УДК 378

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ ДЛЯ ОБРАБОТКИ И АНАЛИЗА РЕЗУЛЬТАТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

© 2015 Ю.В.Гуменникова[1], Л.В.Кайдалова[2], Е.Н.Рябинова[3]

[1,2] Самарский государственный университет путей сообщения
[3] Самарский государственный технический университет

Статья поступила в редакцию 02.09.2015

В статье рассматривается один из способов обработки и анализа результатов педагогического эксперимента по внедрению методики на основе организации самообразовательной деятельности студентов.
Ключевые слова: эксперимент, контрольная группа, экспериментальная группа, самообразовательная деятельность студентов, выборочная средняя, нормальный закон распределения.

[°]В 2013 – 2014 уч. годах в Самарском государственном университете путей сообщения преподавателями кафедры «Высшая математика» был проведен педагогический эксперимент по внедрению модели адаптивной профессиональной подготовки, ориентированной на приспособление системы обучения к индивидуальным особенностям обучающихся[1], с использованием пособий[2]. Эксперимент строился на сравнении экспериментальной и контрольной групп студентов специальностей «Энергоснабжение железных дорог (ЭЖД)», «Информационные системы и технологии (ИС)» и «Управление персоналом (УП)», которых распределили на две группы – экспериментальную (109 человек) и контрольную (108 человек). Для определения начального состояния был проведен тест, составленный по курсу школьной программы, показавший отсутствие значимых различий в экспериментальной и контрольной группах. Дальнейшее обучение обеих групп проводилось с применением разных методик: в контрольной группе использовалась традиционная методика, в экспериментальной – инновационный подход к организации самообразовательной деятельности (СОД) на основе матричной модели познавательной деятельности. Данные по контрольному тесту в экспериментальной и контрольной группах приведены в таб. 1.

° *Гуменникова Юлия Валериевна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики. E-mail: gumennikuv@yandex.ru*;
Кайдалова Людмила Витальевна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики. E-mail: ludmila.kaid@gmail.com;
Елена Николаевна Рябинова, доктор педагогических наук, профессор кафедры высшей математики и прикладной информатики. E-mail: eryabinova@mail.ru

[1]*Рябинова Е.Н.* Адаптивная система персонифицированной профессиональной подготовки студентов технических вузов / Е.Н.Рябинова. – М.: Машиностроение, 2009. – 258 с.; *Клентак, Л.С.* Активизация самостоятельной работы студентов путем формирования портфолио / Л.С.Клентак, Т.В.Лукина // Известия Самарского научного центра РАН. – 2014. – Том 16, № 2(2). – С. 311 – 314; *Клентак, Л.С.* Статистическое исследование влияния портфолио как педагогического воздействия (постановка эксперимента) / Л.С.Клентак // Самарского научного центра РАН. – 2015. – Том 17, № 1(2). – С. 318 – 322; *Клентак, Л.С.* Статистическое исследование влияния портфолио как педагогического воздействия (результат эксперимента) / Л.С.Клентак // Самарского научного центра РАН. – 2015. – Том 17, № 1(3). – С. 561 – 564; *Клентак, Л.С.* Место портфолио в исследовании предпочтений выбора преподавателями и студентами видов самостоятельной работы обучающихся / Л.С.Клентак // Известия Самарского научного центра РАН. 2015. – Том 17, № 1(4). – С. 824 – 829; *Клентак, Л.С.* Влияние портфолио на качество освоения математических дисциплин / Л.С.Клентак, Е.Н.Рябинова, И.Н.Хаймович // Известия Самарского научного центра РАН. 2015. – Том 17, № 1(4). – С. 830 – 835.

[2] *Курушина, С.Е.* Формирование самообразовательных компетенций студентов при изучении матриц: учеб.-метод. пособ. / С.Е.Курушина, В.П.Кузнецов, Е.Н.Рябинова, Р.Н.Черницына – 2-е изд., испр. – Самара: СамГУПС, 2015. – 159 с.; *Рябинова Е.Н.* Организация самообразовательной деятельности студентов при изучении кривых второго порядка / Е.Н.Рябинова, Р.Н.Черницына – Самара: СамГУПС, ООО «Порто-принт», 2014. – 204 с.; *Рябинова Е.Н.* Организация самостоятельной работы студентов на основе матричной модели познавательной деятельности при изучении дифференциальных уравнений: учебно-методич. пособ. для самостоятельной профессиональной подготовки студентов технич. вузов / Е.Н.Рябинова, Р.Н.Черницына – Самара: СамГУПС, ООО «Порто-принт», 2014. – 124 с.; *Рябинова Е.Н.* Самообразовательная деятельность студентов: изучаем комплексные числа: учебно-методич. пособ. / Е.Н.Рябинова, Р.Н.Черницына – Самара: СамГУПС, ООО «Порто-принт», 2015. – 70 с.

$$K_y = \frac{N_{пр}}{N}, \quad K_y \in [0;1]$$

Здесь K_y – коэффициент усвоения учебной информации отдельным студентом,
где $N_{пр}$ – кол-во правильно выполненных учебных элементов;
N – общее кол-во учебных элементов в тесте;

$$K_y = \frac{N_{пр}}{N}, \quad K_y \in [0;1]$$

Здесь K_y – коэффициент усвоения учебной информации отдельным студентом,
где $N_{пр}$ – кол-во правильно выполненных учебных элементов;
N – общее кол-во учебных элементов в тесте;

Таб. 1. K_y в экспериментальной и контрольной группах

K_y / Группа	0,2-0,3	0,3-0,4	0,4-0,5	0,5-0,6	0,6-0,7	0,7-0,8	0,8-0,9	0,9-1,0
Экспериментальная группа	0	1	1	5	19	37	32	14
Контрольная группа	2	2	5	10	21	35	24	9

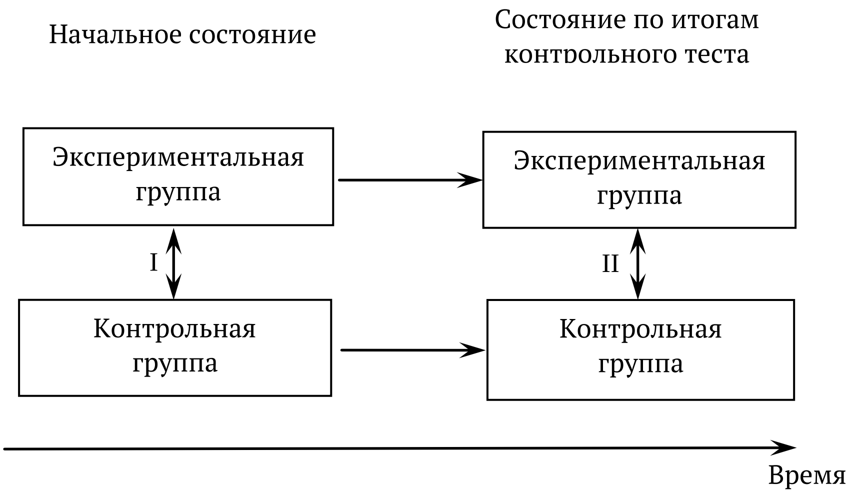

Рис. 1. Структура педагогического эксперимента

Структура педагогического эксперимента (*Михеев, В.И.* Моделирование и методы теории измерений в педагогике / В.И.Михеев – Эдиториал УРСС, 2010. – 224 с.; *Новиков, Д.А.* Статистические методы в педагогических исследованиях / Д.А.Новиков – М.: М3 – Пресс, 2004. – 67с.) представлена на рис. 1.

Алгоритм исследования следующий: 1) На основании сравнения I установлено отсутствие статистически значимого различия между контрольной и экспериментальной группами. 2) Реализовано воздействие на экспериментальную группу, при этом экспериментальная и контрольная группы находились в одинаковых условиях за исключением целенаправленно изменяемых преподавателем. 3) На основании сравнения II устанавливаются преимущества новой методики. Рассмотрим случайные величины:

– СВ*X* – K_y учебного материала отдельным студентом экспериментальной группы по результатам контрольного тестирования.

– СВ*У* – K_y учебного материала отдельным студентом контрольной группы по результатам контрольного тестирования.

Вычислим наиболее важные числовые характеристики СВ*X* и СВ*Y* – выборочные средние $x_в$ и $y_в$ (среднее арифметическое значение признака выборочной совокупности), выборочные дисперсии D_x и D_y (среднее арифметическое квадратов отклонений наблюдаемых значений признака от их средних значений $x_в$ и $y_в$) и выборочные средние квадратические отклонения σ_x и σ_y (таб. 2) по формулам:

$$x_в = \frac{\sum_{i=1}^{k} \overline{x_i} \cdot n_i}{n}, \qquad D_в = \frac{\sum_{i=1}^{k} \left(\overline{x_i} - x_в\right)^2 \cdot n_i}{n}, \qquad \sigma_в = \sqrt{D_в}.$$

Таб. 2. Основные числовые характеристики случайных величин *X* и *Y*

Случайная величина	Выборочная средняя	Выборочная дисперсия	Выборочное среднеквадратичное отклонение
X	$x_в = 0{,}763$	$D_x = 0{,}013$	$\sigma_x = 0{,}114$
Y	$y_в = 0{,}720$	$D_y = 0{,}022$	$\sigma_y = 0{,}149$

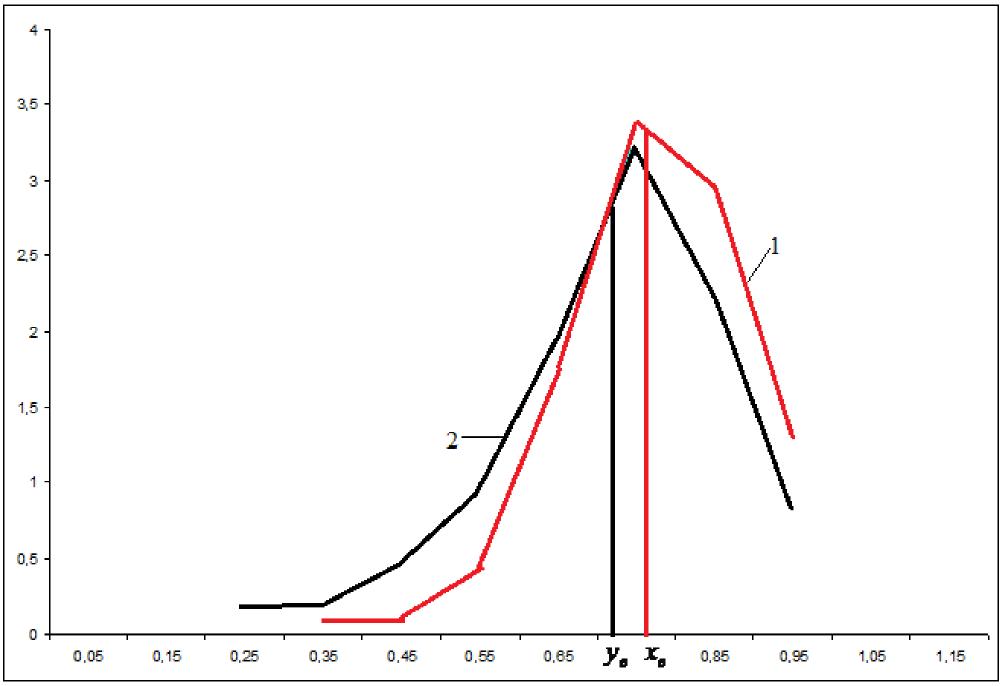

Рис. 2. Линии эмпирической плотности СВ*X* и СВ*Y* (1 – эмпирическая плотность распределения $f^*(x)$, 2 - эмпирическая плотность распределения $f^*(y)$)

Построим линии эмпирической плотности $f^*(x)$ и $f^*(y)$ (рис. 2). По виду этих линий выдвигаем статистические гипотезы о нормальных законах распределения СВ*X* и СВ*Y* с плотностью распределения вероятности

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-(x-\bar{x}_в)^2}{2\sigma_x^2}} \text{ и } f(y) = \frac{1}{\sigma_y\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-(y-\bar{y}_в)^2}{2\sigma_y^2}}.$$

Для проверки выдвинутой гипотезы используем один из критериев согласия – критерий согласия Пирсона χ^2, состоящий в сравнении эмпирических и теоретических частот Теоретические частоты вычислим по известному алгоритму.

1. Нормируем СВ, т.е. переходим к величине $Z = \frac{X - x_в}{\sigma_в}$, и вычисляем концы новых интервалов

$$Z_i = \frac{x_i - x_в}{\sigma_в};\ Z_{i+1} = \frac{x_{i+1} - x_в}{\sigma_в}.$$

2. Теоретические вероятности p_i^0 попадания СВ*X* в интервал $\left(x_i; x_{i+1}\right)$ определяем по формуле

$$p_i^0 = \varPhi(Z_{i+1}) - \varPhi(Z),$$

где $\Phi(Z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^z e^{-\frac{x^2}{2}}dx$, $\Phi(Z)$ – функция Лапласа, находится по таблице

(*Гмурман, В.Е.* Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е.Гмурман – М.: Высшая школа, 2003. – 462 – 463 с.; *Вентцель, Е.С.* Теория вероятностей и математическая статистика / Е.С.Вентцель – М.: Наука, Физматгиз, 1969. – 561 – 564 с.).

3. Находим искомые теоретические частоты n_i^0. $n_i^0=n\cdot p_i^0$. Результаты наблюдений n_i и вычислений n_i^0 после объединения интервалов с частотами $n_i\le 5$ приведены в таб. 3 и 4.

Таб. 3. Эмпирические и теоретические частоты СВ*X*

i	1	2	3	4	5
n_i	7	19	37	32	14
n_i^0	8,327	23,413	36,439	28,275	12,546

Таб. 4. Эмпирические и теоретические частоты СВ*Y*

i	1	2	3	4	5	6
n_i	9	10	21	35	24	9
n_i^0	7,496	15,077	25,844	27,767	19,602	12,215

Вычислим наблюдаемые значения критерия $\chi^2_{набл}$ по формуле $\chi^2_{набл}=\frac{\sum_{i=1}^{S}\left(n_i-n_i^0\right)^2}{n_i^0}$, и сравним их с критическими значениями $\chi^2_{кр}$. Критические значения критерия $\chi^2_{кр}$ находим по таблице «Критические точки распределения χ^2» (*Суходольский, Г.В.* Основы математической статистики для психологов / Г.В. Суходольский – Л.: ЛГУ, 1972. – 428с.), задаваясь уровнем значимости $\alpha=0{,}01$. Уровень значимости – это вероятность ошибки 1-го рода, т.е. вероятность того, что верная гипотеза будет отвергнута. Число степеней свободы k вычислим по формуле $k=S-1-r$, где r – число параметров предлагаемого распределения, для нормального закона их два: выборочная средняя $x_в$ и выборочное среднее квадратическое отклонение $\sigma_в$ (таб. 5).

Таб. 5. Наблюдаемые и критические значения критерия согласия χ^2 для случайных величин *X* и *Y*

Случайная величина	Наблюдаемое значение критерия Пирсона $\chi^2_{набл}$	Критическое значение критерия Пирсона $\chi^2_{кр}(s;\alpha)$
X	$\chi^2_{набл}=1{,}711$	$\chi^2_{кр}(2;0{,}01)=9{,}2$
Y	$\chi^2_{набл}=6{,}635$	$\chi^2_{кр}(3;0{,}01)=11{,}3$

Во всех случаях $\chi^2_{набл}<\chi^2_{кр}$, следовательно, гипотезы о нормальном распределении случайных величин *X* и *Y* подтверждаются. Анализируя средние результаты тестирования в экспериментальной и контрольной группах (сравнение II на рис.1), видим, что средний результат в экспериментальной группе $x_в=0{,}763$ лучше среднего результата в контрольной группе $y_в=0{,}720$ на 5,97 %, при этом среднее квадратичное отклонение $\sigma_x=0{,}114$ в экспериментальной группе меньше $\sigma_y=0{,}149$ на 30,7 %, что говорит об эффективности применения предложенной методики. Кроме усредненных значений полезно будет сравнить рассеивание результатов тестирования относительно выборочной средней. Вычислим для этой цели коэффициент вариации *V*. $V=\frac{\sigma_в}{x_в}\cdot 100\%$, используемый для сравнения рассеивания вариационных рядов

$$V_x=\frac{0{,}114}{0{,}763}\cdot 100\%=14{,}94\%,$$

$$V_y=\frac{0{,}149}{0{,}720}\cdot 100\%=20{,}69\%,$$

Таким образом, в экспериментальной группе к концу обучения не только увеличился средний результат (на 5,97% по сравнению с контрольной группой), но и уменьшилось рассеивание результатов относительно среднего (с 20,69% до 14,94%), что, безусловно, подтверждает эффективность предложенной методики.

APPLICATION OF METHODS OF MATHEMATICAL STATISTICS FOR PROCESSING AND ANALYZING THE RESULTS OF A PEDAGOGICAL EXPERIMENT

© 2015 J.V.Gumennikova[1], L.V.Kaydalova[2], E.N.Ryabinova[3°]

[1, 2] Samara State Transport University
[3] Samara State Technical University

The article describes one of the methods of processing and analysing of results of a pedagogical experiment on introduction of methods based on the organization of students' self-educational activity.
Keywords: experiment, control group, experimental group, students' self-educational activity, selective medium, normal distribution.

°*Julia Valerevna Gumennikova, Candidate of physics and mathematics, Associate professor of Department of higher mathematics. E-mail: gumennikuv@yandex.ru*
Lyudmila Vitalevna Kaydalova, Candidate of physics and mathematics, Associate professor of Department of higher mathematics. E-mail: ludmila.kaid@gmail.com
Elena Nikolaevna Ryabinova, Doctor of pedagogy, Professor of Department of higher mathematics and applied computer science. E-mail: eryabinova@mail.ru