

ПЕРЕПУТЫВАНИЕ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ПОТОКОВЫХ КУБИТОВ С ВЫРОЖДЕННЫМИ ДВУХФОТОННЫМИ ПЕРЕХОДАМИ, ИНДУЦИРОВАННОЕ ТЕПЛОВЫМ ШУМОМ

© 2014 Е.К. Башкиров, М.С. Мастюгин

Самарский государственный университет

Поступила в редакцию 07.07.2014

Исследовано влияние диполь-дипольного взаимодействия и атомной когерентности на степень перепутывания двух искусственных атомов (сверхпроводящих потоковых кубитов), взаимодействующих со сверхпроводящим “резонатором” в тепловом состоянии.

Ключевые слова: перепутывание, сверхпроводящие потоковые кубиты, диполь-дипольное взаимодействие, атомная когерентность, одномодовое тепловое поле.

ВВЕДЕНИЕ

Квантовые перепутанные состояния являются основным ресурсом квантовой информатики. Для приложений в физике квантовых вычислений нужны максимально перепутанные чистые состояния с достаточно большим временем жизни. В настоящее время активно исследуются как теоретически, так и экспериментально различные физические системы, которые могут быть использованы в качестве логических элементов квантовых компьютеров, а также наиболее эффективные схемы генерации в таких системах перепутанных состояний [1]. В реальных условиях квантовые системы всегда взаимодействуют с окружением. Такое взаимодействие обычно приводит к декогерентности, так что исследуемая система эволюционирует в смешанное перепутанное состояние, которое оказывается непригодным для целей квантовых вычислений. Поэтому с практической точки зрения основная задача при получении и использовании атомных перепутанных состояний заключается в том, чтобы предотвратить, минимизировать или использовать влияние шума. Недавно в целом ряде работ была высказана идея о том, в некоторых случаях диссипация и шум могут, напротив, являться источником перепутывания. В частности, было указано на возможность генерации перепутывания в атомных системах в резонаторах, индуцированного тепловым шумом [2]. В работе [2] авторы показали, что одномодовый тепловой шум может индуцировать атом-атомное перепутывание в системе двух двухуровневых атомов в идеальном резонаторе. Перепутывание в двухатомной сис-

теме с вырожденным двухфотонным взаимодействием, индуцированное одномодовым тепловым шумом, было рассмотрено в работе [3], а влияние двухмодового теплового шума на перепутывание двух двухуровневых атомов с невырожденными переходами — в работах [4,5]. При этом было показано, что при двухфотонном взаимодействии степень перепутывания атомных состояний может значительно превосходить соответствующую величину для однофотонного взаимодействия. Позднее было также установлено, что для атомов как с одно- так и с двухфотонными переходами, степень перепутывания атомов сильно зависит от начального состояния системы [6,7]. Выяснено, что при наличии атомной когерентности степень атомного перепутывания может заметно возрастать, а также то, что степени атомного перепутывания можно управлять, изменяя относительные фазы и амплитуды поляризованных атомов. Было также показано на примере двухатомной модели с однофотонными переходами, что степень атомного перепутывания может быть значительно увеличена за счет диполь-дипольного взаимодействия атомов [8, 9].

Поэтому представляет значительный интерес исследование влияния атомной когерентности и прямого диполь-дипольного взаимодействия на степень перепутывания, индуцированного тепловым шумом, для атомов с вырожденными двухфотонными переходами. Однако в случае обычных двухуровневых атомов двухфотонные переходы возможны только для состояний с одинаковой четностью, а в этом случае прямое диполь-дипольное взаимодействие между атомами отсутствует. Вместе с тем существует физические системы, для которых обычные правила отбора нарушаются. К таким системам относятся макроскопические объекты — потоковые сверхпроводящие кубиты, которые при опреде-

Башкиров Евгений Константинович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры общей и теоретической физики. E-mail: bash@samsu.ru

Мастюгин Михаил Сергеевич, аспирант кафедры общей и теоретической физики. E-mail: mast12basket@rambler.ru

ленных условиях могут рассматриваться как искусственные трехуровневые атомы с переходами Δ -типа [10]. В таких искусственных атомах могут быть разрешены как одно- так и двухфотонные процессы [11]. Важной особенностью таких кубитов является также то, что их дипольные моменты значительно превосходят по величине дипольные моменты естественных атомов. Сверхпроводящие цепи, основанные на переходах Джозефсона, могут использоваться в качестве кубитов квантовых компьютеров [12]. У сверхпроводящих цепей может быть много собственных состояний с дискретными собственными значениями энергии, которые располагаются ниже, чем энергия возбуждения куперовской пары. Это свойство позволяет сверхпроводящим цепям вести себя как сверхпроводящие искусственные атомы. Искусственными атомами можно управлять, используя токи, напряжения и микроволновые фотоны, которые переводят систему из одного макроскопического квантового состояния в другое.

В настоящей работе мы исследуем влияние атомной когерентности и диполь-дипольного взаимодействия на перепутывание двух идентичных двухуровневых потоковых сверхпроводящих кубита, взаимодействующих со сверхпроводящим электрическим “резонатором” (LC -контуром), находящимся в квантовом одномодовом тепловом состоянии. “Фотоны” такого резонатора представляют собой фактически колебания электронной плотности в сверхпроводящем LC -контуре. Заметим, что для модели сверхпроводящих кубитов с вырожденными двухфотонными переходами такое влияние рассмотрено в нашей работе [9].

МОДЕЛЬ И ЕЁ ТОЧНО РЕШЕНИЕ

Модель, которую мы рассматриваем ниже, состоит из сверхпроводящего LC “резонатора”, взаимодействующего индуктивно с двумя идентичными сверхпроводящими джозефсоновскими

потоковыми кутритами Δ -типа. При этом сверхпроводящие цепи и искусственные атомы могут быть изготовлены на одном чипе. Сверхпроводящая цепь — идеальный гармонический осциллятор, описываемый гамильтонианом

$$H_F = \hbar\omega a^+ a,$$

где a^+ (a) — операторы рождения и уничтожения “фотонов” в LC цепи, $\omega = 1/\sqrt{LC}$ — частота LC “резонатора”, L и C — индуктивность и емкость цепи.

Чтобы получить эффективный атомный гамильтониан системы, рассмотрим два идентичных трехуровневых искусственных атома с переходами Δ -типа. Обозначим через $|e\rangle, |i\rangle$ и $|g\rangle$ состояния, соответствующие трем нижним уровням искусственного атома. Здесь $|e\rangle$ — возбужденное, $|g\rangle$ — основное и $|i\rangle$ — промежуточные состояния атома. Предположим, что каскадный переход $|e\rangle \rightarrow |i\rangle \rightarrow |g\rangle$ находится в двухфотонном резонансе с частотой “резонатора” $\omega_{eg} = 2\omega$, в то время как частоты переходов между промежуточным уровнем и двумя другими уровнями ω_{ei} и ω_{ig} сильно отстроены от частоты резонатора ω (рис. 1а). После адиабатического исключения промежуточного уровня [13-15] мы получаем систему двух двухуровневых атомов с эффективными вырожденными двухфотонными переходами. Схема энергетических уровней и разрешенных переходов в эффективном искусственном атоме показана на рис. 1б.

Тогда гамильтониан взаимодействия системы двух искусственных двухуровневых атомов с вырожденными двухфотонными переходами, взаимодействующих с одномодовым полем в “резонаторе” может быть записан в виде

$$H_1 = \hbar g \sum_{i=1}^2 (a^+ \sigma_i^- + \sigma_i^+ a^2),$$

где σ_i^+ и σ_i^- — повышающий и понижающий операторы в двухуровневом кубите ($i=1,2$) и g —

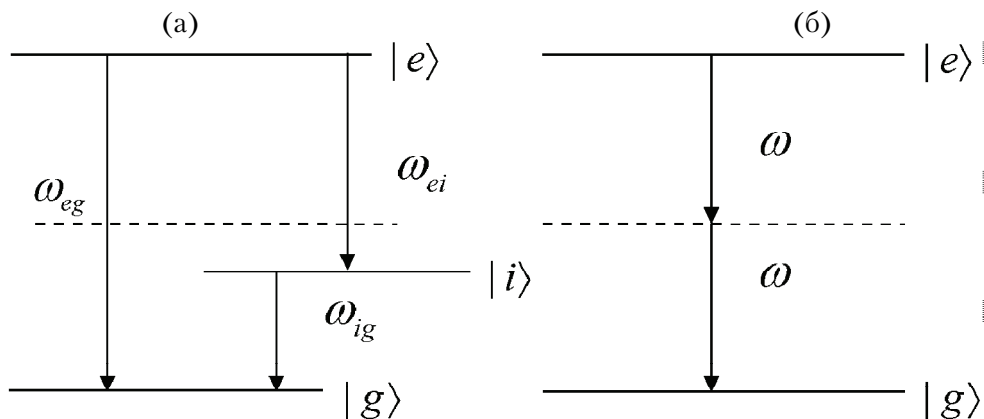


Рис. 1. Схема энергетических уровней и разрешенных переходов в исходном трехуровневом сверхпроводящем кубите Δ -типа (а) и эффективном двухуровневом искусственном атоме с вырожденными двухфотонными переходами (б)

эффективная константа двухфотонного взаимодействия кубита и резонаторного поля. Гамильтониан прямого диполь-дипольного взаимодействия кубитов может быть записан в квазиспиновом представлении как

$$H_2 = J(\sigma_1^+ \sigma_2^- + \sigma_2^+ \sigma_1^-),$$

где J – параметр диполь-дипольного взаимодействия кубитов. В результате эффективный гамильтониан двух кубитов и моды поля “резонатора” в представлении взаимодействия можно представить в виде

$$H = \hbar g \sum_{i=1}^2 (a^{+2} \sigma_i^- + \sigma_i^+ a^2) + J(\sigma_1^+ \sigma_2^- + \sigma_2^+ \sigma_1^-). \quad (1)$$

Учитывая введенные ранее обозначения $|e\rangle$ и $|g\rangle$ для возбужденного и основного состояния двухуровневого атома, мы можем представить двухатомную волновую функцию в виде комбинации волновых векторов $|\alpha, \beta\rangle = |\alpha\rangle |\beta\rangle$, где $\alpha, \beta = e, g$. Атом-полевая система в идеальном резонаторе обладает унитарной динамикой, которая в представлении взаимодействия описывается оператором эволюции $U(t)$. В двухатомном базисе $|e, e\rangle, |e, g\rangle, |g, e\rangle, |g, g\rangle$ оператор эволюции $U(t)$ для модели с гамильтонианом (1) есть

$$U(t) = \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} & U_{14} \\ U_{21} & U_{22} & U_{23} & U_{24} \\ U_{31} & U_{32} & U_{33} & U_{34} \\ U_{41} & U_{42} & U_{43} & U_{44} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Здесь

$$U_{11} = 1 + 2a^2 \frac{A}{\lambda} a^{+2}, \quad U_{14} = 2a^2 \frac{A}{\lambda} a^2,$$

$$U_{41} = 2a^{+2} \frac{A}{\lambda} a^{+2}, \quad U_{44} = 1 + 2a^{+2} \frac{A}{\lambda} a^2,$$

$$U_{12} = U_{13} = a^2 \frac{B}{\theta}, \quad U_{21} = U_{31} = \frac{B}{\theta} a^{+2},$$

$$U_{24} = U_{34} = \frac{B}{\theta} a^2, \quad U_{42} = U_{43} = a^{+2} \frac{B}{\theta},$$

$$U_{22} = U_{33} = \frac{e^{-i\frac{g}{2}(\alpha+\theta)t}}{4\theta} \times$$

$$\times \left\{ [1 - e^{(ig\theta)t}] \alpha + 2\theta e^{i\frac{g}{2}(3\alpha+\theta)t} + \theta [1 + e^{(ig\theta)t}] \right\},$$

$$U_{23} = U_{32} = \frac{e^{-i\frac{g}{2}(\alpha+\theta)t}}{4\theta} \times$$

$$\times \left\{ [1 - e^{(ig\theta)t}] \alpha - 2\theta e^{i\frac{g}{2}(3\alpha+\theta)t} + \theta [1 + e^{(ig\theta)t}] \right\},$$

$$\text{где } A = \exp\left[-i\frac{g\alpha}{2}t\right] \left\{ \cos\left(\frac{g\theta}{2}t\right) + i\frac{\alpha}{\theta} \sin\left(\frac{g\theta}{2}t\right) \right\} - 1,$$

$$B = \exp\left[-i\frac{g}{2}(\alpha+\theta)t\right] [1 - \exp(ig\theta t)]$$

$$\text{и } \alpha = J/g, \quad \lambda = 2(a^{+2}a^2 + a^2a^{+2}),$$

$$\theta = \sqrt{8(a^{+2}a^2 + a^2a^{+2}) + \alpha^2}.$$

Пусть в начальный момент времени резонаторное поле находится в одномодовом тепловом поле

$$\rho_F(0) = \sum_n P(n) |n\rangle \langle n|,$$

$$\text{где } P(n) = \frac{\bar{n}^n}{(1+\bar{n})^{n+1}}$$

и \bar{n} – среднее число тепловых фотонов в моде, а искусственные атомы находятся в различных когерентных состояниях.

Для определения степени атом-атомного перепутывания будем использовать параметр Переса Хородецких или “отрицательность”, которую определим как [16,17]

$$\varepsilon = -2 \sum_i \mu_i^-, \quad (3)$$

где μ_i^- – отрицательные собственные значения частично транспонированной по переменным одного кубита двухкубитной редуцированной матрицы плотности. Для перепутанных состояний $\varepsilon = 0$. Для перепутанных состояний $0 < \varepsilon \leq 1$. Максимальной степени перепутывания соответствует значение $\varepsilon = 1$. Редуцированная матрица плотности находится стандартным образом

$$\rho_A(t) = \text{Tr}_F U(t) \rho_F(0) \otimes \rho_A(0) U^+(t). \quad (4)$$

В результате с использованием явного вида оператора эволюции (2) и формулы (4) получаем для частично транспонированной атомной матрицы плотности выражение вида

$$\rho_A^T(t) = \begin{pmatrix} \rho_{11}(t) & \rho_{12}(t) & \rho_{13}(t) & \rho_{14}(t) \\ \rho_{12}^*(t) & \rho_{22}(t) & \rho_2(t) & \rho_{24}(t) \\ \rho_{13}^*(t) & \rho_{23}^*(t) & \rho_{33}(t) & \rho_{34}(t) \\ \rho_{14}^*(t) & \rho_{24}^*(t) & \rho_{34}^*(t) & \rho_{44}(t) \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Явный вид элементов матрицы плотности не приводится из-за их чрезмерной громоздкости. Получение аналитических результатов для параметра перепутывания рассматриваемой модели представляет собой весьма непростую задачу. Поэтому динамика временной эволюции параметра перепутывания для различных начальных когерентных состояний искусственных атомов исследована путем компьютерного моделирования.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПАРАМЕТРА ПЕРЕПУТЫВАНИЯ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

1. Пусть в начальный момент времени искусственные атомы приготовлены в когерентных неперепутанных состояниях вида

$$|\Psi_1(0)\rangle = \cos \theta_1 |e\rangle + e^{i\varphi_1} \sin \theta_1 |g\rangle, \tag{6}$$

$$|\Psi_2(0)\rangle = \cos \theta_2 |e\rangle + e^{i\varphi_2} \sin \theta_2 |g\rangle.$$

Здесь θ_1 и θ_2 обозначают амплитуды поляризованных атомов и φ_1 и φ_2 – относительные фазы их состояний. В таком случае начальная атомная матрица плотности атомов можем быть записана в виде

$$\rho_A(0) = \begin{pmatrix} \rho_{11}(0) & \rho_{12}(0) & \rho_{13}(0) & \rho_{14}(0) \\ \rho_{12}^*(0) & \rho_{22}(0) & \rho_{23}(0) & \rho_{24}(0) \\ \rho_{13}^*(0) & \rho_{23}^*(0) & \rho_{33}(0) & \rho_{34}(0) \\ \rho_{14}^*(0) & \rho_{24}^*(0) & \rho_{34}^*(0) & \rho_{44}(0) \end{pmatrix},$$

где матричные элементы равны

$$\begin{aligned} \rho_{11}(0) &= \cos^2 \theta_1 \cos^2 \theta_2, \\ \rho_{12}(0) &= \cos^2 \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_2 e^{-i\varphi_2}, \\ \rho_{13}(0) &= \cos \theta_1 \sin \theta_1 \cos^2 \theta_2 e^{-i\varphi_1}, \\ \rho_{14}(0) &= \cos \theta_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_2 e^{-i(\varphi_1 + \varphi_2)}, \\ \rho_{22}(0) &= \cos^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2, \\ \rho_{23}(0) &= \cos \theta_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_2 e^{-i(\varphi_1 - \varphi_2)}, \\ \rho_{24}(0) &= \cos \theta_1 \sin \theta_1 \sin^2 \theta_2 e^{-i\varphi_1}, \\ \rho_{33}(0) &= \sin^2 \theta_1 \cos^2 \theta_2, \\ \rho_{34}(0) &= \sin^2 \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_2 e^{-i\varphi_2}, \\ \rho_{44}(0) &= 1 - \rho_{11}(0) - \rho_{22}(0) - \rho_{33}(0). \end{aligned}$$

На рис. 2 представлены результаты численного моделирования параметра перепутывания для искусственных атомов, приготовленных в когерентном начальном состоянии вида (6) с параметрами $\theta_1 = \pi/4$, $\theta_2 = -\pi/4$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$, и средним числе “фотонов” в моде $\bar{n} = 0.1$. Константа диполь-дипольного взаимодействия равна $\alpha = 0$ в случае штриховой кривой и $\alpha = 0,1$ в случае сплошной кривой. Из рисунка хорошо видно, что учет диполь-дипольного взаимодействия между искусственными атомами приводит к значительному увеличению степени перепутывания кубитов. Отметим, что для рассматриваемой модели в отличие от модели с однофотонными переходами [6] заметное увеличение степени перепутывания при переходе от некогерентного к когерентному состоянию атомов имеет место только при наличии диполь-дипольного взаимодействия. Рассмотрим далее динамику

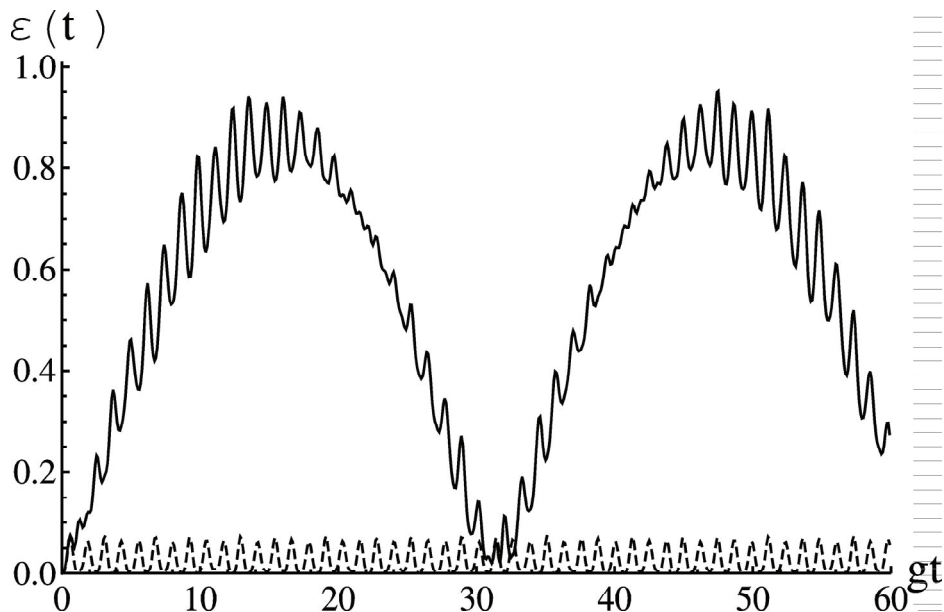


Рис. 2. Временная зависимость параметра перепутывания для атомов, приготовленных в когерентном начальном состоянии вида (6) с параметрами $\theta_1 = \pi/4$, $\theta_2 = -\pi/4$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$, и средним числе “фотонов” в моде $\bar{n} = 0.1$. Параметр диполь-дипольного взаимодействия $\alpha = 0$ (штриховая линия) и $\alpha = 0,1$ (сплошная линия)

перепутывания для когерентных перепутанных начальных состояний искусственных атомов.

2. Пусть в начальный момент времени атомы приготовлены в перепутанном состоянии белловского типа

$$|\Psi(0)\rangle = \cos\theta |e, g\rangle + \sin\theta e^{i\varphi} |g, e\rangle, \quad (7)$$

где θ – параметр когерентности и φ – относительная фаза.

Соответствующая выбранному начальному состоянию искусственных атомов (7) редуцированная атомная матрица плотности есть

$$\rho_A(0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{22}(0) & \rho_{23}(0) & 0 \\ 0 & \rho_{23}^*(0) & \rho_{33}(0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

где $\rho_{22}(0) = \cos^2\theta$,

$$\rho_{23}(0) = \cos\theta \sin\theta e^{i\varphi},$$

$$\rho_{33}(0) = \sin^2\theta.$$

На рис. 3 представлены результаты численного моделирования параметра перепутывания для искусственных атомов, приготовленных в когерентном начальном состоянии вида (7) для $\theta = \pi/3$ и среднего числа “фотонов” в моде $\bar{n} = 0.1$. Относительная фаза равна $\varphi = 0$ в случае точечной кривой, равна $\varphi = \pi/2$ в случае штриховой кривой и равна $\varphi = \pi$ в случае

сплошной кривой. Константа диполь-дипольного взаимодействия $\alpha = 0,1$. Из рисунка хорошо видно, что степень перепутывания искусственных атомов в случае когерентного перепутанного начального состояния (7) может контролироваться за счет выбора надлежащей относительной разности фаз состояний, входящих в суперпозицию (7).

3. Пусть начальное перепутанное когерентное состояние искусственных атомов выбрано в виде

$$|\Psi(0)\rangle = \cos\theta |e, e\rangle + \sin\theta e^{i\varphi} |g, g\rangle, \quad (8)$$

где как и в предыдущем случае θ – параметр когерентности и φ – относительная фаза, входящих в суперпозицию (8) состояний.

Редуцированная атомная матрица плотности, соответствующая волновой функции (8) есть

$$\rho_A(0) = \begin{pmatrix} \rho_{11}(0) & 0 & 0 & \rho_{14}(0) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \rho_{14}^*(0) & 0 & 0 & \rho_{44}(0) \end{pmatrix}.$$

На рис. 4 представлены результаты численного моделирования параметра перепутывания для искусственных атомов, приготовленных в когерентном начальном состоянии вида (8) для относительной фазы $\varphi = 0$ и среднего числа “фотонов” в моде $\bar{n} = 0.1$. Параметр когерентности $\theta = \pi/2$ (атомы приготовлены в некогерентном начальном состоянии $|e, e\rangle$) в случае точечной кривой,

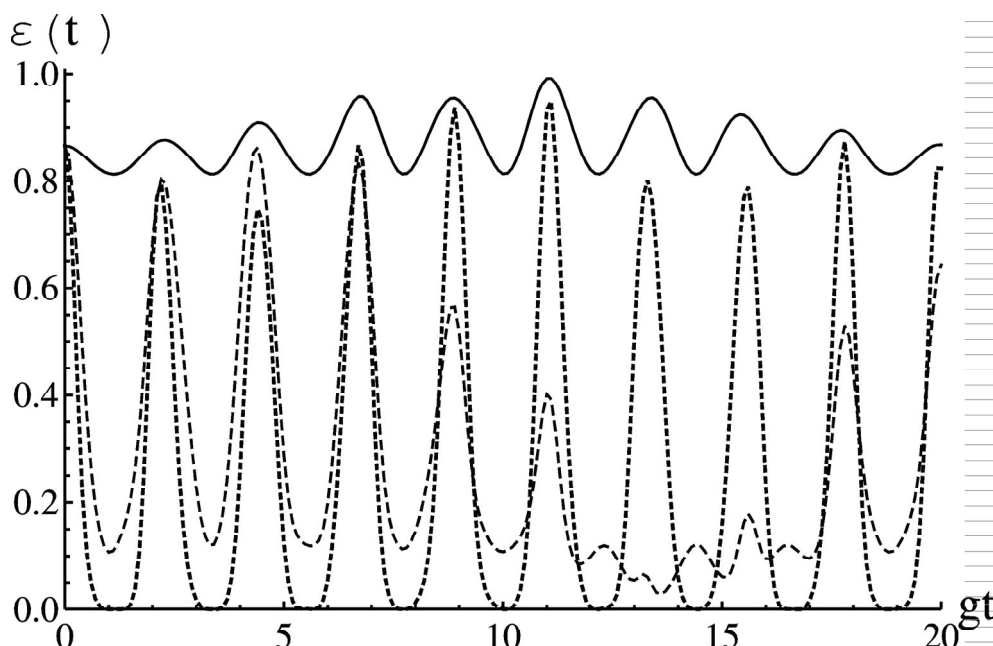


Рис. 3. Временная зависимость параметра перепутывания для атомов, приготовленных в перепутанном начальном состоянии вида (7) для $\theta = \pi/3$ и среднего числа “фотонов” в моде $\bar{n} = 0.1$. Относительная фаза равна $\varphi = 0$ (точечная линия), $\varphi = \pi/2$ (штриховая линия) и $\varphi = \pi$ (сплошная линия). Константа диполь-дипольного взаимодействия $\alpha = 0,1$

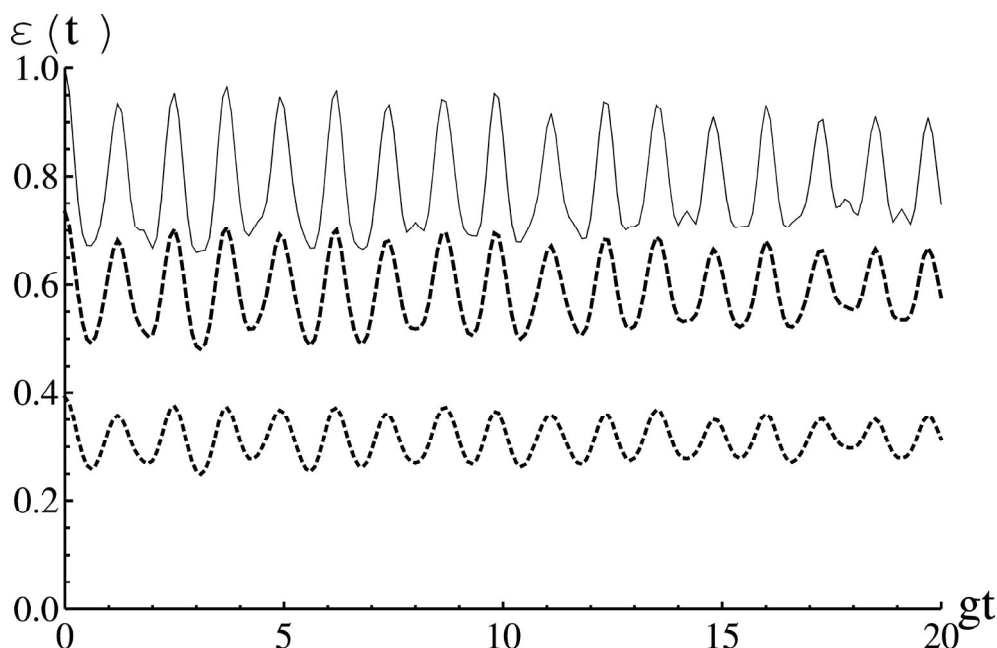


Рис. 4. Временная зависимость параметра перепутывания для атомов, приготовленных в перепутанном начальном состоянии вида (8) для $\varphi = 0$ и среднего числа “фотонов” в моде $\bar{n} = 0.1$. Параметр когерентности $\theta = \pi/2$ (точечная линия), $\cos \theta = 0.4$ (штриховая линия) и $\theta = \pi/4$ (сплошная линия). Константа диполь-дипольного взаимодействия $\alpha = 0,1$

$\cos \theta = 0.4$ в случае штриховой кривой и $\theta = \pi/4$ в случае сплошной кривой. Константа диполь-дипольного взаимодействия $\alpha = 0,1$. Из рисунка хорошо видно, что степень перепутывания искусственных атомов в случае когерентного перепутанного начального состояния (8) мало изменяется с течением времени и может управляться выбором начальной степени когерентности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенных расчетов можно сделать вывод, что экспериментальные установки, состоящие из сверхпроводящих потоковых кубитов, взаимодействующих с тепловым полем LC “резонатора” посредством вырожденных двухфотонных переходов, в случае приготовления искусственных атомов в определенных когерентных состояниях и при наличии диполь-дипольного взаимодействия, могут быть использованы для генерации значительной степени перепутывания. В настоящей работе мы считали резонатор идеальным. Рассмотрение более реалистичной модели перепутывания атомов, последовательно пролетающих резонатор с конечной добротностью, учитывающей спонтанное излучение атомов и потери фотонов из резонатора на основе подходов, развитых в наших работах [18-20], будет являться предметом нашей следующей работы.

Работа выполнена по заданию Министерства образования и науки Российской Федерации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Schumacker D., Westmoreland M.D. Quantum Processes, Systems, and Information. New York: Cambridge University Press, 2010. 469 p.
2. Entanglement induced by a single-mode heat environment / Kim M.S., Lee J., Ahn D., Knight P.L. // Phys. Rev. A. 2002. Vol. 65. P. 040101.
3. Zhou L., Song H.S. Entanglement induced by a single-mode thermal field and criteria for entanglement // J. Opt. 2002. Vol. B4. P. 425 - 429.
4. Bashkirov E.K. Entanglement induced by the two-mode thermal noise // Laser Phys. Lett. 2006. Vol. 3, № 3. P. 145-150.
5. Башкиров Е.К., Ступацкая М.П. Перепутывание двух атомов, взаимодействующих с тепловым электромагнитным полем // Компьютерная оптика. 2011. Т. 35. P.243-249.
6. Atomic coherence control on the entanglement of two atoms in two-photon processes/ Y.-H. Hu, M.-F. Fang, Q. Wu // Chin. Phys. 2007. V 16. P. 2407-2414.
7. Coherence-enhanced entanglement between two atoms at high temperature / Y.-H. Hu, M.-F. Fang, C.-L. Jiang, K. Zeng // Chin. Phys. 2008. Vol. 17. P. 1784-1790.
8. The entanglement of two dipole-dipole coupled in a cavity interacting with a thermal field / L.S. Aguiar, P.P. Munhoz, A. Vidiella-Barranco, J.A. Roversi // J. Opt. 2005. Vol. B7. P. S769-771.
9. Башкиров Е.К., Мастюгин М.С. Перепутывание двух сверхпроводящих кубитов, взаимодействующих с двухмодовым тепловым полем // Компьютерная оптика. 2013. Т. 37 №3. С. 278-285.
10. You J.Q., Nori F. Atomic physics and quantum optics using superconducting circuits // Nature. 2011. Vol. 474. P.589-593.
11. You J.Q., Nori F. Superconducting circuits and quantum information // Phys. Today. 2005. Vol. 58. P. 42-47.

12. *Clarke J., Wilhelm F.K.* Superconducting quantum bits // *Nature*. 2008. Vol. 453. P. 1031–1042
13. *Bashkirov E.K.* Entanglement in the degenerate two-photon Tavis–Cummings model // *Physica Scripta*. 2010. V. 82. P. 015401
14. *Bashkirov E.K., Rusakova M.S.* Entanglement for two-atom Tavis-Cummings model with degenerate two-photon transitions in the presence of the Stark shift // *Optik*. 2012. V.123. №18. P. 1694–1699.
15. *Bashkirov E.K., Mastuygin M.S.* The dynamics of entanglement in two-atom Tavis-Cummings model with nondegenerate two-photon transitions for four-qubits initial atom-field entangled states // *Optics Commun.* 2014. V. 313. P.170-174.
16. *Peres A.* Separability criterion for density matrices // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 77, №8 . P. 1413-1415.
17. Separability of mixed states: Necessary and sufficient conditions / *R. Horodecki, M. Horodecki, P. Horodecki* // *Phys. Lett.* 1996. V. A223. P. 333-339.
18. *Башкиров Е.К., Мангулова Е.Г.* Динамика двух двухуровневых атомов в неидеальном резонаторе // *Известия РАН. Серия физическая*. 2000. Т. 64. 10. С. 2075-2079.
19. *Башкиров Е.К.* Спонтанное излучение двух трехуровневых атомов в неидеальном резонаторе // *Известия РАН. Серия физическая*. 2004. Т. 68. 9. С. 1292-1295.
20. *Bashkirov E.K.* Dynamics of phonon mode in superradiance regime of laser cooling of crystals // *Physics Letters A*. 2005. V. 341. P. 345-351.

ENTANGLEMENT OF SUPERCONDUCTING FLUX QUBITS WITH DEGENERATE TWO-PHOTON TRANSITIONS INDUCED BY THERMAL NOISE

© 2014 E.K. Bashkirov, M.S. Mastuygin

Samara State University

The influence of dipole-dipole interaction and atomic coherence on entanglement degree of two artificial atoms (superconducting flux qubits) interacting with superconducting cavity has been investigated.

Key words: entanglement, superconducting flux qubits, dipole-dipole interaction, atomic coherence, one-mode thermal field.

Eugene Bashkirov, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Professor at the General and Theoretical Physics Department. E-mail: bash@samsu

Mikhail Mastuygin, Post-Graduated Student at the General and Theoretical Physics Department. E-mail: mast@gmail.com