилизация упругих кос-

мических аппаратов при неполном дискретном измерении и запаздывании в управлении // Известия РАН. Теория и системы управления. 2001. № 2. С. 124-143.

# ECONOMICAL UNLOADING A GYRO MOMENT CLUSTER OF A LAND-SURVEY MINI-SATELLITE ATTITUDE SYSTEM AT PULSE-WIDTH CONTROL WITH DELAY

© 2014 Ye.I. Somov, S.A. Butyrin, S.Ye Somov

Samara Scientific Center, Russian Academy of Sciences

For the land-survey mini-satellites we consider some problems on digital control of a gyro moment cluster and its economical unloading from accumulated angular momentum by pulse-width control of magnetic driver and the plasma electro-reaction engines with physical delay. *Key words*: land-survey mini-satellite, pulse-width control, delay.

Yevgeny Somov, Candidate of Technics, Associate Professor, Leading Research Fellow at the Dynamics and Motion Control Department of Samara Scientific Centre, Russian Academy of Sciences. E-mail: e\_somov@mail.ru

Sergey Butyrin, Candidate of Technics, Senior Research Fellow at the Dynamics and Motion Control Department of Samara Scientific Centre, Russian Academy of Sciences. E-mail: butyrinsa@mail.ru

Sergey Somov, Research Fellow at the Dynamics and Motion Control Department of Samara Scientific Centre, Russian Academy of Sciences. E-mail: s somov@mail.ru