

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРДИНАТ ЯДЕР ВОЛЬТЕРРА ПРИ ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕЛИНЕЙНОГО ДИНАМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА С УЧЕТОМ ОТЛИЧИЯ АВТОКОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ ТЕСТ-СИГНАЛА НА ОСНОВЕ ДВОИЧНОЙ М-ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ОТ ДЕЛЬТА ФУНКЦИИ

© 2014 В.Ф. Яковлев

Самарский государственный технический университет

Поступила в редакцию 17.11.2014

Предложены выражения для вычисления ординат ядер Вольтера нелинейного динамического объекта при подаче на его вход тест-сигнала, ортогонального к сдвигу, на базе двоичной М-последовательности с учетом отличия автокорреляционной функции тест-сигнала от δ -функции Дирака.

Для проверки полученных выражений использовалось компьютерное моделирование процесса идентификации нелинейного динамического объекта.

Ключевые слова: нелинейный динамический объект, идентификация, ряд Вольтера, тест-сигнал, двоичная М-последовательность, автокорреляционная функция.

Для описания динамических нелинейных объектов применяют различные математические модели, в том числе отрезки ряда Вольтера [1, 2, 3]:

$$y(t) = h_0 + \int_0^\infty h_1(\tau) \cdot x(t - \tau) d\tau + \int_0^\infty \int_0^\infty h_2(\tau_1, \tau_2) \cdot x(t - \tau_1) \cdot x(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2. \quad (1)$$

Здесь $x(t)$ и $y(t)$ – входной и выходной сигналы объекта. $h_1(\tau)$ – ядро Вольтера первого порядка (импульсная переходная функция, ИПФ), $h_2(\tau_1, \tau_2)$ – ядро второго порядка.

Для раздельного определения ординат ядер Вольтера используется корреляционный метод. При идентификации используют кусочно-постоянные тест-сигналы небольшой амплитуды, ортогональные к сдвигу, на основе псевдослучайных двоичных М-последовательностей [1, 2], не нарушающие текущее функционирование объекта, реакция объекта измеряется один раз на такте тест-сигнала Δt . Тогда:

$$h[j] = \frac{\sum_{i=0}^p y[i] \cdot x[i - j]}{\sum_{i=0}^p x^2[i - j]}, \quad (2)$$

$$h[k, l] = \frac{\sum_{i=0}^p y[i] \cdot x[i - k] \cdot x[i - l]}{\sum_{i=0}^p x^2[i - k] \cdot x^2[i - l]},$$

где $y[i]$ и $x[i]$ – замеры реакции объекта и тест-сигнала, $h[j]$, $h[k, l]$ – ординаты ядер Вольтера, p – число тактов тест-сигнала.

В тестирующий сигнал на базе двоичной М-последовательности дополнительно вводятся такты, обеспечивающие независимое и несмещенное вычисление оценок $h[j]$, $h[k, l]$ и $h[k, k]$, а также для устранения погрешности из-за неправильного определения начального состояния объекта перед тестированием [2, 3].

На рис. 1 в качестве примера приведен тестирующий сигнал, содержащий двоичную М-последовательность с характеристическим полиномом $F(x) = x^3 + x + 1$ и дополнительные такты. Штрихами обозначены моменты измерения выходного сигнала объекта. Реально в тест-сигналах используются М-последовательности с периодом более 2^{10} [2].

Алгоритмы (2) получены при допущении, что автокорреляционная функция (АКФ) ортогонального к сдвигу тест-сигнала есть δ -функция

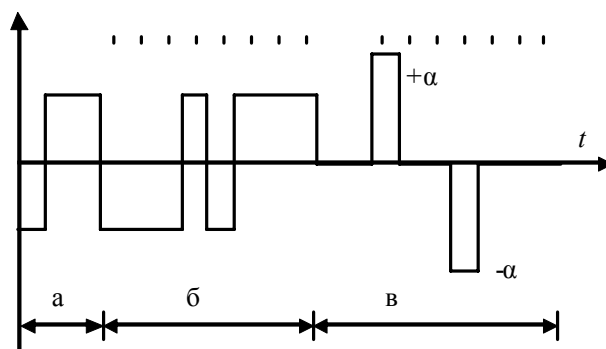


Рис. 1. Тест-сигнал на базе двоичной М-последовательности:
 а – формирование начальных условий,
 б – период М-последовательности,
 в – дополнительные такты

Яковлев Вадим Фридрихович, кандидат технических наук, доцент кафедры “Теоретическая и общая электротехника”. E-mail: vf7415@mail.ru

Дирака, что является упрощением. В отличие от δ -функции Дирака АКФ кусочно-постоянного тест-сигнала имеет не нулевые значения в интервале $(-\Delta t, \Delta t)$, а не только при $\tau = 0$.

Целью этой работы является получение аналитических выражений для определения ординат ядер Вольтера с учетом отличия АКФ кусочно-постоянного тест-сигнала от δ -функции Дирака.

Ядра Вольтера определяются из уравнений Винера-Хопфа [1]:

$$K_{xy}(\tau) = \int_0^T h(s) \cdot K_x(\tau - s) ds. \quad (3)$$

$$K_{xy}(\tau_1, \tau_2) = \int_0^T \int_0^T h(s_1, s_2) \cdot K_x(\tau_1 - s_1, \tau_2 - s_2) ds_1 ds_2. \quad (4)$$

Здесь $K_x(\tau)$ и $K_x(\tau_1, \tau_2)$ – АКФ тест-сигнала первого и второго порядков, $K_{xy}(\tau)$ и $K_{xy}(\tau_1, \tau_2)$ – взаимокорреляционные функции реакции объекта и тест-сигнала первого и второго порядков, T – период тест-сигнала.

Для ядра первого порядка (импульсной переходной функции) вычисления по (3) для тест-сигнала на основе М-последовательности с учетом отличия его АКФ от δ -функции приведены, например, в [4]. На рис. (2, а) приведена АКФ первого порядка $K_x(\tau)$ кусочно-постоянного тест-сигнала, ортогонального к сдвигу, в (5) дано аналитическое выражение для $K_x(\tau)$.

$$K_x(\tau) = \begin{cases} 0, & |\tau| \geq \Delta t \\ (1 - \frac{|\tau|}{\Delta t}), & |\tau| \leq \Delta t. \end{cases} \quad (5)$$

В [4] для вычисления ординат ИПФ из уравнения (3) с учетом соотношения (5) импульсная переходная функция $h(s)$ объекта представлялась рядом Тейлора в окрестности точки $s = \tau$,

что привело к результату:

$$h[j] \approx \frac{K_{xy}(j \cdot \Delta t)}{\Delta t}. \quad (6)$$

$$h[0] \approx \frac{2 \cdot K_{xy}(0)}{\Delta t}. \quad (7)$$

Рассмотрим вычисление ординат ядра Вольтера второго порядка по соотношению (4). Выражение для АКФ второго порядка (Рис.2,б) кусочно-постоянных сигналов получим аналогично (5):

$$K_x(\tau_1, \tau_2) = \begin{cases} 0, & |\tau_1| \geq \Delta t, |\tau_2| \geq \Delta t \\ (1 - \frac{|\tau_1|}{\Delta t})(1 - \frac{|\tau_2|}{\Delta t}), & |\tau_1| \leq \Delta t, |\tau_2| \leq \Delta t. \end{cases} \quad (8)$$

Для вычисления правой части (4) представим ядро Вольтера второго порядка $h(s_1, s_2)$ первыми пятью членами ряда Тейлора в окрестности точки (τ_1, τ_2) .

$$h(s_1, s_2) \approx h(\tau_1, \tau_2) + (s_1 - \tau_1) \cdot \frac{\partial h(\tau_1, \tau_2)}{\partial \tau_1} + (s_2 - \tau_2) \cdot \frac{\partial h(\tau_1, \tau_2)}{\partial \tau_2} + \dots \quad (9)$$

Тогда с учетом (8):

$$K_{xy}(\tau_1, \tau_2) \approx (\Delta t)^2 \cdot [h(\tau_1, \tau_2) + \frac{(\Delta t)^2}{12} \cdot \frac{\partial^2 h(\tau_1, \tau_2)}{\partial \tau_1^2} + \frac{(\Delta t)^2}{12} \cdot \frac{\partial^2 h(\tau_1, \tau_2)}{\partial \tau_2^2} + \dots], \quad (10)$$

$$h[k, l] \approx \frac{K_{xy}(k \cdot \Delta t, l \cdot \Delta t)}{(\Delta t)^2}. \quad (11)$$

Если один из аргументов в $h(\tau_1, \tau_2)$ равен нулю, объем пирамиды $K_x(\tau_1, \tau_2)$, учитываемый при интегрировании, уменьшается вдвое, т.к. $h(\tau_1, \tau_2) = 0$ при отрицательных значениях аргументов. В этом случае:

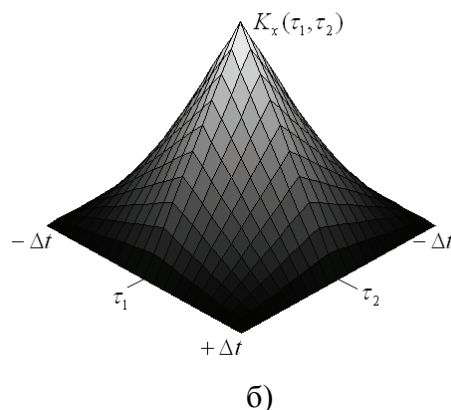
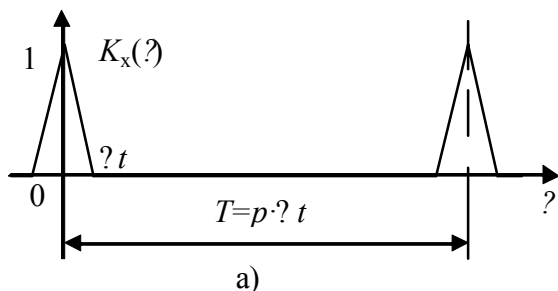


Рис. 2. АКФ тест-сигнала первого порядка (а) и второго порядка (б)

$$K_{xy}(\tau_1, 0) \approx \frac{(\Delta t)^2}{2} \cdot [h(\tau_1, 0) + \frac{\Delta t}{3} \cdot \frac{\partial h(\tau_1, 0)}{\partial \tau_2} + \frac{(\Delta t)^2}{12} \cdot \frac{\partial^2 h(\tau_1, 0)}{\partial \tau_1^2} + \frac{(\Delta t)^2}{12} \cdot \frac{\partial^2 h(\tau_1, 0)}{\partial \tau_2^2} + \dots] \quad (12)$$

$$h[0, l] \approx \frac{2 \cdot K_{xy}(0, l \cdot \Delta t)}{(\Delta t)^2}, \quad h[k, 0] \approx \frac{2 \cdot K_{xy}(k \cdot \Delta t, 0)}{(\Delta t)^2} \quad (13)$$

В случае $\tau_1 = \tau_2 = 0$ при интегрировании используется четверть объема пирамиды $K_x(\tau_1, \tau_2)$ поэтому:

$$K_{xy}(0, 0) \approx \frac{(\Delta t)^2}{4} \cdot [h(0, 0) + \frac{\Delta t}{3} \cdot \frac{\partial h(0, 0)}{\partial \tau_1} + \frac{\Delta t}{3} \cdot \frac{\partial h(0, 0)}{\partial \tau_2} + \frac{(\Delta t)^2}{9} \cdot \frac{\partial^2 h(0, 0)}{\partial \tau_1 \cdot \partial \tau_2} + \dots] \quad (14)$$

$$h[0, 0] \approx \frac{4 \cdot K_{xy}(0, 0)}{(\Delta t)^2} \quad (15)$$

Из выражений (6, 7, 11, 13, 15) следует, что из-за отличия АКФ кусочно-постоянного тест-сигнала от δ -функции при определении ординат ИПФ и ядер Вольтерра появляется методическая погрешность. Эта погрешность для ординат $h[0]$, $h[0, l]$, $h[k, 0]$, $h[0, 0]$ больше, чем для ординат $h[j]$, $h[k, l]$.

Для проверки выражений (6, 7, 11, 13, 15) выполнялось компьютерное моделирование процесса идентификации. Линейный динамический объект имитировался апериодическим звеном первого порядка, нелинейный – сепарабельным ядром Вольтерра:

$$h_1(\tau) = 66.6 \cdot e^{-66.6\tau}, \quad h_2(\tau_1, \tau_2) = 4435.56 \cdot e^{-66.6(\tau_1 + \tau_2)} \quad (16)$$

На рис. 3 представлены осциллограммы входного и выходного сигналов для имитируемого в

программе *Multisim* нелинейного объекта, возбуждаемого М-последовательностью. Сепарабельное ядро Вольтерра второго порядка моделируется цепью *RC* и квадратором. Параметры цепи соответствуют соотношениям (16).

В процессе эксперимента при идентификации динамического объекта компьютер управляет оборудованием для генерации тест-сигнала, сбора данных. Это удобно осуществлять в специализированной среде программирования *LabVIEW* [5]. Автором в среде *LabVIEW* был создан несложный виртуальный прибор для вычисления по алгоритму (2) ординат ядер Вольтерра $h[j]$ и $h[k, l]$ нелинейного динамического объекта при подаче на его вход тест-сигнала на основе двоичной М-последовательности с характеристическим полиномом $x^{10} + x^9 + x^8 + x^5 + 1$, $\Delta t = 1$ мс. Динамические свойства объекта задавались соотношениями (16).

На рис. 4 приведены фрагменты лицевой панели виртуального прибора, на рисунке 5 часть блок-схемы.

В табл. 1 приведены вычисленные по выражению (16) значения ординат $h_1(j \cdot \Delta t)$ и оценки ординат $h[j]$, полученные в результате моделирования процесса идентификации по выражениям (2).

В табл. 2 и 3 приведены вычисленные по выражению (16) значения ординат $h_2(k \cdot \Delta t, l \cdot \Delta t)$ и оценки ординат $h[k, l]$, полученные в результате моделирования процесса идентификации по выражениям (2).

В виртуальном приборе для идентификации (Рис.4) реакция объекта измеряется один раз посередине каждого такта тест-сигнала. На практике так обычно и поступают [4]. ВКФ реакции объекта и тест-сигнала вычисляется приближенно. Из табл. 1 и 3 следует, что когда время памяти исследуемого объекта в 5 ÷ 10 раз превышает длительность такта тест-сигнала результаты удовлетворительны.

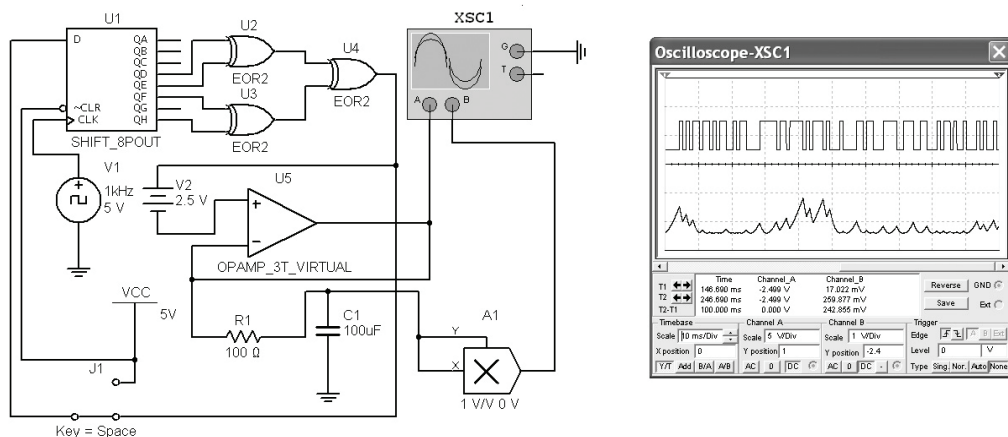


Рис. 3. Моделирование ядра Вольтерра второго порядка в программе *Multisim*

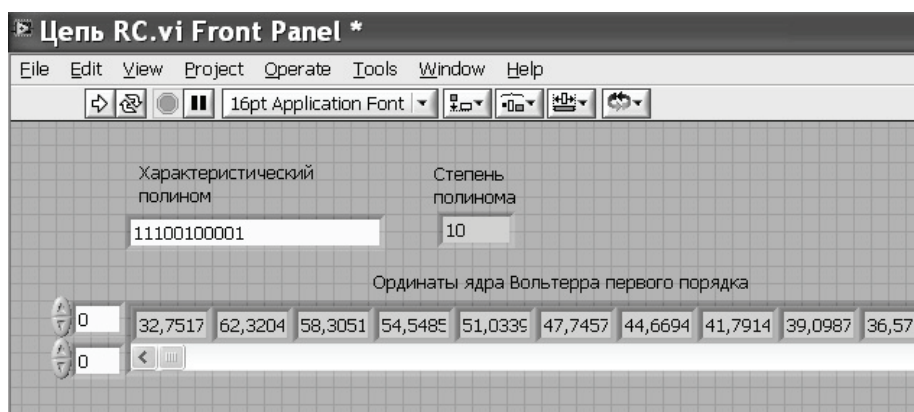


Рис. 4. Лицевая панель виртуального прибора с результатами идентификации ядра первого порядка

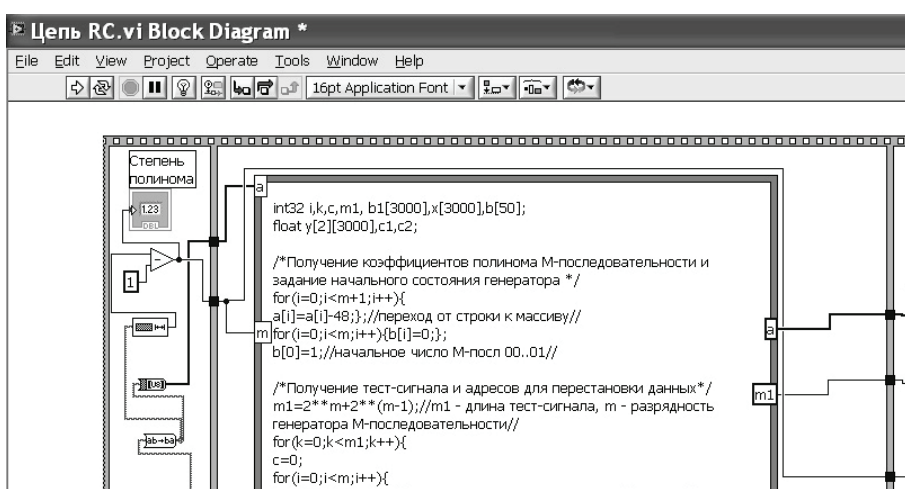


Рис. 5. Моделирование реакции объекта в блок-схеме виртуального прибора

Таблица 1. Ординаты $h_1(j \cdot \Delta t)$ и оценки ординат $h[j]$

j	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$h_1(j \cdot \Delta t)$	66.6	62.30	58.29	54.53	51.02	47.73	44.66	41.78	39.09
$h[j]$	32.75	62.32	58.30	54.54	51.03	47.74	44.66	41.79	39.09

Таблица 2. Ординаты $h_2(k \cdot \Delta t, l \cdot \Delta t)$

k, l	0	1	2	3	4	5
0	4435.5	4149.7	3882.4	3632.2	3398.2	3179.2
1	4149.7	3882.4	3632.2	3398.2	3179.2	2974.4
2	3882.4	3632.2	3398.2	3179.2	2974.4	2782.7
3	3632.2	3398.2	3179.2	2974.4	2782.7	2603.4
4	3398.2	3179.2	2974.4	2782.7	2603.4	2435.7
5	3179.2	2974.4	2782.7	2603.4	2435.7	2278.8

Таблица 3. Оценки ординат $h[k,l]$

k, l	0	1	2	3	4	5
0	1108.7	2075.1	1942.1	1815.3	1701.2	1574.6
1	2074.5	3881.3	3633.1	3396.9	3181.1	2975.2
2	1941.7	3633.7	3397.1	3178.9	2976.1	2784.1
3	1815.9	3395.9	3178.7	2973.6	2784.1	2605.2
4	1699.3	3180.1	2977.1	2783.1	2601.1	2436.3
5	1575.1	2975.4	2784.2	2601.8	2436.3	2275.8

ВЫВОДЫ

Для независимой оценки корреляционным методом ординат ядер Вольterra или импульсной переходной функции при идентификации используют ортогональные к сдвигу кусочно-постоянные тест-сигналы малой амплитуды на основе псевдослучайных двоичных М-последовательностей. При этом предполагается совпадение автокорреляционной функции тест-сигнала с δ -функцией Дирака, что является упрощением.

В статье получены аналитические выражения, связывающие оценки ординат ядер Вольterra и ИПФ с соответствующими значениями взаимокорреляционной функции тест-сигнала и реакции объекта с учетом отличия АКФ тест-сигнала от δ -функции Дирака.

Для проверки полученных выражений было выполнено компьютерное моделирование про-

цесса идентификации на примере динамических звеньев первого и второго порядка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ikonen E.* Advanced process identification and control. New York: Marcel Dekker Inc., 2002. 316 p.
2. *Яковлев В.Ф.* Выбор характеристического полинома двоичной М-последовательности для идентификации нелинейного динамического объекта // Известия Самарского научного центра РАН. 2011. Т.13. №4. С.133-135.
3. *Яковлев В.Ф.* Быстрый алгоритм определения ординат импульсной переходной функции при возбуждении динамического объекта тест-сигналом на основе двоичной М-последовательности // Известия Самарского научного центра РАН. 2012. Т.14. №4. С.121-125.
4. *Davies W.D.T.* System identification for self-adaptive control. New York: Wiley-Interscience, 1970. 290 p.
5. *Тревис Дж.* LabVIEW для всех. М.: ДМК Пресс, 2005. 540 с.

MEASURING ORDINATES OF VOLTERRA KERNELS OF A DYNAMIC NONLINEAR OBJECT USING BINARY M-SEQUENCE AS INPUT WITH RESPECT TO THE DIFFERENCE OF TEST SIGNAL AUTOCORRELATION FUNCTION FROM DELTA FUNCTION

© 2014 V.F. Yakovlev

Samara State Technical University

The paper considers algorithm for computing the ordinates of a Volterra kernels of a dynamic nonlinear object using binary M-sequence as input with respect to the difference of test signal autocorrelation function from ideal delta function.

Computer simulation of identification of nonlinear dynamic objects was used to verify algorithms obtained.

Keywords: nonlinear dynamic object, identification, Volterra series, test-signal, binary M-sequence, autocorrelation function.