

ОПТИМИЗАЦИЯ ТОПОЛОГИИ КОНСТРУКЦИЙ В ПАКЕТЕ ABAQUS

© 2014 П.А. Оганесян¹, С.Н. Шевцов²

¹Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону

²Южный научный центр РАН, г. Ростов-на-Дону

Поступила в редакцию 07.07.2014

Рассмотрены методы и особенности реализации алгоритмов оптимизации топологии конструкций. Приведены постановки задачи оптимизации топологии и формы конструкций, анализ возможностей САЕ пакета ABAQUS. На примере оптимизации топологии сравнительно простой детали, используемой в авиационных конструкциях, рассмотрены возможные реализации метода и проблемы повышения конструктивной жесткости, снижения концентрации напряжений и веса при обеспечении удовлетворительной технологичности оптимизируемой конструкции.

Ключевые слова: *оптимизация, топология, конструкция, метод конечных элементов*

Проблема оптимизации сложных конструкций является актуальной для многих отраслей современной промышленности. На этапе проектирования нового изделия, особенно, включающего высоконагруженные элементы с жесткими ограничениями на допустимую массу, важно выполнить анализ рационального распределения материала в деталях, т.е. оптимизировать их топологию. Для решения подобных задач наиболее эффективны методы нахождения оптимальной топологии с использованием специализированных модулей конечно-элементных пакетов. Наиболее полный анализ состояния проблемы и методов ее решения представлены в фундаментальных монографиях [1, 2]. Так, в работе [1] рассмотрены особенности постановки задач оптимизации размеров, формы и топологии конструкций с использованием разработанного авторами так называемого SIMP-метода оптимизации топологии (Solid Isotropic Materials with Penalization), смысл которого состоит в решении задачи механики конструкций, с которой связана задача оптимизации параметра псевдоплотности – скалярного поля, описывающего распределение материала в объеме, разрешенном для размещения детали. Обсуждаются трудности, связанные с единственностью оптимального решения, его зависимостью от сеточного разбиения, проблема «шахматного поля», т.е. образования в теле конструкции не связанных объемов материала. В определенной степени эти проблемы были преодолены в более позднем методе двунаправленной эволюционной оптимизации конструкций – BESO (Bi-directional Evolutionary Structural Optimization), предусматривающем на каждой итерации анализ напряженного состояния всех конечных элементов, удаление наименее нагруженных и, наоборот,

добавление элементов, заполненных материалом, в области, напряженное состояние которых выше некоторого порога. Метод был реализован в специальных программах BESO 2D и BESO 3D, выполняющих решение двумерных и трехмерных задач, соответственно, причем для BESO 3D предусматривалась совместная работа с ABAQUS, который выполнял решение механической задачи на каждом шаге итерационного процесса. Позднее методология BESO была встроена в ABAQUS и подверглась усовершенствованию в части производительности, сглаживания неровностей поверхности, образованных ребрами и гранями конечных элементов, создания возможности импорта / экспорта моделей из и в наиболее распространенные CAD форматы.

Высокая вычислительная трудоемкость процесса оптимизации требует обязательного упрощения исходной CAD модели заготовки путем удаления второстепенных элементов типа отверстий малого диаметра и других, не оказывающих существенного влияния на жесткость и конструктивную прочность детали. Для исключения возможных ошибок, возникающих при преобразовании модели в конечно-элементный формат, ABAQUS располагает необходимым набором инструментов. Полученные в результате оптимизации модели конструкции обычно обладают высоким качеством, т.е. значительно улучшенными значениями целевых функционалов, вид которых задается дизайнером. Однако оптимальные с точки зрения прочности и жесткости конструкции могут быть невыполнимыми или трудновыполнимыми известными технологическими методами, что заставляет формулировать ряд дополнительных ограничений в оптимизационной части задачи, чтобы в результате получить достаточно технологичную конструкцию.

В представленной статье методология компьютерной оптимизации конструкций в среде ABAQUS иллюстрируется на примере простой детали системы управления вертолета. Приведены

Оганесян Павел Артурович, аспирант. E-mail: gwolwer1ne@gmail.com.

Шевцов Сергей Николаевич, доктор технических наук, профессор, заведующий лабораторией «Авиационные системы и технологии». E-mail: serngshevtsov@gmail.com.

две альтернативные формулировки задачи оптимизации конструкции, используемые в рассматриваемом примере, а также особенности генерации конечно-элементного разбиения. На примере детали-прототипа, выполненной из изотропного материала, рассмотрены граничные условия и действующие нагрузки, необходимые для формулирования механической части общей задачи оптимизации. Для получения и последующего анализа оптимальных решений использована САД модель заготовки с отверстиями, размеры и взаимное положение которых регламентировано конструкторской документацией. В заключение обсуждаются механические характеристики полученных решений, различающихся типом граничных условий для оптимизационной подзадачи, а также возможность их исполнения в металле.

Особенности постановок задачи оптимизации конструкции. В понятие оптимизации конструкции обычно включают три типа различных задач: оптимизацию размеров, формы и топологии. Последний, наиболее сложный тип задач, предполагает определение эффективной схемы размещения материала того или иного типа структурной анизотропии в пределах определенной области пространства с учетом граничных условий. Чаше всего задача наилучшего размещения материала в заданной области формулируется как минимизация податливости (максимизация общей жесткости) конструкции при заданной системе действующих нагрузок, ограничений на смещения и на ресурсы (механические свойства и объем материала, размер области проектирования и т.п.) [1]. В частности, для изотропного материала, занимающего область Ω^b , являющуюся подобластью референтной области Ω в $\mathbf{R}^3$ задача оптимизации топологии формулируется как определение тензора жесткости $E_{ijkl}(x)$, переменного внутри Ω . Введением билинейной формы энергии (внутренней виртуальной работы упругого тела при равновесном поле смещений u и произвольных виртуальных смещениях v)

$$A(u, v) = \int_{\Omega} E_{ijkl}(x) \varepsilon_{ij}(u) \varepsilon_{kl}(v) d\Omega, \quad (1)$$

где используются линейные выражения для малых деформаций

$$\varepsilon_{ij}(u) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

и линейные формы для нагрузок

$$\ell(u) = \int_{\Omega} f u d\Omega + \int_{\Gamma_T} t u ds, \quad (2)$$

задача определения минимальной податливости (максимума глобальной жесткости) представляется в форме

$$\begin{aligned} \min_{u \in U, E} \ell(u) \\ A_E(u, v) = \ell(v) \forall v \in U \\ E \in E_{ad} \end{aligned} \quad (3)$$

В формуле (3) уравнение равновесия записано в слабой вариационной форме: U обозначает пространство кинематически допустимых полей смещения, f – плотность объемных и t – плотность поверхностных сил на части границы $\Gamma_T \subset \Gamma \equiv \partial\Omega$. Индекс E виртуальной работы указывает на зависимость билинейной формы $A_E(u, v)$ от переменных проектирования. E_{ad} обозначает множество допустимых тензоров жесткости, включая свойства изотропного материала в неизвестной области Ω^b и в пустых областях Ω/Ω^b . Ограничение на ресурсы материала (объем) выражается соотношением

$$\int_{\Omega^b} 1 \cdot d\Omega \leq V \quad (4)$$

Решение задачи (3) вычислительными средствами предполагает ее дискретизацию конечными элементами. При решении этой задачи наиболее важными объектами для определения являются поля смещений u тензора жесткости E . Если для их определения используется одно и то же конечно-элементное разбиение, а величина E предполагается постоянной внутри каждого конечного элемента, дискретная формулировка задачи (3) имеет вид

$$\begin{aligned} \min_{u, E_\ell} \mathbf{f}^T \mathbf{u} \\ \mathbf{K}(E_\ell) \mathbf{u} = \mathbf{f} \\ E_\ell \in E_{ad} \end{aligned}, \quad (4)$$

где $\mathbf{u}$ и $\mathbf{f}$ – векторы смещений и нагрузок соответственно, а матрица жесткости $\mathbf{K}$ зависит от жесткости E_ℓ элемента $e=1, \dots, N$.

Согласно используемому в ABAQUS эволюционному подходу к оптимизации топологии индикатором неэффективного использования материала является низкий уровень напряжений (или деформаций) в этой части. В идеале уровень напряжений в конструкции должен быть одинаковым, близким к предельному, но безопасному значению. Отсюда следует принцип удаления материала, согласно которому недостаточно нагруженный материал может быть удален; и это удаление материала производится путем удаления отдельных элементов конечно-элементной модели. Уровень напряженности каждого элемента определяется сравнением, например, напряжений Мизеса этого элемента σ_e^{vm} с максимальным значением напряжений Мизеса в конструкции $\sigma_{\max}^{vm}$. Если в результате конечно-элементного анализа элемент удовлетворяет условию

$$\frac{\sigma_e^{vm}}{\sigma_{max}^{vm}} < \mathfrak{R}_{Ri} \quad (5)$$

где $\mathfrak{R}_{Ri}$ - пороговое отношение удаления, то данный элемент удаляется. Цикл выполнения конечно-элементного анализа выполняется до тех пор, пока в структуре не останется ни одного элемента, удовлетворяющего условию (5), при этом предполагается, что удаление элемента не повлияет на действующую нагрузку. После выполнения этого цикла к пороговому отношению удаления добавляется эволюционное отношение $\mathfrak{N}_i$

$$\mathfrak{R}_{R(i+1)} = \mathfrak{R}_{Ri} + \mathfrak{N}_i \quad (6)$$

и с увеличенным значением порогового отношения удаления цикл производится до достижения нового стационарного состояния. Такой итерационный процесс двукратной вложенности продолжается до тех пор, пока не достигнут желаемый оптимум. Например, пока не будет удален весь материал из областей, где уровень напряженности не превышает 25% от максимального.

Количественной оценкой изменения жесткости (или податливости) конструкции в результате удаления i -го конечного элемента является индекс чувствительности, определяемый для средней податливости как

$$\alpha_i^e = \frac{1}{2} \mathbf{u}_i^T \mathbf{K}_i \mathbf{u}_i \quad (7)$$

где $\mathbf{u}_i$ – вектор узлового смещения i -го элемента, $\mathbf{K}_i$ – матрица жесткости элемента. В работе [2] показано, что выражение (7) просто равно энергии деформации этого элемента, а результат оптимизации существенно зависит от величины $\mathfrak{R}$. Уменьшение этой величины приводит к более легким конструкциям, хотя дается большими вычислительными затратами.

В ряде случаев, особенно при оптимизации топологии сложных конструкций, возникает ситуация, когда удаленный на ранних итерациях материал, может быть полезен на последующих. Такую возможность предоставляет метод двунаправленной эволюционной оптимизации BESO, в соответствии с которым индекс чувствительности пустых элементов определяется путем линейной экстраполяции поля смещений, получаемого в результате конечно-элементного анализа. После этого заполненные элементы с минимальными значениями индекса чувствительности удаляются из структуры, а пустые элементы с наибольшими значениями чувствительности заполняются материалом. Количества удаляемых и добавляемых элементов на каждой итерации определены двумя независимыми друг от друга параметрами: отношением удаления $\mathfrak{R}_R$ и отношением включения $\mathfrak{R}_I$.

В большинстве реальных задач при разбиении с неоднородной сеткой, очевидно, индекс чувствительности зависит от объема элемента V_i .

Тогда вместо (7) применяется характеристика чувствительности в виде плотности энергии деформации элемента

$$\alpha_i^e = e_i = \left(\frac{1}{2} \mathbf{u}_i^T \mathbf{K}_i \mathbf{u}_i \right) / V_i \quad (8)$$

Подход, представленный в [3] и реализованный в ABAQUS, позволяет избежать вычисления элементных значений жесткости, заменяя их узловыми значениями напряжений и энергии деформации. Общим слабым местом описанных алгоритмов является проблема генерации «шахматного поля» (рис. 1).

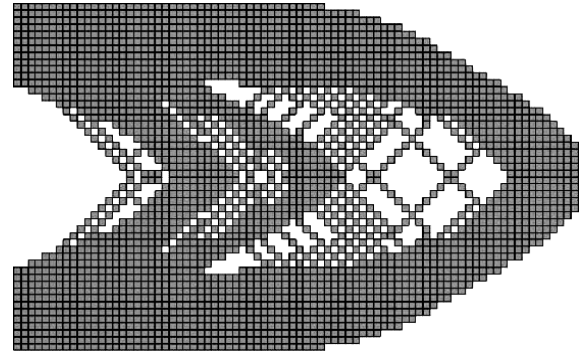


Рис. 1. Пример конструкции с «шахматной» топологией [1]

Для того, чтобы избежать подобного результата, применяют различные схемы фильтрации чувствительности. В частности, при использовании узловых значений напряжений и энергии деформации схема фильтрации предполагает определение узловых индексов чувствительности

$$\alpha_j^n = \sum_{i=1}^M w_i \alpha_i^e \quad (9)$$

где M – число элементов, примыкающих к j -му узлу, w_i – весовые коэффициенты каждого i -го элемента, удовлетворяющие соотношению

$$\sum_{i=1}^M w_i = 1$$

и определяемые равенством

$$w_i = \frac{1}{M-1} \left(1 - r_{ij} / \sum_{i=1}^M r_{ij} \right) \quad (10)$$

где r_{ij} – расстояние между центром i -го элемента и j -м узлом.

Рассчитанная согласно (9) узловая чувствительность далее преобразована в сглаженную чувствительность элементов с использованием фильтрации, причем характерный размер фильтра r_{min} не должен изменяться с изменением сеточного разбиения. Величина r_{min} создает круговую подобласть Ω_i , центрированную в центре i -го элемента,

которая должна покрывать несколько соседних элементов. Узлы, расположенные внутри Ω_i создают вклад в сглаженную чувствительность i -го элемента согласно

$$\alpha_i = \sum_{j=1}^K w(r_{ij}) \alpha_j^n / \sum_{j=1}^K w(r_{ij}), \quad (11)$$

где K – общее число узлов, содержащихся в подобласти Ω_i , и $w(r_{ij})$ – линейные веса, определяемые как

$$w(r_{ij}) = r_{\min} - r_{ij} \quad (12)$$

Таким образом, сглаживая индексы чувствительности по всей области проектирования, схема фильтрации автоматически присваивает ненулевые значения индексов пустым элементам. Для исключения значительных осцилляций функционала и резких изменений соответствующей топологии в итерационном процессе используется усреднение индексов чувствительности между текущим и предыдущим шагами оптимизации [2].

Средства оптимизации пакета ABAQUS.

Пакет ABAQUS содержит встроенный набор инструментов для оптимизации топологии и оптимизации формы. Оптимизация формы, обеспечивающая также снижение интенсивности локальной концентрации напряжений на поверхностях, применяется с целью сглаживания поверхностей конструкции, образованной ребрами и гранями конечных элементов. При этом в качестве переменной дизайна выступает вектор смещений узлов модели по нормали к свободным поверхностям, а критерием, который управляет этими смещениями, является значение соответствующего напряжения в перемещаемом узле.

Существует несколько сторонних модулей для оптимизации, реализующих различные алгоритмы, например, двунаправленную эволюционную оптимизацию топологии [2]. Однако при сравнительном анализе оптимизационных модулей было установлено, что наиболее эффективны с точки зрения времени вычислений и простоты эксплуатации встроенные инструменты ABAQUS. Пакет реализует оба алгоритма оптимизации топологии, описанные выше, то есть, алгоритм, основанный на элементной чувствительности (Sense-based) и алгоритм, основанный на минимизации узловых значений энергии деформации (Constraint-based). Второй алгоритм позволяет выбрать в качестве оптимизируемого функционала (Design response) только энергию деформации или занимаемый объем.

Так как оптимизация проводится на конечно-элементной сетке, возникают сложности, связанные с качеством работы сеточного генератора. Они проявляются в том, что в моделях со сложной геометрией может возникать небольшая асимметрия. Во-вторых, края полученной детали оказываются негладкими из-за выступающих

узлов конечных элементов. Оптимизированную сетку можно экспортировать в формат .stl или во входной файл ABAQUS .inp, применив алгоритм сглаживания. Полученная в результате сетка представляет собой только поверхность, состоящую из треугольных элементов. Для дальнейшей обработки необходимо восстановить объемное тело. Для этого используется алгоритм конвертации треугольных сеток в сетки, состоящие из тетраэдров. После данного преобразования к модели можно применить оптимизацию формы, после которой сглаживание не требуется.

Исследование качества оптимизации тестовой конструкции. В качестве тестируемых использовалась группа CAD моделей деталей конструкции вертолетов. Ниже приведены результаты сравнительного исследования эффективности методов оптимизации на простейшей детали «рычаг», изображенной на рис. 2а. Алгоритмы оптимизации применялись к модели «заготовки» (рис. 2б), в теле которой выполнены запрещенные для изменения алгоритмами два отверстия и паз. Длина детали составляет 135 мм, наибольшая ширина – 43 мм, толщина – 18 мм. Диаметр большего отверстия – 30 мм, диаметр меньшего – 7 мм. Материал – сталь.

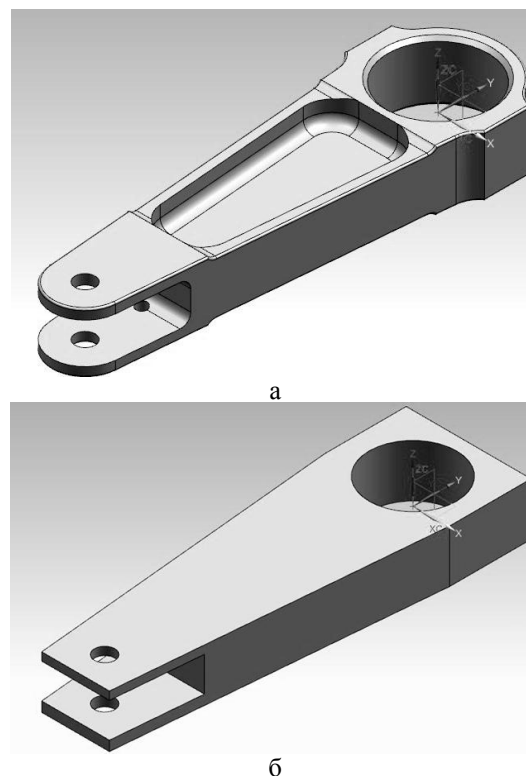


Рис. 2. Геометрия детали, выполненной согласно КД (а) и «заготовки», подлежащей оптимизации (б)

Обе CAD модели построены в пакете NX и экспортированы из формата .x_t. Объем детали составляет 28210 мм³, «заготовки» – 63580 мм³, т.е. коэффициент использования материала составляет 44%. Эта величина использовалась в качестве ограничения при всех исследованных алгоритмах оптимизации топологии «заготовки». В механической

задаче моделируется ситуация, когда поверхность отверстия большого диаметра жестко закреплена, к поверхностям меньшего отверстия перпендикулярно оси симметрии «заготовки» приложено суммарное статическое усилие 800 Н, как это показано на рис. 3.

Геометрия детали предполагает наличие двух плоскостей симметрии. Следовательно, в настройках алгоритма оптимизации нужно учесть 4 геометрических ограничения – фиксировать геометрию закрепленного отверстия, отверстий, к которым приложена нагрузка и применить две плоскости симметрии. В качестве конечно-элементной модели для решения прямой задачи механики была выбрана статическая модель с линейными деформациями. Целевая функция в процессе оптимизации представляла собой общую энергию деформации тела. Конечно-элементное разбиение строилось из тетраэдров. Численные эксперименты проводились по алгоритму, оценивающему

чувствительность каждого элемента, и по алгоритму, учитывающему только узловые значения энергии деформации. Ортогональные проекции конечно-элементных моделей «заготовки» (а), детали-прототипа (б) и некоторых результатов оптимизации топологии приведены на рис. 4.

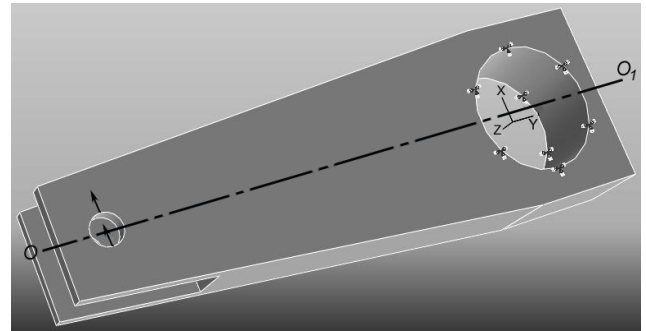


Рис. 3. Схема нагружения детали

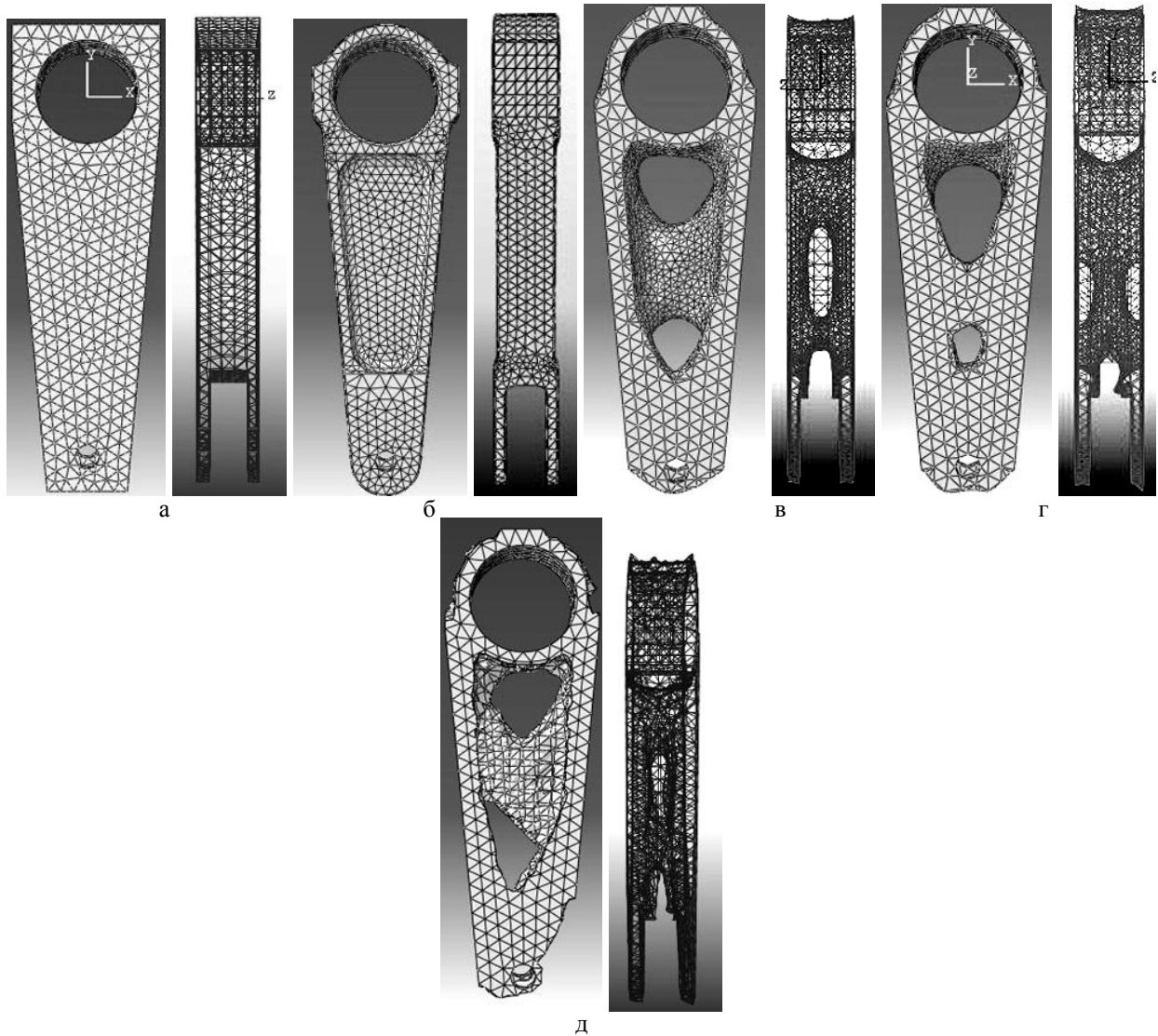


Рис. 4. Конечно-элементные модели «заготовки» (а), детали-прототипа (б) и результатов оптимизации топологии: в) – по методу, основанному на вычислении чувствительности элемента (sense-based); г) по методу определения узловых значений энергии деформации (constraint-based); д) результат оптимизации без учета симметрии конструкции детали

Рис. 4 иллюстрирует, что разные методы оптимизации приводят к качественно различной топологии и существенно различным характеристикам жесткости, определяющей деформацию оси детали и смещение центра малого отверстия под действием силы. На рис. 5, где изображено деформированное состояние детали-прототипа и оптимизированных моделей деталей, представлены также значения максимального отклонения оси и результирующая масса. При построении деформированных состояний использовался один и тот же множитель для смещений, что обеспечивает адекватность визуальной оценки результатов. Как

видно из приведенных значений максимального смещения оси симметрии при тождественных действующих нагрузках, наибольшей жесткостью, но и наибольшей массой обладает модель (в). Тот факт, что модель (в) не удовлетворяет ограничению на использование материала обусловлен только тем, что использованный алгоритм оптимизации имеет настройку предельного числа итераций по умолчанию, равную 15. Повторное применение алгоритма к модели, полученной после 15 итераций дает возможность удовлетворить ограничение на массу.

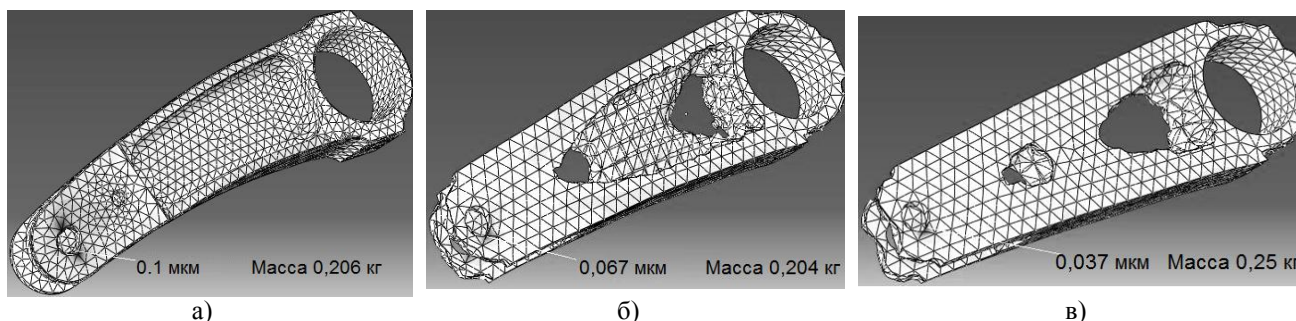


Рис. 5. Деформированное состояние моделей детали-прототипа (а) и результатов оптимизации топологии: б) по методу, основанному на вычислении чувствительности элемента (sense-based); в) по методу определения узловых значений энергии деформации (constraint-based)

Модель, топология которой оптимизировалась согласно sense-based методу, была дополнительно подвергнута оптимизации формы с целью сглаживания, причем были приняты настройки алгоритма, допускающие уменьшение объема не более, чем на 10%. Как следует из рис. 6, где приведены картины утрированных деформаций детали до и после сглаживания, характер и величина этих деформаций существенно различны; кроме этого область максимальных напряжений Мизеса сместилась от края нагруженного отверстия к поверхности окна.

Представляет интерес сопоставление максимальных напряжений Мизеса и максимальных главных деформаций всех четырех исследованных моделей, значения которых приведены в табл. 1. Анализ результатов оптимизации формы сглаживанием показал, что полученная модель характеризуется более однородным полем напряжений, однако максимальные значения напряжений Мизеса существенно возросли. Таким образом, для исследуемой конструкции оптимизация формы положительного результата не дает, и следует ограничиться сглаживанием сетки.

Сравнение топологии всех моделей, полученных в результате оптимизации показывает, что их форма исключительно сложна в изготовлении, и может быть получена только с использованием специального оборудования, обеспечивающего обработку сложных лекальных, и труднодоступных поверхностей. Путем формулирования и наложения группы дополнительных ограничений на алгоритм оптимизации топологии можно существенно улучшить технологичность получаемых конструкций, сохранив высокие значения эксплуатационных

показателей (жесткость, средние и максимальные главные напряжения), но, очевидно, что именно трудности обеспечения технологичности оптимальных решений для трехмерных объектов являются препятствием для широкого использования метода в высокотехнологичных отраслях машиностроения.

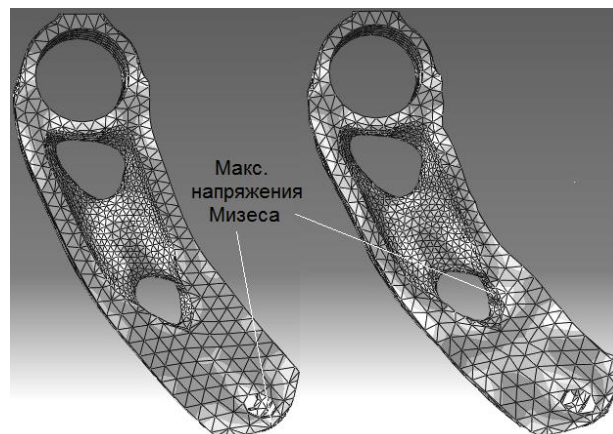


Рис. 6. Деформированное состояние детали, оптимизированной согласно sense-based методу до (слева) и после (справа) оптимизации формы сглаживанием

Выводы: представленные подходы и методы реализации процесса оптимизации топологии конструкций в пакете ABAQUS на примере простой детали с облегчающими конструктивными элементами показывают, что эти методы при соответствующих настройках граничных условий и алгоритмов решения совместно

решаемых механической и оптимизационной задач позволяют улучшить характеристики жесткости, снизить концентрацию напряжений, минимизировать вес. Трудности получения оптимальных топологий, обеспечивающих удовлетворительную технологичность создаваемой конструкции, могут быть преодолены путем тщательного задания граничных условий, рационального выбора типа и настроек алгоритмов оптимизации. Одним из

возможных направлений развития рассмотренного подхода может стать сочетание оптимизации топологии и свойств используемых материалов, а перспективы его использования в промышленности в значительной степени определяются квалификацией дизайнеров, которая требует владения современными методами механики и прикладной математики.

Таблица 1. Сравнительная характеристика эффективности методов оптимизации

Свойство модели	Деталь-прототип	Оптимизирована по чувствительности элементов	Оптимизирована по узловым энергиям деформации	Оптимизирована по чувствительности элементов и сглажена
вес, кг	0,206	0,204	0,255	0,184
упругое смещение оси, мкм	0,1	0,067	0,037	0,072
макс. напряжения Мизеса, МПа	244	235	236	320
максимум модуля главных деформаций	$1,9 \cdot 10^{-9}$	$1,5 \cdot 10^{-9}$	$1,04 \cdot 10^{-9}$	N/A

Представленная работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 14-08-31612 мол_а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Bendsøe, M.P. Topology Optimization: Theory, Methods and Application / M.P. Bendsøe, O. Sigmund. – Berlin: Springer, 2003. 370 p.
2. Huang, X. Evolutionary topology optimization of continuum structures: Methods and applications / X. Huang, Y.M. Xie. – N.-Y.: Wiley, 2010. 217 p.
3. Bakhtiary, N. A New Approach for Sizing, Shape and Topology Optimization / N. Bakhtiary, F. Allinger, M. Müller, S. Puchinger // Proc. of 1996 SAE International Congress and Exposition (Detroit, Michigan USA, February 26-29), 12 P.

TOPOLOGY DESIGNS OPTIMIZATION IN ABAQUS PACKAGE

© 2014 P. A. Oganessian¹, S.N. Shevtsov²

¹ Don State Technical University, Rostov-on-Don

² Southern Scientific Center RAS, Rostov-on-Don

Methods and features of realization the algorithms of designs topology optimization are considered. Problem definitions of topology form of designs optimization, the analysis of CAE of ABAQUS package opportunities are given. On the example of optimization the topology of rather simple detail used in aviation designs possible realization of method and problems of increase the constructive rigidity, decrease in stress concentration and weight when ensuring satisfactory technological effectiveness of the optimized design are considered.

Key words: optimization, topology, design, finite elements method

Pavel Oganessian, Post-graduate Student. E-mail: gwolwer1ne@gmail.com.

Sergey Shevtsov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Chief of the Laboratory "Aviation Systems and Technologies". E-mail: sergnshevtsov@gmail.com