

МЕТОДОЛОГИЯ ПОСТРОЕНИЯ И ОПТИМИЗАЦИИ ФОРМАЛИЗОВАННОГО ОПИСАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ИЗГОТОВЛЕНИЯ АГРЕГАТОВ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

© 2014 С. Ф. Глустенко

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет)

Поступила в редакцию 25.12.2014

Предложена методика проектирования и синтеза последовательностей операторов преобразования сборочно-монтажного пространства. Механические связи между собираемыми элементами конструкции моделируются согласно схемы пространственной взаимосвязи сборочных единиц конструкции, начальных и граничных условий. Рассмотрены методы синтеза структур из номенклатуры сборочных элементов изделия, представленных на количественном и качественном уровне матрицами состояний согласно общего графа сборки агрегата. Топология соединений описывается методами аналитической геометрии, теории расписаний и др., а также матриц перемещений и технологическими операторами, описывающих на каждом переходе движение как изменение вектора состояний системы. *Ключевые слова:* сборочные операции, оператор, преобразование, точность, контур, структура, алгоритм, базы, матрицы, модели.

Принципы синтеза технологических проектов агрегатной сборки в авиационном производстве формально представляются как некоторая последовательность дискретных задач, каждой из которых соответствуют конкретные алгоритмы. Принципы построения их имеют сходную методику, но в зависимости от уровня иерархии в конструктивном представлении самолета имеют различную сущность по содержанию. Это информационная база в электронно-цифровом виде, например по изделию в целом представляется как эталон – макет летательного аппарата, непосредственно ТП, а дискретно-подготовки производства, ресурсно-материальные потоки, в нем потенциал трудовых ресурсов, качество процессов и состояние системы и др.

Модель системы ТП в виде графа позволяет ввести индексные функции показателей производственных переходов в виде связей по дугам графа $f_i(x_{i,j})$, которые могут иметь достаточно сложный вид. Функции задаются аналитически или алгоритмически.

Для процессов преобразований сборочного пространства при выполнении ТП операции представляются как n -шаговый процесс реализации решений с операторами переходов $A_i = f(s_{i-1}, u_j) = x_{i-1} + u_j = x_i$. Результат перехода определяется функцией:

$$f_i(s_{i-1}, u_j) = f_i \{x_{i-1}, x_i(u_j)\}.$$

Одной из оценок достоверности модели является сумма всех погрешностей $X(t) = \sum \mu_i + Ct$, где μ_i – внешние факторы, Ct – параметры исходной модели технологии сборки. Тогда законы распределения погрешностей по времени течения ТП могут быть достаточно разнообразными и в наиболее объективной форме имеют вид:

$$\varphi_{\Sigma t} = \frac{1}{t_i - t_0} \int_{t_0}^{t_i} \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[x - \mu_0 - Ct(t)]^2}{2\sigma_0^2}} dt.$$

Так как установившиеся ТП являются детерминированными только по задаваемым программам управления и производственной и конструкторско-технологической документации, то необходимо пооперационные этапы обеспечивать управляемыми процессами анализа ситуации, принятия решений и формирования команд в информационной системе для стабилизации устойчивости производства. В зависимости от условий сборки в целом решения могут вырабатываться по математическим моделям линейного, достаточно универсального и отработанного, и динамического программирования. Освоение ТП связано в большей степени с динамическим программированием, позволяющим свести поставленную сложную задачу со многими переменными ко многим задачам с малым числом переменных. При этом существенно ускоряется процесс принятия решения при сокращении объема вычислений. Одним из эффективных методов динамического программирования для сборочных процессов является метод рекуррентных соотношений на основе принципа оптимальности Р.

*Глустенко Станислав Федотович, кандидат технических наук, доцент кафедры обработки металлов давлением.
E-mail: titan250@mail.ru*

Беллмана, согласно которому каковы бы ни были начальные состояния на любом шаге и управление, выбранное на этом шаге, последующие управления должны определяться как оптимальные относительно состояния, к которому придет система в конце данного i -го шага. При этом гарантируется, что управление, выбранное на любом шаге, не локально лучшее, а лучшее с точки зрения процесса в целом. Функция дискретного перехода соответствует содержанию задачи и адекватному переходу в системе автоматизированного проектирования технологических процессов (САПР ТП) сборки.

Распечатки карт технологических процессов являются исходной информацией в таких условиях, где непрерывный управляемый процесс представляется как дискретный по переходам и операциям. Проблема заключается в правильном выборе и постановке задачи оптимизации для обеспечения требуемого решения и его точности достаточной.

Так как общий граф сборочного пространства является его моделью, то в областях допустимых вариаций параметров топологических схем взаимосвязанных процессов применимо рекуррентное уравнение:

$$F_{i-1}(x_{i-1}) = \max \left\{ \begin{array}{l} f_i(x_{i-1}, x_i(u_j)) + \\ + F_i(x_i(u_j)) \end{array} \right\}, i=1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

где F – функция качества перехода, и $F_n(x_n) = 0$

Для обеспечения процесса шаговой оптимизации ТП вводим ограничения на множество допустимых путей переходов состояний в виде дуг графа как множества решений соответствующих задач. Узлы, сгруппированные по уровням, соответствующим шагам переходов, образуют множества x_0, x_1, \dots, x_N , где x_0 и x_N содержат по одному узлу. Параметры дуг рассчитываются по специальным алгоритмам для исследуемых множеств.

Такой подход является одним из эффективных путей решения задачи проектирования конкретной производственной деятельности при представлении сборки в виде модели, как ориентированного графа.

В рамках решения этой задачи выбора оптимального по ряду критериев проекта ТП в работе рассматривается выбор, оценка и синтез последовательности операторов преобразования сборочно-монтажного пространства.

Сложная задача сборки, монтажа узлов, агрегатов, систем оборудования летательных аппаратов подразумевает использование достаточно большого количества операций с ограниченным набором инструмента и оснастки, которые должны быть не независимыми, а объединенны-

ми иерархически: некоторый оператор отражает факт принадлежности компонентов, рассматриваемых в задаче, конкурентному множеству, например, множеству реальных элементов узла сборки, монтажа; другие операторы свидетельствуют о разбиении этого множества компонентов на подмножества, например, под сборки, функциональные модули, каждая из которых могут, в свою очередь распадаться на подподмножества, о чем должны свидетельствовать операторы следующего более глубокого уровня; третьи описывают переход технологической системы из одного состояния в другое и т.д. Однако, сколько бы уровней рассмотрения ситуации ни понадобилось при решении поставленной задачи, отражения ее компонентов в виде высказываний, моделей и т.д., в конечном счете сводят семантику этих высказываний как содержательную интерпретацию моделей к констатации наличия определенных физических свойств у узла, агрегата, системы, а также выбора процесса сборки.

В задачах проектирования ТС необходимо совместить аналитическую взаимосвязь между параметрами уравнения и параметрами решения, одновременно с этим выразить эту взаимосвязь в виде алгоритма управляющих воздействий на системы разного рода. Таким образом, можно совместить в параметрическом виде исходное уравнение и его решение, получив параметрическую структуру, изменение которой с течением времени анализируется для получения оптимального параметрического пространства решений, в котором выбираются устойчивые состояния ТП.

Рассмотрим параметрические формы $a_1(A_1, A_2, t)$ и $a_2(A_3, A_4, t)$, описывающие состояния ТС:

$$\begin{aligned} w_b^*(t) &= A_1 + A_2 w_b^{*2}(t); \\ w^*(t) &= A_3 - A_4 w^{*2}(t), \end{aligned} \quad (2)$$

где w_b^* – динамика выполнения операции; w^* – динамика подготовки производства для выполнения операции; A_1 – параметр ресурсов; A_2 – параметр эффективности; A_3 – параметр, характеризующий индекс качества операции; A_4 – параметр, характеризующий неустойчивость по некоторому критерию операции (фактор рисков). Уравнение, описывающее состояние ТС, представляет частный случай уравнения Риккати, которое в первом приближении решается в квадратурах, причем считаем, что $w(t)$ и $wb(t)$ – наблюдаемые фазовые координаты соответствующих векторов состояний в начале или в конце фиксированного промежутка времени наблюдений за группой $a_1(A_1, A_2, t)$, $a_2(A_3, A_4, t)$.

В качестве достаточных приближений значений для $w(t)$ и $wb(t)$ в детерминированных усло-

виях процесса выбираем:

$$w_b^*(t) = tg(\sqrt{A_1 A_2 t}) \frac{\sqrt{A_1}}{\sqrt{A_2}}; \quad (3)$$

$$w^*(t) = th(\sqrt{A_3 A_4 t}) \frac{\sqrt{A_3}}{\sqrt{A_4}}. \quad (4)$$

Решения уравнений (1)-(2), полученные для $w_b(t)$ и $w(t)$, удовлетворяют аналогичным уравнениям в определённой метрике t .

Однако формы решения могут свидетельствовать о неучтённых факторах при описании состояния ТС, влияющих на неустойчивую природу взаимодействия учитываемых факторов. Тогда получаемые решения в виде нелинейных неустойчивых кривых, которые имеют особые точки, можно отнести к интервальным системам решений задач оптимизации ТП в дискретных сборочных пространствах. Это может быть связано с изменением маршрутов или содержания процессов сборки, вследствие чего вводятся дополнительные связи между компонентами производства агрегатов.

При более точных условиях измерения фазовых координат $w_b(t)$ и $w(t)$ в этом случае исходные уравнения имеют вид:

$$w_b(t) = A_1 + A_2 w_b^2(t) + A_5 \sin[w_b(t)t + \phi_{b0}] \alpha^*(t) - A_5 \cos[w_b(t)t + \phi_{b0}] \beta^*(t); \quad (5)$$

$$w(t) = A_8 + A_4 w^2(t) - w_b^2(t) A_6 + A_7 \sin[w^*(t)t + \phi_{b0}] \alpha^*(t) - A_7 \cos[w^*(t)t + \phi_{b0}] \beta^*(t), \quad (6)$$

где $\alpha^*(t)$ – функция, учитывающая характер поставки материалов и комплектующих, изменения конструкторско-технологической информации и др. полученная после подстановки $w_b(t)$ и $w(t)$ в уравнение, описывающее характер колебаний по α ; $\beta^*(t)$ – функция, характеризующая поставки для последующих процессов сборки при установленной их ритмичности, получаемая после подстановки $w_b(t)$ и $w^*(t)$ в уравнение динамики колебаний по β ; A_5 – параметр, характеризующий устойчивость операции при межцеховых колебаниях объёмов и номенк-

латуры поставок материалов и комплектующих, A_6 – параметр, характеризующий степень освоения в цехе указанных сборочных процессов, A_7 – параметр, учитывающий возможные переналадки и переустройства рабочих мест исполнителей, ϕ_{b0} – начальная фаза сезонных изменений.

Сгруппировав слагаемые ряда в уравнениях (5)-(6) по степеням $t: t, t^3, \dots$, т. е., получаем несколько уровней классификации состояния системы ТП. Получение решения в виде ряда по степеням t определяет, какие параметры влияют на форму кривых $w_b(t)$ и $w(t)$, одновременно формируя управляющее воздействие для получения нужных форм $w_b(t)$ и $w(t)$. Форма фазовой координаты $w_b(t)$ в данном случае является искомой для текущего фазового пространства состояний сборочных позиций.

Процессы оптимизации ТС определяют производственную стратегию сборочных процессов. В инвариантной ТС итерациональный процесс поиска экстремума связан с заданием соответствующих начальных условий в дифференциальных соотношениях, выражающих баланс основных процессов, причем параметрически изоморфных. Параметрический изоморфизм ведет к новым классификациям и описанию конечномерных представлений. Получаем дискретные функции состояния ТС разложением в ряд базовой целевой функции по базисным векторам, причем коэффициенты разложения являются собственными значениями линейного оператора $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$, которым соответствуют вероятностные представления, рассчитываемые как плотности вероятностей такого состояния. Изображение оригинала заданной вероятности в комплексной области рассчитывается как

$$\frac{s!}{(p + \lambda)^{n+1}}, \quad (7)$$

где s – количество факторов и их выборочных значений в распределениях-композициях; p – комплексная величина; λ – параметр-статистика, выражающий собственные значения линейных операторов, которые при преобразованиях технологического пространства сборки определяют инвариантность тензоров и тензорных функций относительно ортогональных преобразований.

Ортогональные тензоры $Q: E \xrightarrow{L} E$ осуществляют повороты и зеркальные отображения (рис.1), при этом они сохраняют длины векторов, углы между ними и переводят один ортонормированный базис в другой. Определим понятие инвариантности тензора $A: E \xrightarrow{L} E$ относительно ортогонального тензора $Q: E \xrightarrow{L} E$.

Определение 1. Тензор A называется инвариантным относительно тензора Q , если A удовлетворяет равенству

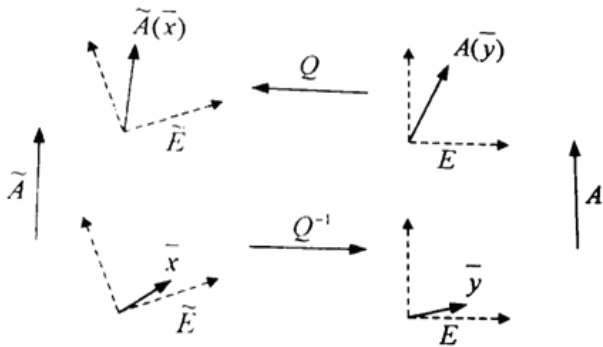


Рис. 1. Вариативные преобразования технологического пространства сборки

$$A = Q \circ A \circ Q^{-1}. \quad (8)$$

Уточним геометрический смысл этого понятия. Пусть Q – ортогональный тензор, осуществляющий поворот любого вектора в пространстве E ($\dim E=3$) на заданный угол вокруг оси, ортогональной плоскости чертежа (рис. 1).

Воспользуемся для наглядности искусственным построением: несмотря на то, что Q действует из пространства E в пространство E , будем считать, что Q действует из пространства E в пространство \tilde{E} и “забудем” на время, что $E = \tilde{E}$. \tilde{E} – “повернутое” пространство, в которое оператор $Q: E \xrightarrow{L} \tilde{E}$ переводит пространство E . Обратный оператор $Q^{-1}: \tilde{E} \xrightarrow{L} E$ возвращает пространство \tilde{E} в исходное. Пусть на пространстве E задан тензор $A: E \xrightarrow{L} E$. Найдем в “повернутом” пространстве \tilde{E} такой тензор $\tilde{A}: \tilde{E} \xrightarrow{L} \tilde{E}$, который оказывал бы на любой вектор $\tilde{x} \in \tilde{E}$ такое же действие, которое оказывает тензор A на прообраз вектора \tilde{x} (т.е. на вектор $\bar{y} = Q^{-1}(\tilde{x})$) в пространстве E . Искомый тензор \tilde{A} должен удовлетворять равенству $\forall \tilde{x} \in \tilde{E} \quad \tilde{A}(\tilde{x}) = Q(A(\bar{y})) = Q(A(Q^{-1}(\tilde{x})))$, которое эквивалентно тензорному равенству

$$\tilde{A} = Q \circ A \circ Q^{-1}.$$

Отождествим векторные пространства E и \tilde{E} (они в действительности неразличимы), в результате (3') переходит в (3). Рис.1 демонстрирует геометрический смысл понятия инвариантности тензора относительно ортогонального преобразования. Ортогональный тензор Q , относительно которого тензор A инвариантен, принято называть симметрией тензора A . Понятие инвариантности тензора A относительно ортогонального тензора Q обобщается и на тензорные функции.

Определение 2. Отображение $F: \mathfrak{f}(E) \rightarrow \mathfrak{f}(E)$ (называемое также тензорной функцией) инвариантно относительно ортогонального тензора $Q \in J(E)$, если оно удовлетворяет равенству

$$\forall A \in \mathfrak{f}(E), Q \circ F(A) \circ Q^{-1} = F(Q \circ A \circ Q^{-1}).$$

Определение 3. Отображение $F: \mathfrak{f}(E) \rightarrow \mathfrak{f}(E)$

инвариантно, если оно инвариантно относительно любого ортогонального тензора $Q \in \mathfrak{f}(E)$, т.е. для любого ортогонального $Q \in \mathfrak{f}(E)$, для $\forall A \in \mathfrak{f}(E)$

$$Q \circ F(A) \circ Q^{-1} = F(Q \circ A \circ Q^{-1}). \quad (9)$$

Требование инвариантности отображения является настолько жестким, что в ряде случаев оно позволяет сразу выписать явный вид инвариантного отображения. Далее показано, что любое инвариантное отображение F симметричных тензоров $S \in \mathfrak{f}(E)$, $\dim E=3$ может быть представлено в виде

$$F(S) = \alpha I + \beta S + \gamma S^2,$$

причем от F не требуется ни линейности, ни возможности представления в виде ранга по степеням S при анализе инвариантных отображений удобна следующая лемма:

Лемма 1. Если пространство E раскладывается в прямую сумму $E = E_1 \oplus E_2 \oplus \dots \oplus E_k$ попарно ортогональных подпространств, каждое из которых инвариантно относительно тензора A , и если отображение $F: \mathfrak{f}(E) \rightarrow \mathfrak{f}(E)$ инвариантно, то подпространства E_1, \dots, E_k инвариантны и относительно тензора $F(A)$.

Доказательство. Нетрудно видеть, что лемму достаточно доказать для двух взаимно ортогональных инвариантных относительно A подпространств E_1, E_2 таких, что $E = E_1 \oplus E_2$.

Зададим два невырожденных отображения $Q_1: E \rightarrow E$ и $Q_2: E \rightarrow E$:

$$Q_1 = \begin{Bmatrix} -I \text{ на } E_1 \\ I \text{ на } E_2 \end{Bmatrix} \Rightarrow Q_1^{-1} = Q_1 \text{ на } E; \quad (10)$$

$$Q_{22} = \begin{Bmatrix} -I \text{ на } E_1 \\ I \text{ на } E_2 \end{Bmatrix} \Rightarrow Q_2^{-1} = Q_2 \text{ на } E. \quad (11)$$

Легко проверить, что они являются ортогональными. (Например, достаточно убедиться в выполнении необходимого и достаточного условия ортогональности $Q \cdot Q^* = I$). Из ортогональности отображения следует его линейность, таким образом, отображения Q_1, Q_2 – ортогональные тензоры. Воспользуемся инвариантностью F относительно любого ортогонального тензора, в частности, относительно ортогонального тензора $Q_1 = 10$, и докажем инвариантность подпространства E_1 относительно тензора $F(A)$.

Инвариантность подпространства E_1 относительно тензора A и равенство $E = E_1 \oplus E_2$ позволяют записать

$$\forall \tilde{x} \in E_1 \quad A(\tilde{x}) \in E_1 \quad F(A)(\tilde{x}) = \tilde{y} + \tilde{z} \quad (12)$$

$$\tilde{y} \in E_1, \tilde{z} \in E_2$$

Инвариантность отображения F относитель-

но Q_1 приводит к равенству

$$\forall A \quad Q_1 \circ F(A) \circ Q_1^{-1} = F(Q_1 \circ A \circ Q_1^{-1}). \quad (13)$$

Найдем значения левой и правой частей (13) для произвольного вектора $\bar{x} \in E_1 : \forall \bar{x} \in E_1$

$$\begin{aligned} Q_1 \circ F(A) \circ Q_1^{-1}(\bar{x}) &= Q_1 \circ F(A)(-\bar{x}_1) = \\ &= -Q_1(\bar{y} + \bar{z}) = \bar{y} - \bar{z}. \end{aligned} \quad (14)$$

Чтобы найти значение правой части (13) от $\bar{x} \in E_1$, заметим, что тензоры $A|_{E_1}$ и

$$(Q \circ A \circ Q_1^{-1})|_{E_1}, \text{ индуцированные на инвариантном относительно тензора } A \text{ и относительно тензора } (Q_1 \circ A \circ Q_1^{-1}) \text{ подпространстве } E_1, \text{ это позволяет записать } \forall \bar{x} \in E_1$$

$F(Q_1 \circ A \circ Q_1^{-1})(\bar{x}) = F(A)(\bar{x}) = \bar{y} + \bar{z}$. (15)

Из равенств (13)-(15) следует соотношение $\bar{y} - \bar{z} = \bar{y} + \bar{z}$ ($\bar{y} \in E_1, \bar{z} \in E_2$), которое возможно только при $\bar{z} = \bar{0}$, что равносильно утверждению $\forall \bar{x} \in E_1 \quad F(A)(\bar{x}) = \bar{y} \in E_1$, доказывающему инвариантность подпространства E_1 относительно тензора $F(A)$. Аналогично с помощью ортогонального тензора Q_2 (11) доказывается инвариантность подпространства E_2 относительно тензора $F(A)$.

Далее нас будут интересовать инвариантные отображения симметричных тензоров. Один из признаков симметричности тензора формулируется следующим образом.

Утверждение 1 (о симметричных тензорах). Тензор $S : E \xrightarrow{L} E$ симметричен тогда и только тогда, когда существует ортонормированный базис пространства E , состоящий из собственных векторов S .

Лемма 1 и это утверждение позволяют для любого симметричного тензора S достаточно просто доказать симметричность тензора $F(S)$ и его соосность с тензором S для любого инвариантного отображения F .

Определение 4. Симметричный тензор $A \in \mathfrak{L}(E)$ коллинеарный симметричному тензору $B \in \mathfrak{L}(E)$ если любой собственный вектор тензора B является и собственным вектором тензора A .

Замечание. Отношение коллинеарности не является достаточным признаком симметрии, т.е. из того, что тензор A коллинеарный тензору B , еще не следует, что тензор B коллинеарный тензору A в моделях технологических преобразований сборочного пространства. Например единичный тензор в соответствии с опр.4 коллинеарный любому симметричному тензору, обратное, очевидно, неверно.

Утверждение 2 (о коллинеарности тензора $F(S)$ тензору S). Для любого симметричного тен-

зора S и для любого инвариантного отображения $F : \mathfrak{L}(E) \rightarrow \mathfrak{L}(E)$ тензор $F(S)$ симметричен и коллинеарный с тензором S .

Доказательство. Ограничимся случаем трехмерного пространства ($\dim E = 3$). Пусть S – симметричный тензор. По утв.1 существует базис $(\bar{n}_1, \bar{n}_2, \bar{n}_3)$ пространства E , состоящий из единичных собственных векторов тензора S . Подпространства E_1, E_2, E_3 , заданные векторами $(\bar{n}_1, \bar{n}_2, \bar{n}_3)$ соответственно, однозначно инвариантны относительно S и, кроме того, попарно ортогональны и одномерны, что позволяет представить E в виде их прямой суммы

$$E = E_1 \oplus E_2 \oplus E_3.$$

Из леммы 1 следует, что подпространства E_1, E_2, E_3 для инвариантного отображения F также инвариантны относительно тензора $F(S)$, а это означает, что векторы $(\bar{n}_1, \bar{n}_2, \bar{n}_3)$ – собственные векторы тензора $F(S)$, действительно

$$\begin{aligned} \bar{n}_k \in E_k \Rightarrow F(S)(\bar{n}_k) &= \bar{y} \in E_k \Rightarrow \\ F(S)(\bar{n}_k) &= \beta_k \bar{n}_k \end{aligned} \quad (16)$$

Таким образом, для тензора $F(S)$ найден ортонормированный базис $(\bar{n}_1, \bar{n}_2, \bar{n}_3)$ пространства E , состоящий из собственных векторов $F(S)$, следовательно (утв.1), тензор $F(S)$ симметричен. Докажем соосность симметричного тензора $F(S)$ симметричному тензору S . Для этого в соответствии с определением 3 достаточно доказать, что любой собственный вектор \bar{u} тензора S будет и собственным вектором тензора $F(S)$. Пусть L – линейная оболочка вектора \bar{u} , т.е. одномерное подпространство, натянутое на вектор \bar{u} . Обозначим L^* – ортогональное дополнение к L . Легко показать, что из того, что S – симметричный тензор, следует, что подпространство L^* инвариантно относительно S , очевидно). Лемма 1 позволяет утверждать, что подпространства L и L^* инвариантны также и относительно тензора $F(S)$. Поскольку подпространство L по построению одномерно, то (см.(16)) $\bar{u} \in L \rightarrow F(S)(\bar{u}) = \beta \bar{u}$, т.е. \bar{u} – собственный вектор и тензора $F(S)$, что доказывает соосность тензора $F(S)$ тензору S . Доказанного утв.2 практически достаточно, чтобы выписать явное выражение тензора $F(S)$ через тензор S при сделанных предположениях. Особенно просто это в случае линейного отображения F .

Разложение произвольного тензора $A \in \mathfrak{L}(E)$ по диадному базису имеет вид

$$A = \sum_k \sum_m a_{km} \bar{i}_k \otimes \bar{i}_m, \quad (17)$$

a_{km} – коэффициенты матрицы тензора A в произвольном ортонормированном базисе $(\bar{i}_1, \bar{i}_2, \bar{i}_3)$ пространства E . Проверка базиса на оптимальность сводится к поиску экстремума адекватных функционалов. Для симметричного тензора S

можно выбрать ортонормированный базис, состоящий из собственных векторов S , в котором только три коэффициента в разложении (17) ненулевые. Действительно, для симметричного тензора S существует ортонормированный базис $(\bar{n}_1, \bar{n}_2, \bar{n}_3)$ из собственных векторов S , матрица тензора S в этом базисе диагональна, что приводит к следующему представлению этого тензора:

$$S = \lambda_1 \bar{n}_1 \otimes \bar{n}_1 + \lambda_2 \bar{n}_2 \otimes \bar{n}_2 + \lambda_3 \bar{n}_3 \otimes \bar{n}_3. \quad (18)$$

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ – собственные числа S , среди которых могут равные. Тензор $F(S)$ соосен с тензором S согласно утверждению 2, следовательно, тензор $F(S)$ имеет диагональную матрицу в базисе $(\bar{n}_1, \bar{n}_2, \bar{n}_3)$ и для него возможно разложение по тем же трем диадам:

$$F(S) = \alpha_1 \bar{n}_1 \otimes \bar{n}_1 + \alpha_2 \bar{n}_2 \otimes \bar{n}_2 + \alpha_3 \bar{n}_3 \otimes \bar{n}_3. \quad (19)$$

В дальнейшем используется утверждение, представлю и самостоятельный интерес.

Утверждение 3 (об ортогональном преобразовании диады).

$\forall \bar{a}, \bar{b} \in E, \dim E = 3, \forall$ ортогонального тензора $Q \in \mathfrak{f}(E)$

$$Q \circ \bar{a} \otimes \bar{b} \circ Q^{-1} = Q(\bar{a}) \otimes Q(\bar{b}) \quad (20)$$

Доказательство.

$$\forall \bar{x} \in E \quad (Q \circ \bar{a} \otimes \bar{b} \circ Q^{-1})(\bar{x}) = (Q \circ \bar{a} \otimes \bar{b})(Q^{-1}(\bar{x})) = Q(\bar{a} \otimes \bar{b} \circ Q^{-1}(\bar{x}))$$

Учтем, что число, равное скалярному произведению $\bar{b} \cdot Q^{-1}(\bar{x})$, можно представить в виде

$$\bar{b} \cdot Q^{-1}(\bar{x}) = \bar{b} \cdot Q^*(\bar{x}) = Q(\bar{b}) \cdot \bar{x}.$$

Так как тензор Q ортогональный и, следовательно, $Q^{-1} = Q^*$. Используя это представление, получим равенство

$$\forall \bar{x} \in E \quad (Q \circ \bar{a} \otimes \bar{b} \circ Q^{-1})(\bar{x}) = Q(\bar{a} \otimes (Q(\bar{b}) \cdot \bar{x})) = (Q(\bar{a}) \otimes Q(\bar{b}))(\bar{x}),$$

доказывающее утверждение 3.

Метод, с помощью которого в исчислении

последовательности операторов преобразования возможно решать эти задачи высших порядков в рамках логики первого порядка, состоит во введении функциональных аргументов в предикаты, соответствующие операциям сборки с увеличением сложности сборочной единицы, добавляя, например, третью компоненту в двухместный предикат P для нового аргумента, называемого переменной состояния:

$$P(x, y) \rightarrow P(x, y, s). \quad (21)$$

В общем случае n -местный предикат P заменяется на $n+1$ -местный, всегда оставляя последнее место для последующей переменной состояния s , ассоциированной с этим предикатом P . Содержательно это заключается в том, что в некотором абстрактном сборочно-монтажном пространстве переменную состояния может принимать значения $s_1, s_2, s_3, \dots, s_{10}, \dots, s_N$. Эти состояния характеризуют определенную реализацию связей в узле, которая приводит к реализации сборок компонент с новыми свойствами, к возникновению последующей структуры сборок. При этом повышается устойчивость складывающихся взаимодействий между компонентами и дискретными сборками этих компонент. Таким образом, происходит процесс связывания компонентов в узлы и далее в более сложные устойчивые сборки, модули, свойства которых согласованы с электронной моделью некоторого агрегата или системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коротнев Г.И. Топологические и тензорные методы описания производства летательных аппаратов // Полет. 2003. №4. С. 17-23.
2. Ульянов, М.В. Ресурсно-эффективные компьютерные алгоритмы. Разработка и анализ. М.: Физматлит, 2008. 304 с.
3. Лазарсон Э.В. Теория и методы решения многовариантных неформализованных задач выбора: моногр. Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2008, 270 с.
4. Сизиков А.П. Математические методы и программные средства оптимизации. Самара: Изд-во Самарского гос. эконом. ун-та, 2007, 330 с.

THEORY REPRESENTATIONS MATHEMATICAL MODELS AND SEQUENCES OF PERFORMANCE OF TECHNOLOGICAL OPERATORS OF ASSEMBLAGE OF PLANES

© 2014 S. F. Tlustenko

Samara State Aerospace University named after Academician S.P. Korolyov
(National Research University)

Mechanical communications between collected elements of a design of the flying machine are modelled according to the scheme of spatial interrelation of assembly units of a design and initial, boundary conditions. The description of character of movement of an element of a product at assemblage is represented at quantitative level of a trajectory matrixes of conditions agrees the general count of assemblage of a product. Trajectories of movings are described by methods of analytical geometry and matrixes of movings, and also the operators, describing movement as vector size.

Key words: The operator, transformation, logic level, a contour, structure, interaction, bases.

*Stanislav Tlustenko, Candidate of Technical Science, Associate Professor at the Metal Forming Department.
E-mail: titan250@mail.ru*