УДК 534.113

СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ УПРУГОГО ЭЛЕМЕНТА СПУТНИКА-ГИРОСТАТА

© 2014 В.А. Русанов[1], А.В. Данеев[2], А.Е. Куменко[2]

[1] Институт динамики систем и теории управления им. В.М. Матросова СО РАН, г. Иркутск
[2] Иркутский государственный университет путей сообщения

Поступила в редакцию 12.11.2014

Предложен прямой алгоритм структурно-параметрической идентификации дифференциальной модели демпфированных колебаний упругого элемента спутника-гиростата в форме уравнений Лагранжа II рода. Разработано соответствующее программно-математическое обеспечение, в его рамках приведен пример апостериорного моделирования поперечных колебаний защепленной штанги-балки.
Ключевые слова: имитационное моделирование, структурно-параметрическая идентификация.

1. МОТИВАЦИИ И ПОСТАНОВКИ РЕШАЕМЫХ ЗАДАЧ

Определение динамических характеристик упругих элементов крупногабаритных космических конструкций (УЭККК) относится к числу наиболее важных и трудных проблем динамики, что обусловлено жесткими требованиями к точности их ориентации и стабилизации [1]. Динамические свойства таких конструкций в значительной мере определяются инерционными, жесткостными и диссипативными характеристиками, в связи с чем большую роль играют экспериментальные методы исследований динамических свойств УЭККК. При этом в сочетании с теоретическими подходами [2, 3] экспериментальные методы [4-10] позволяют обоснованно выбрать «оптимальную структуру» математической модели УЭККК, определить ее текущие динамические характеристики с использованием (в контексте адаптивного управления) в контуре стабилизации [11]; на языке [8] теории дифференциальной реализации «оптимальная структура» означает *минимальный динамический порядок* системы - минимальная размерность пространства состояний. В данной работе идентификация минимального порядка системы не использует (в отличие от алгоритма из [8]) индекс функциональных струй, что позволяет при апостериорном моделировании избежать дифференцирование сигналов датчиков.

Распространенный способ дискретизации УЭККК, состоит в представлении перемещений упругих элементов системы в виде рядов по некоторой полной системе пространственных функций (по собственным функциям эллиптического оператора системы [5]), умноженных на обобщенные координаты, при этом в указанных рядах, как правило, оставляют небольшое число первых членов. Этот метод обычно называют *«методом нормальных форм колебаний»* (менее часто – *«методом усечения числа гармоник»*); примером использования такого подхода при исследовании спектральных характеристик «усеченной УЭККК» служит теорема 9 [5]. Один из недостатков метода нормальных форм колебаний состоит в том, что усечение указанных выше рядов вносит элемент неопределенности, поскольку затруднительно заранее определить число форм колебаний, необходимое для того, чтобы этот метод дал удовлетворительные результат. В свою очередь, отмеченное положение делает актуальным экспериментальное подтверждение/опровержение «рекомендаций» числа форм усечения, что осуществляет предлагаемое ниже программно-математическое обеспечение для решения задачи апостериорного моделирования уравнений УЭККК.

Численная процедура структурной идентификации (определение числа главных тонов стоячих волн) и алгоритм параметрической идентификации лагранжевой структуры реализованы [12] в программном комплексе МОДФОКБ (моделирование форм колебаний балки) автоматизации процесса построения апостериорных дифференциальных моделей, позволяя существенно расширить возможности в области имитационного моделирования при проектировании измерительной аппаратуры. Включение в данный комплекс процедуры вычисления числа основных волн-гармоник и алгоритма параметрической идентификации предоставляет возможность построения более точных моделей, по которым на базе экспериментальных данных можно строить

Русанов Вячеслав Анатольевич, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник. E-mail: v.rusanov@mail.ru
Данеев Алексей Васильевич, доктор технических наук, профессор. E-mail: daneev@mail.ru
Куменко Антон Евгеньевич, кандидат технических наук, доцент.

и анализировать (частотно-временной анализ) лагранжевую структуру в апостериорном моделировании уравнений динамики многокомпонентных стержневых систем [7] с учетом выбора оптимального числа датчиков съемки первичной информации (пьезоакселерометры) и различной (допустимой) геометрии их размещения. При этом в условиях относительных равновесий спутника на базе МОДФОКБ, как интерактивного программно-математического комплекса численного моделирования осцилляторов форм-колебаний и проектирования измерительной аппаратуры в динамике напряженно- деформированного УЭККК позволяет исследовать следующие задачи:

- имитационное моделирование динамики поперечных колебаний УЭККК в виде суммы стоячих волн по методу усечения числа гармоник (Модули-1-2);
- частотно-временной анализ поперечных колебаний УЭККК (Модуль-3);
- структурно-параметрическая идентификация уравнений поперечных колебаний УЭККК в условиях ограниченного числа измерительных датчиков (Модуль-4).

2. МОДУЛЬНАЯ СТРУКТУРА МОДФОКБ

Программно-алгоритмическая среда МОДФОКБ выполнена по модульному типу с использованием среды MATLAB (*«Control System Toolbox»*) и обеспечивает решение следующих задач имитационного моделирования процессов структурно-параметрической идентификации УЭККК:

Модуль-1: *формирование «банка» стоячих волн-гармоник, описывающих демпфированные поперечные колебания гибкой штанги с защепленным концом.*

Функциональные характеристики k-ой стоячей поперечной волны γ_k: $T=[0,\tau]$ – интервал моделирования; l - длина штанги; ω_k – собственная частота k-ой формы колебаний; φ_k – сдвиг фазы k-го обертона, $0 \le \varphi_k \le \pi$; ν_k – коэффициент масштабирования амплитуды k-ой волны; b_k – коэффициент затухания k-ой гармоники (на этапе имитационного моделирования все характеристики задаются пользователем).

В Модуле-1 формирование собственных форм-колебаний w_k стоячей волны демпфированного поперечного колебания штанги можно проводить по усмотрению пользователя либо в виде сплайн-аппроксимации числовых массивов, задающих данные формы посредством моделирования балки Тимошенко, либо (см. ниже замечание 1 к моделированию балки Эйлера-Бернулли) в аналитическом виде

$$x \mapsto w_k(x)=\nu_k\left(\cos\left(0{,}5k\pi l^{-1}x\right)-1\right),$$
$$\nu_k \in R, \quad x\in[0,l].$$

В такой постановке k-ая стоячая волна γ_k поперечного колебания имеет вид

$$(x,t)\mapsto \gamma_k(x,t)=w_k(x)\exp(-b_k t)\times$$
$$\times\sin(\omega_k y+\varphi_k), \quad (x,t)\in[0,l]\times T,$$

(k=1 – основной тон, $k\neq 1$ – обертон) с моделью датчика, измеряющего в аксиальной точке $x_0\in(0,l]$ текущую амплитуду «прогиба» волны γ_k:

$$t\mapsto \gamma_k(x_0,t)=\nu_k\left(\cos\left(0{,}5k\pi l^{-1}x_0\right)-1\right)\times$$
$$\times\exp(-b_k t)\sin(\omega_k t+\varphi_k), \quad \nu_k\in R, \quad t\in T.$$

В Модуле-1 функционально предусмотрено:

1) имитационное моделирование демпфированного колебания изолированной (отдельной) k-ой поперечной стоячей волны $(x,t)\mapsto\gamma_k(x,t)$ штанги;

2) сплайн-интерполяция вдоль линии профиля штанги собственной формы $x\mapsto w_k(x)$ для k-ой гармоники осуществляться с шагом $\Delta x=0{,}02k^{-1}l$;

3) на временном интервале T анимация динамического процесса колебания каждой k-ой стоячей волны проходит с шагом $\Delta x=0{,}01k^{-1}T$ сек.

Графическая часть Модуля-1 позволяет:

1) строить на отрезке $[0,l]$ форму распределенной амплитуды $x\mapsto w_k(x)$ (осуществляется методом кубической сплайновой аппроксимации);

2) строить анимированный на временном интервале T динамический процесс колебаний $(x,t)\mapsto\gamma_k(x,t)$ k-ой стоячей волны в профиле штанги;

3) строить анимированный на T сигнал $t\mapsto\gamma_k(x_0,t)$ и его производной

$$t\mapsto d\gamma_k(x_0,t)/dt=-b_k\gamma_k(x_0,t)+$$
$$+\omega_k w_k(x_0)e^{-bkt}\cos(\omega_k t+\varphi_k)$$

в аксиальной точке $x_0\in(0,l]$.

З а м е ч а н и е 1. В Модуле-1 представление собственных форм w_k можно назвать упрощенной моделью балки Эйлера-Бернулли, поскольку задача моделирования балки Тимошенко [6] приводит к дифференциальному уравнению

$$d^4w_k(x)/dx^4-\lambda_k^2 w_k(x)=0$$

с частным решением (для защепленной балки Эйлера-Бернулли) вида:

$$x\mapsto w_k(x)=\nu_k\left(\cos\left(\lambda_k^{0,5}x\right)-ch\left(\lambda_k^{0,5}x\right)\right),$$
$$x\in[0,l], \quad k=1,2,...$$

Модуль-2: *моделирование на базе принципа суперпозиции динамики кортежа поперечных форм-колебаний напряженно-деформированной штанги со свободным торцом*; сборка функционального пакета из N различных волн-гармоник.

В Модуле-2 функционально предусмотрено:

1) задав целое N, проводить фиксацию $\{..., \quad ...\}_N$ различных k-номеров волн- гармоник γ_k из Модуля-1 для сборки функционального пакета ξ_N;

2) для каждой гармоники из выбранного пакета ξ_N определять и обозначать графически серии точек для узлов $\{..., \quad ...\}_{k-узлы}$ и пучностей $\{..., \quad ...\}_{k-пучности}$;

3) задавать число p измерительных датчиков для точечной съемки информации об амплитуде моделируемого колебательного движения штанги;

4) выбирать на штанге точки с координатами $\{x_1,...,x_p\} \subset (0,l], \quad 0 < x_i < l, \quad i = 1,...,p$ расположения датчиков, измеряющих текущий «суммарный прогиб» демпфированных волн-гармоник функционального пакета ξ_N ($\{..., \quad ...\}_{k-пучности}$).

Аналитическая модель функционального пакета ξ_N N-усеченного ряда числа гармоник свободных колебаний гибкой штанги в Модуле-2 имеет вид

$$(x,t) \mapsto \xi_N(x,t) = \sum\nolimits_{k=1,...,N} \gamma_k(x,t), \quad (x,t) \in [0,l] \times T,$$

при этом модель измерений датчиков $\xi_N(x,t)\big|_{x=x_i}, \quad i = 1,...,p$ представлена как

$$t \mapsto \xi_N(x_1,t) = \sum\nolimits_{k=1,...,N} \gamma_k(x_1,t), \quad t \in T;$$

……………………………

$$t \mapsto \xi_N(x_p,t) = \sum\nolimits_{k=1,...,N} \gamma_k(x_p,t), \quad t \in T.$$

Графическая часть Модуля-2 позволяет:

1) строить анимированное на интервале T колебание штанги $(x,t) \mapsto \xi_N(x,t)$, представленное функциональным пакетом N-усеченного ряда числа гармоник;

2) строить анимированную на интервале T функцию $t \mapsto \xi_N(x_i,t), \quad x_i \in (0,l]$ показаний i-го (i=1,...,p) датчика и сигнала его производной $t \mapsto d\xi_N(x_i,t)/dt$;

3) строить анимированную на T свертку

$$t \mapsto \left(\sum\nolimits_{i=1,...,p} q_i \xi_N(x_i,t)\right) + \\ + \sum\nolimits_{i=1,...,p} g_i d\xi_N(x_i,t)/dt, \quad q_i, g_i \in R;$$

от сигналов датчиков поперечных перемещений и их скоростей.

Модуль-3: *диагностирование частот поперечных деформаций штанги посредством апостериорной оценки спектральной плотности мощности сигналов датчиков величины её прогиба*; преобразование Фурье для автокорреляционных функций

$$t \mapsto \zeta_i(t) := \int_{-\infty}^{\infty} \xi_N(x_i,\tau)\xi_N(x_i,\tau)d\tau, \quad i = 1,...,p.$$

В Модуле-3 функционально предусмотрено:

1) проводить спектральный анализ преобразований Фурье автокорреляционных функций $t \mapsto \zeta_i(t), \quad i = 1,...,p$ методами Томсона, Уэлча и периодограммы с помощью MATLAB-операторов pmtm, pwelch, periodogram;

2) выделять для сигналов $t \mapsto \xi_N(x_i,t), \quad x_i \in (0,l], \quad i = 1,...,p$ частоты их максимальной спектральной плотности с целью: оценки числа N активированных в штанге форм-колебаний, оценки значений собственных частот ω_k деформаций штанги, оценки коэффициента ν_k масштабирования амплитуды k-ой стоячей волны.

Графическая часть Модуля-3 позволяет:

1) выполнить MATLAB-процедурами pmtm, pwelch, periodogram оценку спектральной плотности $|S_i(\omega)|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \zeta_i(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$ мощности сигналов $t \mapsto \xi_N(x_i,t), \quad i = 1,...,p,$ строя их графики в логарифмической шкале (ремарка: данная операция эффективна при больших частотах ω_k, либо на малых частотах ω_k при невысоком (≈ 0) коэффициенте затухания b_k);

2) делать оценку частот сигнальных функций (возбуждающий сигнал) для алгоритма параметрической идентификации, реализованного в Модуле-4.

Замечание 2. В идеале комплекс должен быть оснащен инструментом, который автоматически решает задачу 2), пока пользователь на эмпирической базе, полученной из pmtm, pwelch, periodogram, должен сам заниматься данной оценкой.

Модуль-4: *структурно-параметрическая идентификация уравнений поперечных колебаний гибкой штанги с жестко закрепленным концом*; дифференциальная реализация [5] (см. также [13]) вектор-функции сигналов датчиков $t \mapsto \xi_N(x_i,t), \quad i = 1,...,p.$

В Модуле-4 функционально предусмотрено:

1) определение количества всех активированных в Модуле-2 осцилляторов волн-гармоник

пакета $(x,t) \mapsto \xi_N(x,t)$ на основе выбора числа и геометрии размещения датчиков измерений $t \mapsto \xi_N(x_i,t), \quad i = 1,\dots,p$ (см. ниже утверждение (*));

2) построение матрицы A дифференциальной модели (1), описывающей динамику системы - *«свободные колебания* $(x,t) \mapsto \xi_N(x,t)$ *«+» сигналы измерительных датчиков* $t \mapsto \xi_N(x_i,t), \quad i = 1,\dots,N$ » (модель строится на базе вычисления числа N – активированных волн-гармоник и решения задачи параметрической идентификации в постановке (3) посредством алгоритма (4); см. детали в следующем разделе):

$$dx/dt = Ax(t), \qquad t \in T, \qquad x(t) \in R^{2N}, \quad (1)$$

$$x(t) := col(x_1(t),\dots,x_{2N}(t)),$$

$$\begin{cases} x_1(t) = \xi_N(x_1,t), \\ x_2(t) = d\xi_N(x_1,t)/dt, \\ \dots\dots\dots \; \dots\dots\dots \; \dots\dots\dots \\ x_{2N-1}(t) = \xi_N(x_N,t), \\ x_{2N}(t) = d\xi_N(x_N,t)/dt \end{cases}$$

с привлечением алгоритма в построении линейной однородной системы дифференциальной реализации апостериорных данных (показания N датчиков):

$$t \mapsto (\xi_N(x_i,t), d\xi_N(x_i,t)/dt), \qquad i = 1,\dots,N;$$

3) обработка спектра оператора системы (1) на базе MATLAB-операторов: esort (сортировка комплексных собственных значений системы), damp (вычисление собственных частот и коэффициентов демпфирования для полюсов системы), pzmap (расположение полюсов и нулей);

4) приведение (оператор canon) матрицы A к канонической форме Фробениуса с вычислением матрицы C наблюдающего устройства $y(t) = Cx(t)$.

Замечание 3. Алгоритмическое решение задачи 1 достигается на основе решения двух задач: определения числа N (см. замечание 4), и выбора мест установки измерительных датчиков $t \mapsto \xi_N(x_i,t), \quad i = 1,\dots,N$; что формализует утверждение (*).

Наделим функциональное пространство $L_2(T,R)$ структурой гильбертова пространства со скалярным произведением

$$\langle \varphi, \phi \rangle_L := \int_T \varphi(\tau)\phi(\tau)d\tau,$$

$$\varphi, \phi \in L_2(T,R).$$

и пусть заданы функции $z_1,\dots,z_k \in L_2(T,R)$. Тогда [14, с. 212] определитель $\Gamma(z_1,\dots,z_k)$ матрицы вида

$$\begin{bmatrix} \langle z_1, z_1 \rangle_L \cdots \langle z_1, z_2 \rangle_L \dots \langle z_1, z_k \rangle_L . \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \langle z_k, z_1 \rangle_L \cdots \langle z_k, z_2 \rangle_L \dots \langle z_k, z_k \rangle_L . \end{bmatrix}$$

образует определитель Грама для $z_1,\dots,z_k$. Если какой-либо главный минор в $\Gamma(z_1,\dots,z_k)$ равен нулю, то $\Gamma(z_1,\dots,z_k) = 0$; это используется в Модуле-4 при анализе линейной зависимости функций из $L_2(T,R)$, что составляет алгоритм вычисления числа N волн- гармоник (через функцию Delta[j]; см. ниже) согласно следующего предложения:

Утверждение (*). *Для пакета волн-гармоник* $(x,t) \mapsto \xi_N(x,t)$ *в* $(0,l]$ *существует набор точек* $\{x_1,\dots,x_p\} \subset (0,l]$, *что для датчиков* $t \mapsto \xi_N(x_i,t), \quad t \in T, i = 1,\dots,N$ *выполняется*

$$\Gamma(\xi_N(x_1,\cdot),\dots,\xi_N(x_N,\cdot), d\xi_N(x_1,\cdot)/dt,\dots$$

$$\dots, d\xi_N(x_N,\cdot)/dt) \neq 0,$$

при этом для любой точки $z \in (0,l]$ и датчика $t \mapsto \xi_N(z,t), \quad t \in T$ имеет место

$$\Gamma(\xi_N(x_1,\cdot),\dots,\xi_N(x_N,\cdot), d\xi_N(x_1,\cdot)/dt,\dots$$

$$\dots, d\xi_N(x_N,\cdot)/dt, \xi_N(z,\cdot)) = 0,$$

В данных условиях пакет волн ξ_N *имеет дифференциальную реализацию* (1).

Замечание 4. Из утверждения следует, что для определения динамического порядка дифференциальной системы (1) достаточно расширять (j=1,2,...) определители Грама, отвечающие системам функций $\{\xi_N(x_i,\cdot), \quad d\xi_N(x_i,\cdot)/dt : i = 1,\dots,j\}$ до тех пор, пока эти определители отличны от нуля, при этом (в предположении $\Gamma(\xi_N(x_1,\cdot),\dots,\xi_N(x_N,\cdot), d\xi_N(x_1,\cdot)/dt,\dots,d\xi_N(x_N,\cdot)/dt, \xi_N(z,\cdot)) \approx 0$) порядок последнего будет равен искомому порядку системы (1); т.е. первому числу j, при котором будет

$$Delta[j] := \Gamma(\xi_N(x_1,\cdot),\dots\xi_N(x_{j+1},\cdot), d\xi_N(x_1,\cdot)/dt,\dots d\xi_N(x_{j+1},\cdot)/dt) \times$$
$$\times \Gamma(\xi_N(x_1,\cdot),\dots\xi_N(x_j,\cdot), d\xi_N(x_1,\cdot)/dt,\dots d\xi_N(x_j,\cdot)/dt)^{-1} \approx 0;$$

геометрический смысл значений $Delta[j]$ см. в [14, с. 215].

3. ИДЕНТИФИКАЦИЯ УРАВНЕНИЙ УЭККК

В Модуле-4 задача идентификации модели динамики УЭККК решается в форме уравнений Лагранжа второго рода

$$Md^2 z(t)/dt^2 + Dz(t)/dt + Sz(t),$$

$$z = col(z_1,...,z_N), \qquad (2)$$

где M, D, S – матрицы коэффициентов инерции, демпфирования и жесткости; модификация алгоритма (2.2) [8] позволяет расширить (2) до модели с управлением.

В рамках метода усечения (замечание 4) числа стоячих волн-гармоник, описывающих демпфированные колебания штанги-балки с защепленным концом, в Модуле-4 проводится дифференциальная аппроксимация [15, с. 392] «модифицированного» (умножение на M^{-1}) уравнения (2), описывающего колебательные отклонения штанги от её постоянного деформированного состояния. В условиях апостериорного моделирования уравнения (2) задача идентификации матриц $M^{-1}D, M^{-1}S$ строится (на базе измерений собственного движения вектора $col\left(\check{z}_1(t),...,\check{z}_N(t)\right)$ на временном интервале T) из решения следующей задачи (см. (8.70) [15, с. 393]) параметрической оптимизации:

$$\min\int_T \left\| d^2\check{z}(\tau)/d\tau^2 + M^{-1}Dd\check{z}(\tau)/d\tau + M^{-1}S\check{z}(\tau)\right\|^2 d\tau, (3)$$

где $\|\cdot\|$ - евклидова норма в R^N; как отмечено в [15, с. 392] данная постановка – прямое обобщение корреляционных методов, поэтому более помехозащищена в отличие от схемы параметрической идентификации, предложенной в [13,16].

Процедура решения (8.71) [15] задачи (3) укладывается в алгоритмическую схему вычисления матриц $M^{-1}D, M^{-1}S$, выраженную блочно-матричным соотношением:

$$\left[M^{-1}D, M^{-1}S\right] = -\int_T \omega_d(\tau)[\omega(\tau)]^* d\tau \times$$

$$\times\left[\int_T \omega(\tau)[\omega(\tau)]^* d\tau\right]^{-1}, \qquad (4)$$

$$\omega_d(t) := col\left(d^2\check{z}_1(t)/dt^2,...,d^2\check{z}_N(t)/dt^2,\right) \in R^N,$$

$$\omega(t) := col\left(d\check{z}_1(t)/dt,...,d\check{z}_N(t)/dt, \check{z}_1(t),...,\check{z}_N(t)\right) \in R^{2N},$$

где $[M^{-1}D, M^{-1}S]$ - блочная N×2N-матрица, $[\cdot]^*$ - операция транспонирования.

З а м е ч а н и е 5. Формула (4) позволяет по апостериорным данным измерений датчиков $\omega_d(\cdot), \omega(\cdot)$ восстановить N×N-матрицы $M^{-1}D, M^{-1}S$. В качестве датчиков можно (как в [9]) использовать пьезоакселерометры АС 56511 массой 0,001 кг с рабочим диапазоном 1-3000 Гц и диапазоном измеряемых ускорений 0,1-100 g.

Согласно (4) уравнения Лагранжа (2) трансформируются к виду Коши с вектором состояний $\omega(t) \in R^{2N}$ и 2N×2N-матрицей идентифицированной системы

$$\begin{bmatrix} -M^{-1}S \cdots\cdots -M^{-1D} \\ 0_N \cdots\cdots\cdots\cdots E_N \end{bmatrix},$$

где 0_N и E_N – соответственно нулевая и единичная N×N-матрицы.

Ниже для предложенных алгоритмов приведен результат тестовой проверки моделирования пакета стоячих волн при исходных данных: T=10 сек, l=10 м, N=4. Движение $t \mapsto \xi_4(x_i,t) := \check{z}_i(t)$, $i = 1,...,4$ в точках x_i, i=1,...,4 («эталонная» модель) и ее «несогласование» $t \mapsto \Delta z_i(t)$, $i = 1,...,4$ с динамикой $t \mapsto z_i(t)$, $i = 1,...,4$ идентифицированной модели (2)-(3) представлены на рис. 1, 2 (кривые i=1,...,4 соответствуют номерам датчиков), идентифицированные матрицы $M^{-1}D, M^{-1}S$ уравнения (2) в силу (4) имели оценку:

$$M^{-1}D = \begin{bmatrix} -0{,}2843\cdots 0{,}8147\cdots -0{,}7495\cdots 0{,}2909 \\ -0{,}4651\cdots 1{,}2049\cdots -1{,}0873\cdots 0{,}4219 \\ -0{,}6417\cdots 1{,}6048\cdots -1{,}4720\cdots 0{,}5840 \\ -0{,}8676\cdots 2{,}1738\cdots -2{,}0620\cdots 0{,}8264 \end{bmatrix},$$

$$M^{-1}S = \begin{bmatrix} 0{,}7732\cdots -0{,}5128\cdots -0{,}0141\cdots -0{,}0206 \\ 0{,}3620\cdots -0{,}2880\cdots 0{,}4371\cdots -0{,}3314 \\ 1{,}3801\cdots -3{,}3561\cdots 3{,}5122\cdots -1{,}3574 \\ 3{,}1416\cdots -8{,}5981\cdots 8{,}0190\cdots -2{,}6727 \end{bmatrix}$$

Численный эксперимент подтвердил (рис. 1, 2) теоретический результат утверждения (*) и алгоритма (3)-(4) в структурно-параметрической

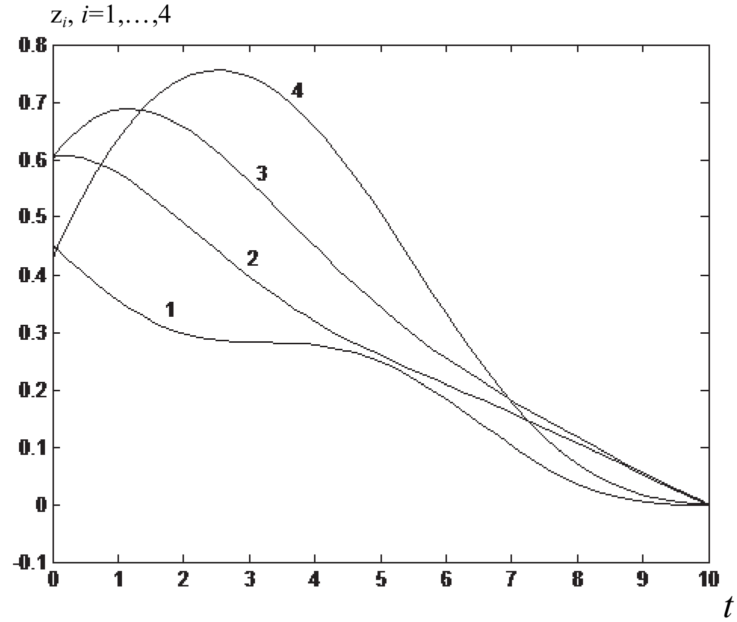

Рис. 1. $\check{z}_1(t), \check{z}_2(t), \check{z}_3(t), \check{z}_4(t)$ – показания датчиков «эталонной» модели, $z_1(t), z_2(t), z_3(t), z_4(t)$ – показания датчиков идентифицированной модели;

i – графики совпадают, т.к. $\left|\Delta z_i(t)\right| < 8 \cdot 10^{-5}$, i=1,...,4

(ось абсцисс – время [сек])

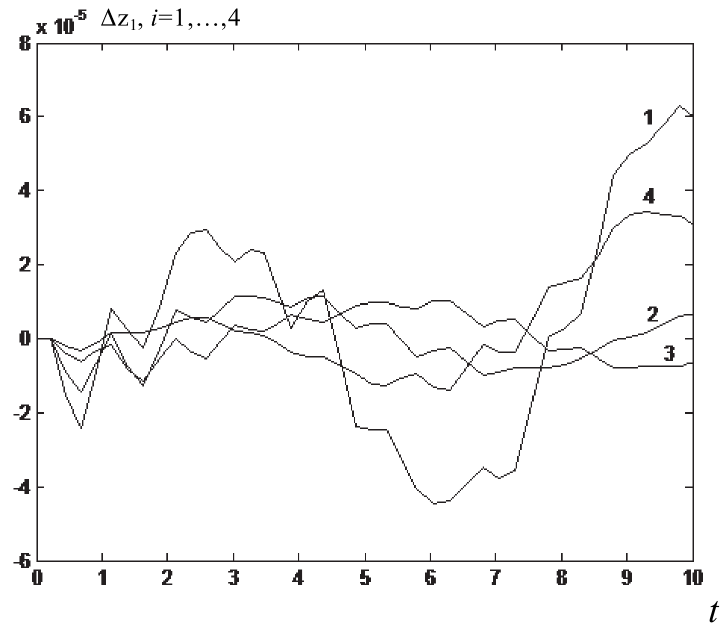

Рис. 2. $\Delta z_1(t) := \check{z}_1(t) - z_1(t) < 8 \cdot 10^{-5}$, $\Delta z_2(t) := \check{z}_2(t) - z_2(t) < 2 \cdot 10^{-5}$, $\Delta z_3(t) := \check{z}_3(t) - z_3(t) < 2 \cdot 10^{-5}$, $\Delta z_4(t) := \check{z}_4(t) - z_4(t) < 4 \cdot 10^{-5}$
(ось абсцисс – время [сек])

идентификации многомерных систем, описываемых векторно-матричным дифференциальным уравнением (2), на основе интегральной обработки измерений пьезоакселерометров.

Изложенная выше методология структурно-параметрической идентификации позволяет (при соответствующей модификации алгоритма (4)) охватить апостериорное моделирование квазилинейных систем (в том числе пространственного вращательного движения с демпфированием, описываемого уравнениями Эйлера; см. модель (1.1), алгоритм (2.2) и пример 1 из [8]), а также проводить текущую (временную) идентификацию [17-20] параметров закрепления распределенной механической системы.

Работа выполнена при частичном финансировании Гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ (НШ-5007.2014.09).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Русанов В.А., Данеев Р.А.* Об адаптивной настройке параметров источника электромагнитного излучения на геостационарной орбите // Управляющие системы и машины. 2014. № 6. С. 12-17.
2. *Ермилов А.С., Ермилова Т.В.* Математическая модель углового движения больших космических конструкций с гироскопическим приводом для активной компенсации упругих колебаний // Докл. РАН. 2011. Т. 436. № 6. С. 743-746.
3. *Rusanov V.A., Antonova L.V., Daneev A.V.* Inverse Problem of Nonlinear Systems Analysis: A Behavioral Approach // Advances in Differential Equations and Control Processes. 2012. Vol. 10. No. 2. P. 69-88.
4. *Зимин В.Н., Колосков И.М., Мешковский В.Е.* Динамические испытания раскрывающейся зеркальной космической антенны // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2000. № 10. С. 120-124.
5. *Данеев А.В., Русанов В.А., Русанов М.В.* От реализации Калмана-Месаровича к линейной модели нормально-гиперболического типа // Кибернетика и системный анализ. 2005. № 6. С. 137-157.
6. *Ахтямов А.М., Урманчеев С.Ф.* Определение параметров твердого тела, прикрепленного к одному из концов балки, по собственным частотам колебаний // Сибирский журнал индустриальной математики. 2008. Т. XI. № 4. С. 19-24.
7. *Сергиенко И.В., Дейнека В.С.* Идентификация параметров многокомпонентных стержневых систем // Доп. НАН Украiни. 2008. № 1. С. 35-42.
8. *Русанов В.А., Шарпинский Д.Ю.* К теории структурной идентификации нелинейных многомерных систем // Прикладная математика и механика. 2010. Т. 74. Вып. 1. С. 119-132.
9. *Зимин В.Н.* Экспериментальное определение динамических характеристик крупногабаритных трансформируемых космических конструкций // Вестник МГТУ. Сер. "Машиностроение" 2011. № 1. С. 47-56.
10. *Алешин А.К.* Метод определения массы и координат центра масс тела в заданной плоскости // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2011. № 2. С. 9-14.
11. *Ермилов А.С., Ермилова Т.В.* Синтез алгоритма активной компенсации упругих колебаний с нестационарными параметрами деформируемых космических аппаратов // Автоматика и телемеханика. 2012. № 4. С. 66-82.
12. *Козырев В.А., Антонова Л.В., Носков С.И., Русанов В.А., Шарпинский Д.Ю.* Моделирование динамики форм колебаний балки "МОДФОКБ" // Свидетельство Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам о государственной регистрации программы для ЭВМ, № 2012615101; опубл. 20.09.2012. Бюл. № 3(80). С. 482.
13. *Дмитриев А.В., Дружинин Э.И.* Идентификация динамических характеристик непрерывных линейных моделей в условиях полной параметрической неопределенности // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1999. № 3. С. 44-52.
14. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. М.: Наука, 1988. 552 с.
15. *Эйкхофф П.* Основы идентификации систем управления. М.: Мир, 1975. 687 с.
16. *Данеев А.В., Козырев В.А., Куменко А.Е., Русанов В.А.* О структурно-параметрической идентификации стационарных многомерных систем // Известия Самарского научного центра РАН. 2009. Т. 11. № 3. С. !22-130.
17. *Akhtyamov A.M., Mouftakhov A.V.* Identification of boundary conditions using natural frequencies // Inverse problems in Science and Engineering. 2004. Vol. 12. No. 4. P. 393-408.
18. *Ахтямов А.М., Урманчеев С.Ф.* Корректность по Тихонову задачи идентификации закреплений механических систем // Сибирский журнал индустриальной математики. 2012. Т. XV. № 4. С. 24-37.
19. *Сомов Е.И., Бутырин С.А.* Полетная идентификация и силовая гироскопическая стабилизация слабо демпфированной конструкции крупногабаритного спутника // Проблемы управления. 2013. № 2. С. 51-57.
20. *Rusanov V.A., Lakeev A.V., Linke Yu.E., Voronov V.A.* On realization of dynamic systems: Assessment of fiducial accuracy in the process of adjustment of the realization matrix // Far East Journal of Dynamical Systems. 2014. Vol. 25. No. 1, pp. 23-35.

STRUCTURAL-PARAMETRIC IDENTIFICATION OF EQUATIONS OF DIFFEREN-TIAL DYNAMICS OF THE ELASTIC ELEMENT OF THE SATELLITE-GYROSTAT

© 2014 V.A. Rusanov[1], A.V. Daneev[1], A.E. Kumenko[2]

[1] Institute of System Dynamics and Control Theory SO RAN, Irkutsk
[2] Irkutsk State University of Railway Transport

A direct algorithm of structural-parametric identification of differential model of damped oscilla-tion of elastic element of the satellite-gyrostat in the form of Lagrange equations of type II was sug-gested. An appropriate mathematical software was developed within its frameworks an example of a posteriori modeling of transverse vibrations of split rod-beams was led.

Key words: simulation, structural-parametric identification, elastic element of the satellite-gyrostat

Vyacheslav Rusanov, Doctor of Physics and Mathematics, Senior Research Fellow. E-mail: v.rusanov@mail.ru
Aleksei Daneev, Doctor of Technics, Professor.
E-mail: daneev@mail.ru
Anton Kumenko, Candidate of Technics, Associate Professor.