

## ФОРМИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ПРИ ДИФРАКЦИИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА КОЛЬЦЕВЫХ АПЕРТУРАХ В УСЛОВИЯХ ОСТРОЙ ФОКУСИРОВКИ

© 2014 Н.С. Фидирко<sup>1</sup>, С.Н. Хонина<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)

<sup>2</sup> Институт систем обработки изображений РАН, г. Самара

Поступила в редакцию 23.12.2014

Рассмотрено формирование трехмерных распределений интенсивности на основе дифракции лазерного излучения на кольцевых апертурах в условиях острой фокусировки. Исследованы различные сочетания вихревой фазовой зависимости в области кольцевых апертур для наиболее распространенных типов поляризации падающего пучка. Показано, что при использовании двух узких кольцевых апертуры в фокальной области формируется трехмерная повторяющаяся структура. Это связано с интерференцией пучков бесселевого типа. Формой этих структур можно управлять за счет поляризации и фазы.

*Ключевые слова:* острая фокусировка, дифракция на кольце, трёхмерное распределение интенсивности, поляризация, вихревая фазовая функция.

### ВВЕДЕНИЕ

В задачах оптического захвата и манипулирования, микроскопии и записи данных [1-3] является актуальной возможность формирования заданных трёхмерных распределений интенсивности. При этом важно обеспечить локализацию лазерного излучения как можно в меньшем объеме.

Для уменьшения поперечного размера фокального пятна используется острая фокусировка с использованием высокоапертурных объективов. Однако продольный размер фокального пятна даже в предельном случае оказывается в два раза больше поперечного [4].

Дополнительная аподизация зрачка фокусирующей системы для цилиндрических типов поляризации (радиальной и азимутальной) позволяет свести векторную задачу к практически скалярной и преодолеть дифракционный предел, предсказанный скалярной теорией [5–12]. Однако, как правило, в этих случаях уменьшение поперечного размера фокального пятна сопровождается еще большим увеличением его продольного размера.

Для обеспечения одновременной локализации лазерного излучения в различных направлениях, т.е. в объеме, были предложены различные способы, в большинстве своем основанные на эффекте интерференции. Хорошо известны методы встречной интерференции остросфоку-

сированных пучков [4, 13-18] и интерференции пучков, сформированных различными зонами оптического элемента, дополняющего высокоапертурный объектив [19-21].

В данной работе рассматривается второй способ, основанный на дифракции падающего излучения на двух кольцевых апертурах, наложенных на зрачок фокусирующей системы. При этом в каждое кольцо может быть внесена дополнительная фазовая аподизация.

Как правило, используется постоянный набег фазы [19-21]. Однако в работах [22-24] было показано, что использование вихревой фазовой аподизации остросфокусирующей системы позволяет эффективно уменьшить размер фокального пятна для различных типов поляризации. Поэтому в данной работе выполнены более общие исследования по использованию вихревой фазовой функции в различных сочетаниях с поляризацией фокусируемого излучения.

### 1. МОДЕЛЬ ОСТРОЙ ФОКУСИРОВКИ

Поле в фокальной области при острой фокусировке для декартовых проекций имеет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}(\rho, \varphi, z) \\ \mathbf{H}(\rho, \varphi, z) \end{pmatrix} = -\frac{if}{\lambda} \int_0^{\alpha} \int_0^{2\pi} B(\theta, \phi) T(\theta) \begin{pmatrix} \mathbf{P}_E(\theta, \phi) \\ \frac{1}{\mu} \mathbf{P}_H(\theta, \phi) \end{pmatrix} \times \exp[ik(\rho \sin \theta \cos(\phi - \varphi) + z \cos \theta)] \sin \theta d\theta d\phi, \quad (1)$$

где  $(\rho, \varphi, z)$  – цилиндрические координаты в фокальной области,  $(\theta, \phi)$  – сферические углы

*Фидирко Никита Сергеевич, студент.*

*E-mail: xfocuse@gmail.com*

*Хонина Светлана Николаевна, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, профессор кафедры технической кибернетики. E-mail: khonina@smr.ru*

вые координаты выходного зрачка фокусирующей системы,  $\alpha$  - максимальное значение азимутального угла, связанное с числовой апертурой системы,  $B(\theta, \phi)$  - функция пропускания,  $T(\theta)$  - функция аподизации зрачка (для апланатических систем  $T(\theta) = \sqrt{\cos \theta}$ ),  $k = 2\pi / \lambda$  - волновое число,  $l$  - длина волны,  $f$  - фокусное расстояние.  $\mathbf{P}_E(\theta, \phi)$  и  $\mathbf{P}_H(\theta, \phi)$  - поляризационные матрицы для электрического и магнитного векторов, соответственно:

$$\mathbf{P}_E(\theta, \phi) = \begin{bmatrix} 1 + \cos^2 \phi (\cos \theta - 1) & \sin \phi \cos \phi (\cos \theta - 1) \\ \sin \phi \cos \phi (\cos \theta - 1) & 1 + \sin^2 \phi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \cos \phi & -\sin \theta \sin \phi \end{bmatrix} \begin{pmatrix} c_x(\phi) \\ c_y(\phi) \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{P}_H(\theta, \phi) = \begin{bmatrix} \sin \phi \cos \phi (\cos \theta - 1) & -(1 + \cos^2 \phi (\cos \theta - 1)) \\ 1 + \sin^2 \phi (\cos \theta - 1) & -\sin \phi \cos \phi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \sin \phi & \sin \theta \cos \phi \end{bmatrix} \begin{pmatrix} c_x(\phi) \\ c_y(\phi) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где  $c_x(\phi)$ ,  $c_y(\phi)$  - поляризационные коэффициенты падающего излучения.

Для вихревых полей  $B(\theta, \phi) = R(\theta) \exp(im\phi)$  выражение (1) можно свести к выражению с одинарным интегрированием:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}(\rho, \varphi, z) \\ \mathbf{H}(\rho, \varphi, z) \end{pmatrix} = -ikf \int_0^\alpha R(\theta) T(\theta) \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_E(\rho, \varphi, \theta) \\ \frac{1}{\mu} \mathbf{Q}_H(\rho, \varphi, \theta) \end{pmatrix} \sin \theta \exp(ikz \cos \theta) d\theta, \quad (4)$$

где матрицы  $\mathbf{Q}_{E,H}(\rho, \varphi, \theta)$  имеют конкретный вид для определенных типов поляризаций и представляют собой суперпозиции функций Бесселя различных порядков [22-24].

При использовании двух узких кольцевых апертур в выходном зрачке острофокусирующей системы в фокальной области формируются два векторных пучка бесселевого типа [25, 26] различного масштаба. Если дополнительно внести вихревые фазы в освещающий пучок так, чтобы кольцевые апертуры имели разные фазы, то получаемые пучки Бесселя будут также иметь разный порядок. Их интерференция приводит к созданию определенного трехмерного распределения интенсивности. Ранее исследование интерференции бесселевых пучков выполнялось в скалярном случае [27, 28].

В следующих разделах выражение (4) используется для расчета трехмерного распределения в фокальной области при различных поляризациях падающего излучения.

## 2. ДВУХ-КОЛЬЦЕВАЯ АПЕРТУРА С ОДИНАКОВЫМ ФАЗОВЫМ НАБЕГОМ

Рассмотрим простейший случай, когда в исходном световом пучке отсутствует вихревая фаза. На рис. 1 показан вид кольцевых диафрагм различной толщины. В дальнейшем будем использовать индекс 1 для внутреннего кольца исходного поля, а индекс 2 - для внешнего.

Из результатов расчетов видно, что получающиеся трехмерные конфигурации зависят от типа используемой поляризации. При этом распределения, получаемые для магнитного поля для азимутальной поляризации идентичны распределениям электрического поля для радиальной поляризации.

При использовании узких колец формируется цепочка повторяющихся конфигураций (табл. 1). Это происходит из-за самовоспроизводящихся свойств бесселевых пучков.

При увеличении кольцевой апертуры формирующиеся пучки будут проявлять свойства Бесселевых мод в меньшей степени (табл. 2). В этом случае большая часть энергии концентрируется вблизи фокальной плоскости.

## 3. ДВУХ-КОЛЬЦЕВАЯ АПЕРТУРА С РАЗЛИЧНЫМИ ВИХРЕВЫМИ ФАЗАМИ

Более сложные распределения можно получить, если использовать различный фазовый набег для кольцевых апертур. Рассмотрим получаемые распределения для различных пар фазовых набегов. Учитывая известную взаимосвязь, результаты для азимутальной поляризации приводить не будем.

Из таблицы 4 видно, что формируемая интерференционная картина вращается при распространении, причем интенсивность вектора электрического и магнитного поля вращаются в одну сторону. При этом поляризация не влияет

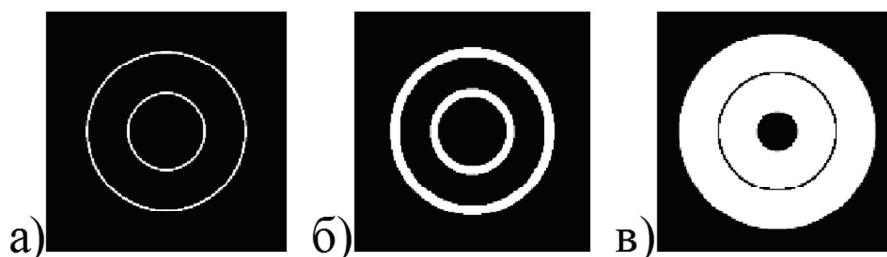
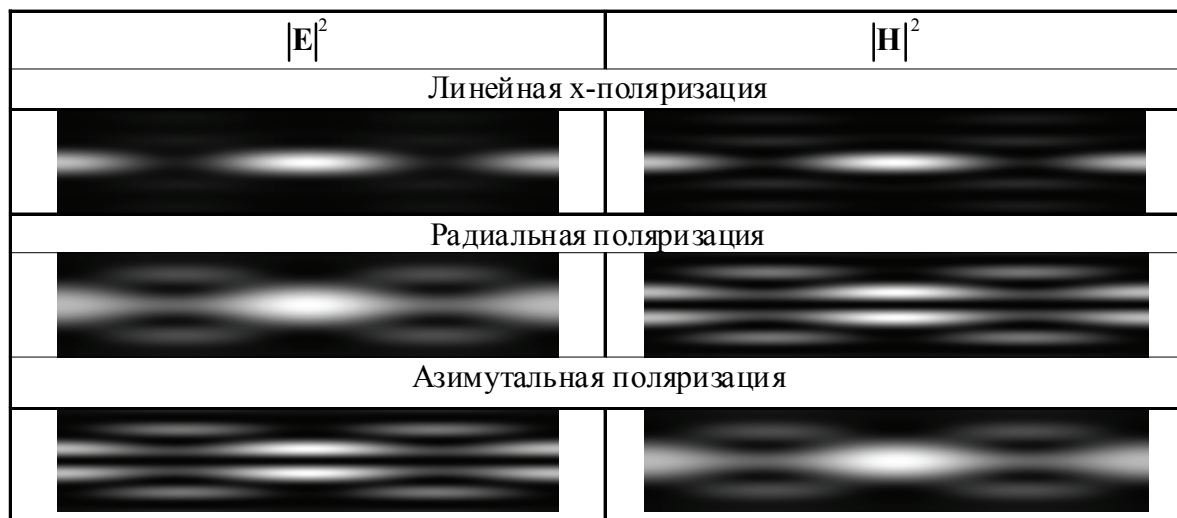
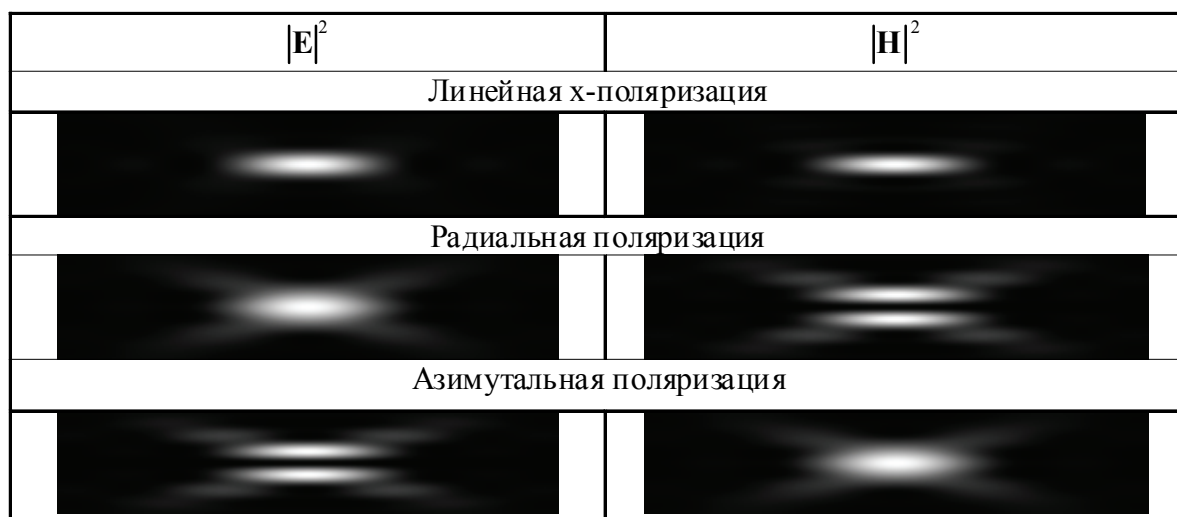


Рис. 1. Вид кольцевых диафрагм для зрачка размером  $100l$ , имеющих центральные радиусы  $r_{c1} = 33\lambda$  и  $r_{c2} = 66\lambda$  различной толщины: (а)  $\Delta = 2\lambda$ , (б)  $\Delta = 8\lambda$ , (в)  $\Delta = 30\lambda$

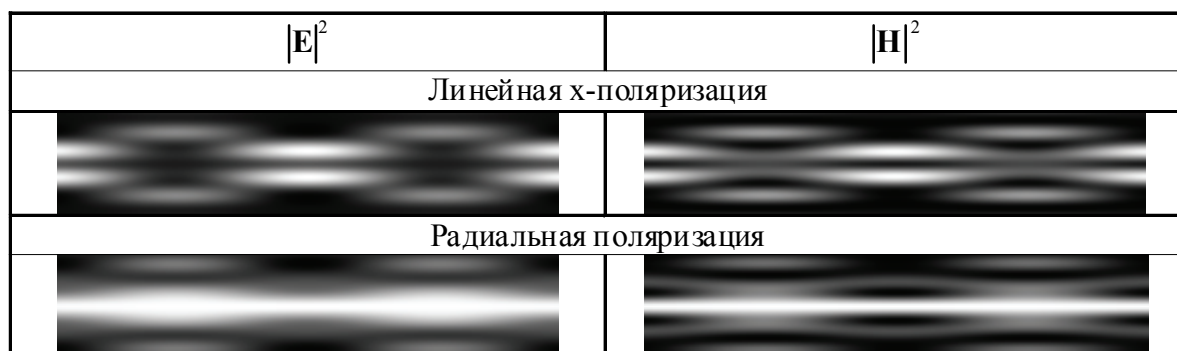
**Таблица 1.** Продольное распределение интенсивности для кольцевых диафрагм размером  $\Delta = 8\lambda$  без вихревой фазы



**Таблица 2.** Продольное распределение интенсивности для кольцевых диафрагм размером  $\Delta = 30\lambda$  без вихревой фазы



**Таблица 3.** Продольное распределение интенсивности для кольцевых диафрагм размером  $\Delta = 2\lambda$  с порядками вихревой фазы  $m_1 = 1, m_2 = -1$ .



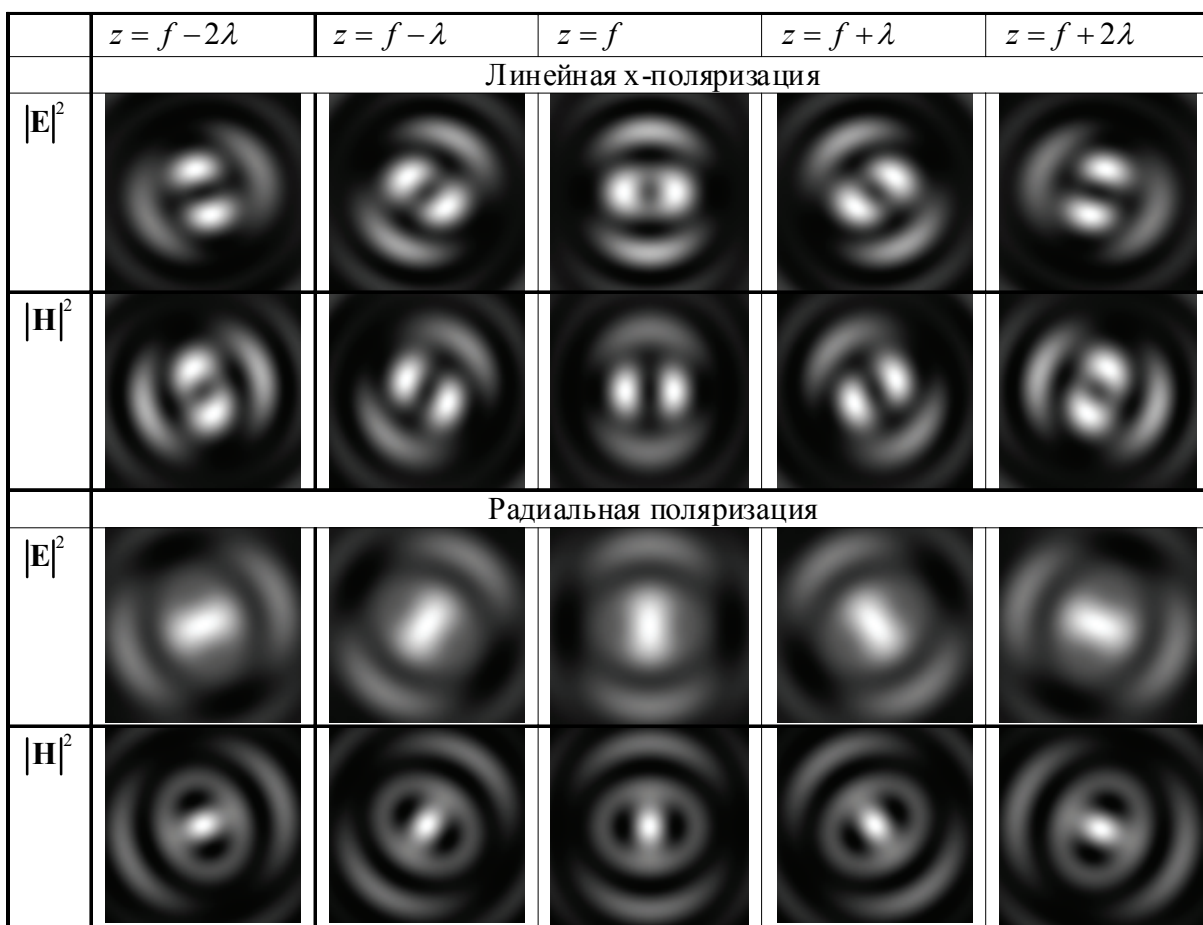
на направление вращения.

В этом случае вращение менее очевидно из-за того, что оно больше относится к периферийной части пучка.

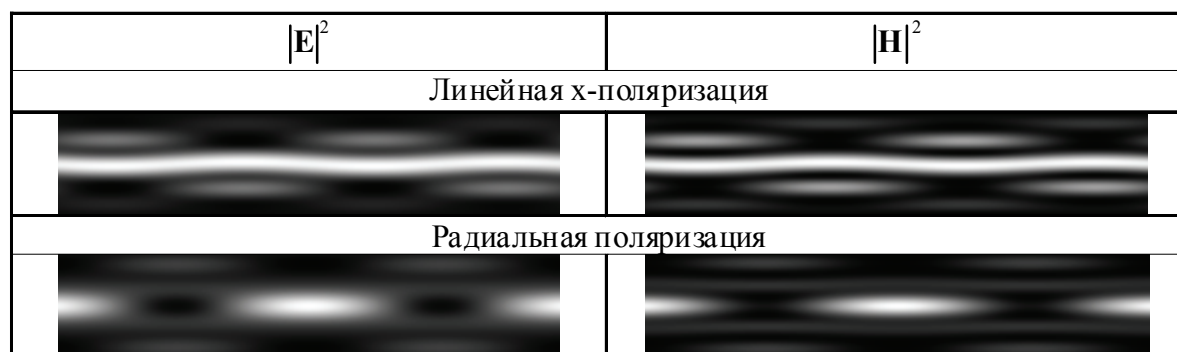
Все приведенные результаты подтверждают

сделанный ранее вывод, что векторы электрического и магнитного поля вращаются в одну сторону при любой поляризации. Однако направление вращения этих векторов зависит от фазовых набегов  $m_1, m_2$ . Используя две кольцевых апертуры и

**Таблица 4.** Поперечные распределения интенсивности для кольцевых диафрагм размером  $\Delta = 2\lambda$  с порядками вихревой фазы  $m_1 = 1, m_2 = -1$



**Таблица 5.** Продольное распределение интенсивности для кольцевых диафрагм размером  $\Delta = 2\lambda$  с порядками вихревой фазы  $m_1 = 1, m_2 = 0$



различные вихревые фазы можно формировать различные интерференционные картины, которые расширяют возможности оптического манипулирования микрочастицами. Поскольку при использовании узких апертур в продольном сечении появляется цепочка повторяющихся конфигураций, становится возможным захватывать сразу несколько микрочастиц с помощью одного пучка.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

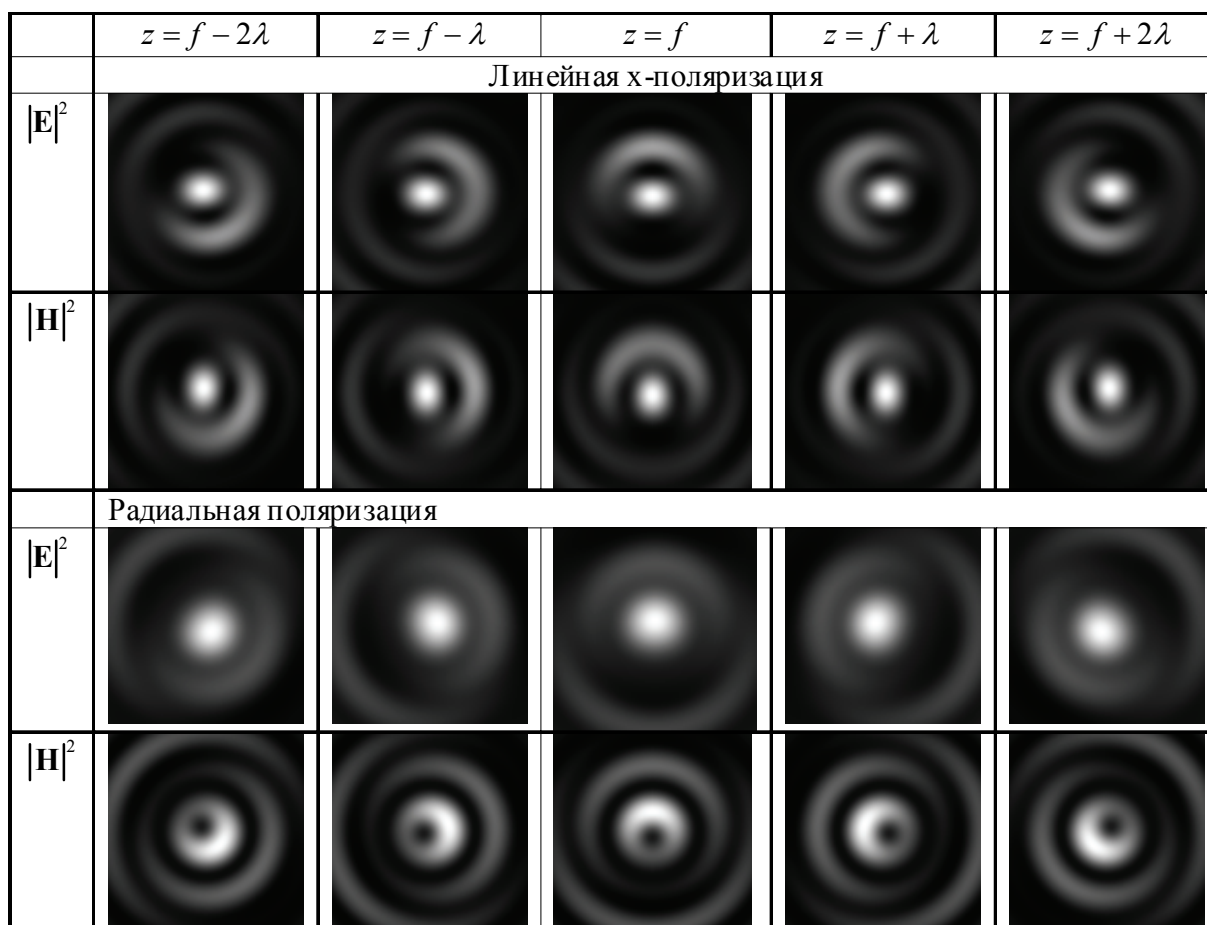
В работе рассмотрена интерференция век-

торных пучков бесселевого типа, сформированных при дифракции падающего излучения на двух кольцевых апертурах в режиме острой фокусировки.

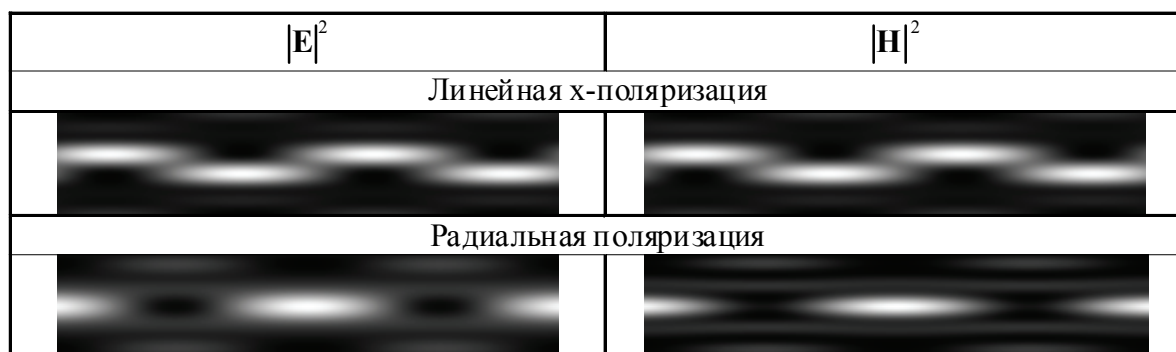
На основе численного моделирования получены вращающиеся в поперечном сечении пучки. При этом векторы электрического и магнитного поля вращаются в одну сторону при любой поляризации. Однако направление вращения можно менять за счет фазовой структуры внутри колец.

Для цилиндрических типов поляризации (радиальной и азимутальной) трехмерные конфигу-

**Таблица 6.** Поперечные распределения интенсивности для кольцевых диафрагм размером  $\Delta = 2\lambda$  с порядками вихревой фазы  $m_1 = 1, m_2 = 0$



**Таблица 7.** Продольное распределение интенсивности для кольцевых диафрагм размером  $\Delta = 2\lambda$  с порядками вихревой фазы  $m_1 = 0, m_2 = 1$



рации, получаемые для электрического и магнитного полей являются взаимно-аналогичными.

Показано, что для узких кольцевых апертур в фокальной области формируется трехмерная повторяющаяся структура, управлять которой можно за счет поляризации и фазового распределения в каждом из колец.

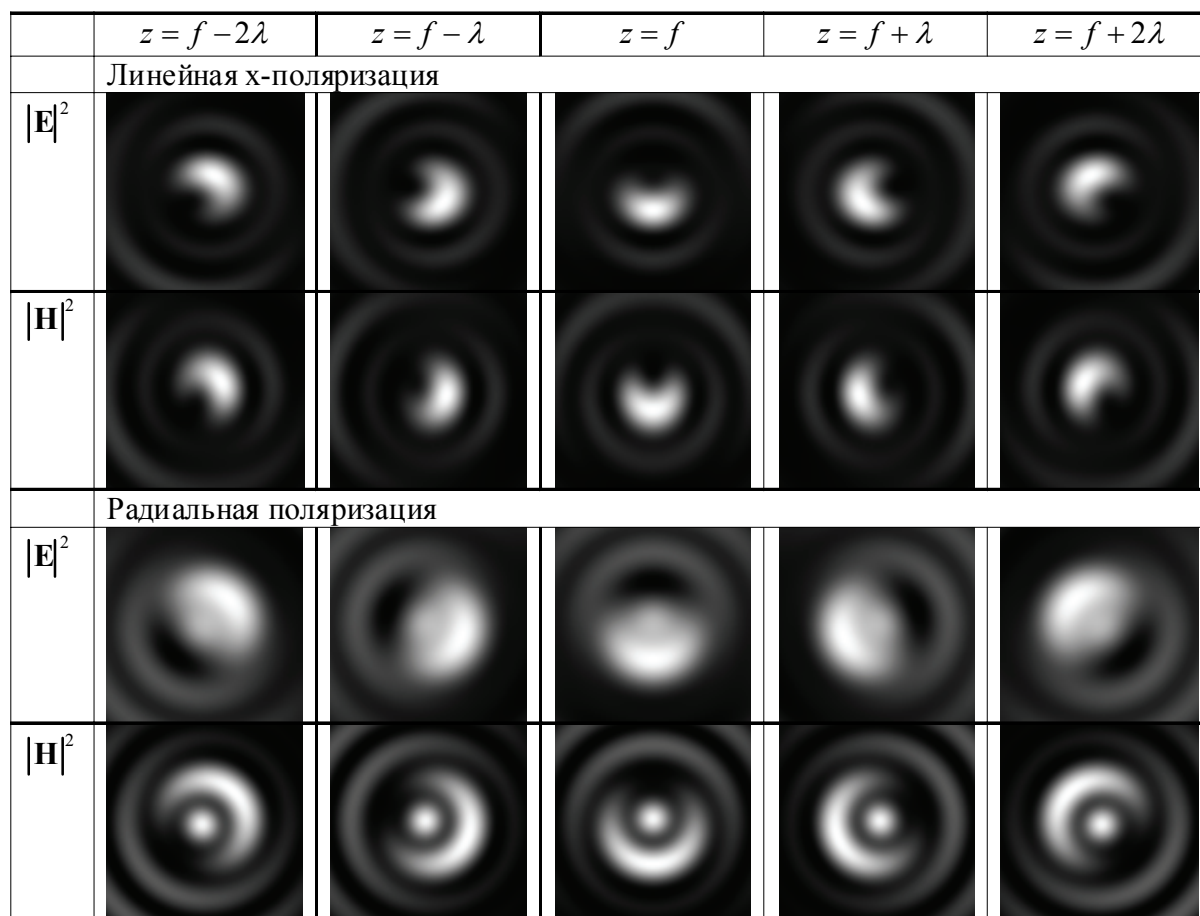
Такой подход расширяет возможности оптического захвата и манипулирования микрочастицами.

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 13-07-00266.*

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Optical manipulation of nanoparticles: a review / M. Dienerowitz, M. Mazilu, and K. Dholakia // J. Nanophotonics. 2008. V.2 P. 021875.
2. Martinez-Corral M., Saavedra G. The resolution challenge in 3D optical microscopy // Prog. Opt. 2009. V.53. P. 1-67.
3. Toward terabyte two-photon 3D disk / E. Walker, A. Dvornikov, K. Coblenz, S. Esener, and P. Rentzepis // Opt. Express. 2007. V.15. P. 12264–12276.
4. Хонина С.Н., Устинов А.В. Формирование световых шаров на основе встречной интерференции острогофокусированных пучков с различной поляризации.

**Таблица 8.** Поперечные распределения интенсивности для кольцевых диафрагм размером  $\Delta = 2\lambda$  с порядками вихревой фазы  $m_1 = 0, m_2 = 1$ .



- ей // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). 2013. №2(40). С. 208-224.
5. Sharper focus for a radially polarized light beam / R. Dorn, S. Quabis, and G. Leuchs // Phys. Rev. Lett. 2003. V.91. P. 233901.
  6. Davidson N., Bokor N. High-numerical-aperture focusing of radially polarized doughnut beams with a parabolic mirror and a flat diffractive lens // Opt. Lett. 2004. V. 29. P. 1318-1320.
  7. Kalosha V.P., Golub I. Toward the subdiffraction focusing limit of optical superresolution // Opt. Lett. 2007. V. 32. P. 3540-3542.
  8. Kozawa Y., Sato S. Sharper focal spot formed by higher-order radially polarized laser beams // Journal of Optical Society of America A. 2007. V.24. P.1793.
  9. Khonina S.N., Ustinov A.V. Sharper focal spot for a radially polarized beam using ring aperture with phase jump // Journal of Engineering. 2013. ID 512971.
  10. Хонина С.Н., Волотовский С.Г. Исследование применения аксионов в высокоапертурной фокусирующей системе // Компьютерная оптика. 2010. Т. 34, № 1. С. 35-51.
  11. Хонина С.Н., Волотовский С.Г. Управление вкладом компонент векторного электрического поля в фокусе высокоапертурной линзы с помощью бинарных фазовых структур // Компьютерная оптика. 2010. Т. 34. № 1. С. 58-68.
  12. Khonina S.N. Simple phase optical elements for narrowing of a focal spot in high-numerical-aperture conditions // Optical Engineering. 2013. V. 52, No. 9. P. 091711.
  13. Hell S., Stelzer E.H.K. Fundamental improvement of resolution with a 4Pi-confocal fluorescence microscope using two-photon excitation // Opt. Commun. 1992. V. 93. P. 277-282.
  14. Bokor N., Davidson N. Toward a spherical spot distribution with 4p focusing of radially polarized light // Optics Letters. 2004. V. 29, No. 17. P. 1968-1970.
  15. Sandeau N., Giovannini H. Arrangement of a 4Pi microscope for reducing the confocal detection volume with two-photon excitation // Opt. Commun. 2006. V. 264. P. 123-129.
  16. Bokor N., Davidson N. A three dimensional dark focal spot uniformly surrounded by light // Opt. Commun. 2007. V. 279, P. 229-234.
  17. Chen Z., Zhao D. 4pi focusing of spatially modulated radially polarized vortex beams // Optics Letters. 2012. V. 37, No. 8. P. 1286-1288.
  18. Хонина С.Н., Фидирко Н.С. Исследование встречной интерференции острогофокусированных пучков с различной поляризацией // Известия Самарского научного центра РАН. 2014. Т.16. № 4. С. 27-33.
  19. Chen W., Zhan Q. Three-dimensional focus shaping with cylindrical vector beams // Optics Communications. 2006. V. 265. P. 411-417.
  20. Jabbour T.G., Kuebler S.M. Vector diffraction analysis of high numerical aperture focused beams modified by two- and three-zone annular multi-phase plates // Optics Express. 2006. Vol. 14, No. 3. P. 1033-1043.
  21. Focusing properties of concentric piecewise cylindrical vector beam / X. Gao, J. Wang, H. Gu, W. Xu // Optik.

2007. V. 118. P. 257–265.
22. *Хонина С.Н., Волотовский С.Г.* Анализ возможности субволновой локализации света и углубления фокуса высокоапертурной фокусирующей системы при использовании вихревой фазовой функции пропускания // *Электромагнитные волны и электронные системы*. 2010. № 11. С. 6-25.
  23. *Khonina S.N., Kazanskiy N.L., Volotovskiy S.G.* Vortex phase transmission function as a factor to reduce the focal spot of high-aperture focusing system // *Journal of Modern Optics*, 58(9), 748–760 (2011).
  24. *Khonina S.N., Kazanskiy N.L. and Volotovskiy S.G.* Influence of vortex transmission phase function on intensity distribution in the focal area of high-aperture focusing system // *Optical Memory and Neural Networks (Information Optics)*, Allerton Press, 20(1), 23-42(2011)
  25. *Bouchal Z., Olivik M.* Non-diffractive vector Bessel beams // *Journal of Modern Optics*. 1995. V. 42, No. 8. P. 1555-1566.
  26. Generating and measuring nondiffracting vector Bessel beams / *A. Dudley, Y. Li, T. Mhlanga, M. Escuti, A. Forbes* // *Optics Letters*. 2013. Vol. 38, No. 17. P. 3429-3432.
  27. An algorithm for the generation of laser beams with longitudinal periodicity: rotating images / *V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, S.N. Khonina* // *Journal of Modern Optics*. 1997. V. 44, No. 7. P. 1409-1416.
  28. Rotating optical fields: experimental demonstration with diffractive optics / *P. Paakkonen., J. Lautanen, M. Honkanen, M. Kuittinen, J. Turunen, S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, A.T. Friberg* // *Journal of Modern Optics*. 1998. V. 45, No. 11. P. 2355-2369.

### FORMATION OF THREE-DIMENSIONAL INTENSITY DISTRIBUTIONS BY DIFFRACTION OF LASER RADIATION ON ANNULAR APERTURES AT SHARP FOCUSING

© 2014 N.S. Fidirko<sup>1</sup>, S.N. Khonina<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Samara State Aerospace University named after Academician S.P. Korolyov  
(National Research University),

<sup>2</sup> Image Processing Systems Institute of the RAS, Samara

We consider formation of three-dimensional intensity distributions by means of diffraction of laser radiation on ring apertures in conditions of sharp focusing. Various combinations of vortex phase dependence in the ring apertures for the most common types of polarization of an incident beam are investigated. It is shown, that when two narrow ring apertures are used a three-dimensional periodic structure is formed in focal area. It is an interference of beams of Bessel type. The form of these structures can be controlled due to polarization and phase variations.

*Keywords:* sharp focusing, diffraction on the ring, three-dimensional intensity distribution, polarization, vortex phase function