

## ДИСПЕРСИЯ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДНЫХ МОД ТОНКИХ ЛЕВО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ПЛЕНОК

© 2015 Д.А. Конкин, А.А. Шибельгут, Р.В. Литвинов

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

Поступила в редакцию 05.02.2015

Рассмотрены асимметричные планарные волноводы с пленкой из лево-ориентированного материала. Анализ зависимостей эффективных показателей преломления волноводных мод от длины световой волны выполнен в оптическом диапазоне для пленок различной толщины, расположенных на подложках с отличающимися диэлектрическими проницаемостями.

*Ключевые слова:* планарный волновод, лево-ориентированный материал, волноводные моды, дисперсия.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Возможность использования лево-ориентированных материалов (*left-handed materials*, LHM) с одновременно отрицательными значениями диэлектрической и магнитной проницаемостей в планарных оптических волноводах разнообразила их пространственные структуры. Существует несколько возможных вариантов таких структур: пленка из LHM – покровная среда и подложка на основе обычных право-ориентированных материалов (*right-handed materials*, RHM); пленка и подложка из LHM – покровная среда из RHM; все слои из LHM. С точки зрения структур, которые уже созданы и исследуются экспериментально, наибольшее значение имеют пленки из LHM с прилегающими слоями из RHM [1, 2]. Ниже будет рассмотрена частотная дисперсия волноводных мод таких структур.

### 2. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Рассмотрим распространение монохроматического светового поля в пленочном оптическом волноводе, типичная структура которого представлена в работах [3, 4]. Будем считать, что в отличие от хорошо изученных планарных структур на основе RHM с положительными значениями диэлектрической и магнитной проницаемостей [3, 4], центральная пленка в рассматриваемой структуре выполнена на основе LHM с отрицательными значениями проницаемостей [5, 6].

*Конкин Дмитрий Анатольевич, старший преподаватель кафедры радиоэлектроники и защиты информации.*

*E-mail: konkinda@inbox.ru*

*Шибельгут Александр Андреевич, младший научный сотрудник кафедры телекоммуникаций и основ радиотехники. E-mail: shibelgut@gmail.com*

*Литвинов Рудольф Викторович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры телекоммуникаций и основ радиотехники.*

Полагая, что векторы электрической и магнитной напряженностей светового поля удовлетворяют уравнениям Максвелла и, используя граничные условия, можно получить дисперсионное уравнение относительно постоянных распространения  $\beta$  волноводных мод *TE*-типа в виде [2]:

$$\tanh \chi_f h = - \frac{\chi_s \mu_f \chi_f^{-1} \mu_s^{-1} + \chi_c \mu_f \chi_f^{-1} \mu_c^{-1}}{1 + \chi_s \chi_c \mu_f^2 \chi_f^{-2} \mu_s^{-1} \mu_c^{-1}}, \quad (1)$$

где  $\mu_c$ ,  $\mu_f$  и  $\mu_s$  – относительные магнитные проницаемости покровной среды, пленки и подложки, соответственно;

$$\chi_* = \sqrt{\beta^2 - \varepsilon_* \mu_* (\omega/v_n)^2}, \quad (2)$$

коэффициенты, зависящие от величины постоянных  $\beta$  (в нижнем индексе вместо букв «с, f или s» используется знак «\*» для сокращения записей), определяют характер пространственного распределения светового поля в покровной среде «с», подложке «s» и пленке «f»;  $\varepsilon_*$  – относительная диэлектрическая проницаемость материалов слоев волновода. Если в формуле (1) выполнить замену « $\mu_* \leftrightarrow \varepsilon_*$ », то получившееся новое соотношение будет дисперсионным для мод *TM*-типа.

Пространственная неограниченность покровной среды и подложки в направлении перпендикулярном пленке, в которой должно быть локализовано поле моды волновода, приводит к требованию вещественности коэффициентов  $\chi_c$  и  $\chi_s$ . Центральная пленка является ограниченной в поперечном направлении и, поэтому в общем случае, коэффициент  $\chi_f$  может принимать как мнимые, так и вещественные значения [2, 7].

Величина вещественных постоянных распространения  $\beta$  планарных волноводов, изготовленных из обычных RHM с одновременно положительными значениями проницаемостей ( $\varepsilon_{c,s} > 0$  и  $\mu_{c,s} > 0$ ),

ограничена условием  $\max[n_c; n_s] \omega / c \leq \beta \leq n_f \omega / c$ ,

где  $n_{c,s} = \sqrt{\varepsilon_{c,s} \mu_{c,s}} \omega / c$  – показатель преломления материалов слоев волновода [3, 4, 7]. В этом случае, коэффициент  $\chi_f$  принимает мнимые значения. Фазовая скорость волноводных мод такого волновода (быстрых мод) больше фазовой скорости плоских электромагнитных волн в объемных средах из материалов покровной среды и подложки.

Если центральная пленка волновода выполнена из ЛНМ, то коэффициент  $\chi_f$  может принимать и вещественные значения. В этом случае, в волноводе могут распространяться не только быстрые, но и медленные моды, фазовая скорость которых меньше фазовой скорости плоских электромагнитных волн в объемных средах с материальными параметрами, соответствующими параметрам слоев волновода.

Следуя работам [5, 6], будем считать, что зависимость диэлектрической  $\varepsilon_f$  и магнитной  $\mu_f$  проницаемости объемной среды из ЛНМ от частоты  $\omega$  электромагнитного поля описывается соотношениями

$$\varepsilon_f = 1 - \omega_p^2 / \omega^2, \quad \mu_f = 1 - F \omega^2 (\omega^2 - \omega_0^2)^{-1}, \quad (3)$$

где  $\omega_p$  – плазменная частота,  $\omega_0$  – частота магнитного резонанса,  $F$  – фактор заполнения метаматериала ( $0 < F < 1$ ).

Из анализа соотношений (3) следует, что в случае выполнения условия  $\omega_0 < \omega_p < \omega_0 / \sqrt{1-F}$  интервал частот  $\omega$ , в котором диэлектрическая и магнитная проницаемости таких сред являются одновременно отрицательными, лежит в пределах  $\omega_0 < \omega < \omega_p$ . В случае  $\omega_p > \omega_0 / \sqrt{1-F}$ , этот интервал имеет пределы от  $\omega_0$  до  $\omega_0 / \sqrt{1-F}$  и определяется только областью отрицательных значений магнитной проницаемости. Дисперсия материальных параметров обычного право-ориентированного материала в указанных интервалах длин волн в оптическом диапазоне пренебрежимо мала в сравнении с дисперсией лево-ориентированного и ниже не учитывается.

### 3. ДИСПЕРСИОННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ЭФФЕКТИВНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Выполним анализ зависимостей эффективных показателей преломления  $n_{eff} = \beta v / \omega$  от длины световой волны  $\lambda$  оптических мод тонкой пленки из ЛНМ с воздушной покровной средой ( $\varepsilon_c = 1$  и  $\mu_c = 1$ ) для трех случаев немагнитных

подложек ( $\mu_s = 1$ ) с различными величинами диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_s$ , равными 1; 1,5; и 2. Будем считать, что дисперсионные зависимости материала тонкой пленки определяются параметрами  $\omega_p = 3,46 \cdot 10^{15}$  рад/с,  $\omega_0 = 1,63 \cdot 10^{15}$  рад/с и  $F=0,5$ , согласующимися с данными работы [8]. В этом случае, диапазон  $\lambda$ , в котором одновременно выполняются условия  $\varepsilon_f \leq 0$  и  $\mu_f \leq 0$ , лежит в пределах от 0,816 мкм до 1,155 мкм.

Результаты численных расчетов зависимостей  $n_{eff}(\lambda)$  для  $TE$ -мод представлены на рис. 1а и 1б сплошными кривыми для случаев толщины пленки 100 нм и 330 нм, соответственно. Здесь же представлены дисперсионные зависимости показателя преломления объемного лево-ориентированного материала  $n_f = \sqrt{\varepsilon_f \mu_f}$  (штрихованные кривые) и уровни (пунктирные) показателей преломления подложки  $n_s = \sqrt{\varepsilon_s \mu_s}$ .

Общей особенностью полученных дисперсионных зависимостей для  $TE$ -мод является то, что они лежат не только в области быстрых мод ( $n_s < n_{eff} < n_f$ ), что характерно для обычных пленок из РНМ, но и в области медленных мод ( $n_{eff} > \max(n_f, n_s)$ ), которая у РНМ-пленок отсутствует [3, 4]. Независимо от толщины ЛНМ-пленки ее дисперсионные зависимости обладают двумя сингулярными точками. Причиной появления первой из них является резонанс магнитной проницаемости  $\mu_f(\omega)$  объемного материала при частоте  $\omega_0$  (см. (3)). Вторая сингулярность находится в точке  $\lambda = 1$  мкм, где магнитная проницаемость принимает значение  $\mu_f = -1$ . В окрестности этой точки дисперсионные кривые медленных мод волновода асимптотически приближаются к дисперсионным кривым поверхностных электромагнитных волн  $s$ -типа [9, 10], фазовые скорости которых обращаются в ноль при равенстве  $\mu_s^2 = \mu_f^2 = \mu_c^2 = 1$ , выполняющегося для принятых условий как раз при длине волны 1 мкм.

Дисперсионные зависимости мод  $TE_{00}$  ЛНМ-пленки толщиной  $h=100$  нм лежат в медленной области и обладают точкой с нулевой групповой скоростью  $v_g = d\omega/d\beta = 0$ , в которой  $dn_{eff}/d\lambda = \infty$  (см. рис. 1а). Эта точка делит дисперсионную кривую на две ветви. Нижняя ветвь соответствует положительной групповой скорости ( $v_g > 0$ , фазовая и групповая скорости

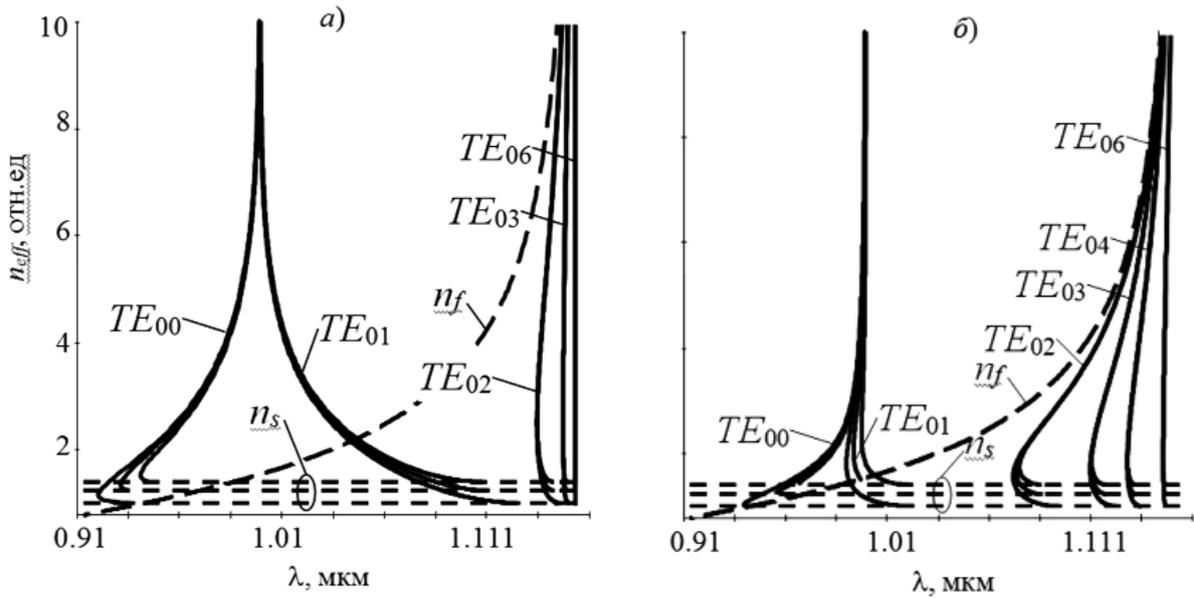


Рис. 1. Зависимости  $n_{eff}(\lambda)$  TE-мод пленки толщиной 100 нм (а) и 330 нм (б).

имеют одинаковое направление), а верхняя – отрицательной ( $v_g < 0$ , фазовая и групповая скорости имеют противоположные направления). Дисперсионные зависимости  $TE_{01}$  моды лежат как в области медленных, так и в области быстрых мод, им соответствует положительная величина  $v_g > 0$ . Дисперсионные зависимости остальных мод лежат в быстрой области. Однако в отличие от обычных пленочных волноводов из RHM, дисперсионные зависимости мод которых являются монотонными, дисперсионные зависимости быстрых мод волноводов с LHM-пленкой делятся на две ветви точкой, соответствующей случаю  $v_g = 0$  (аналогично зависимостям  $TE_{00}$ ). При этом с ростом номера моды LHM-пленки ее дисперсионные зависимости, приближаясь к области сингулярности проницаемости  $\mu_f$ , практически сливаются.

Дисперсионные зависимости  $n_{eff}(\lambda)$  для TE-мод, соответствующие более толстой LHM-пленке с  $h=330$  нм (см. рис. 1б), также лежат в области медленных и быстрых мод. Однако в этом случае, в отличие от случая  $h=100$  нм, дисперсионные зависимости для  $TE_{01}$  моды являются немонотонными, делятся точкой с  $v_g = 0$  на верхнюю и нижнюю ветви, отвечающие различным направлениям групповой скорости. Таким образом, увеличение толщины пленки может изменить направление групповой скорости TE-моды с совпадающего с направлением фазовой скорости на противоположное ей.

Характерно, что изменение показателя преломления подложки (асимметрия пленочного

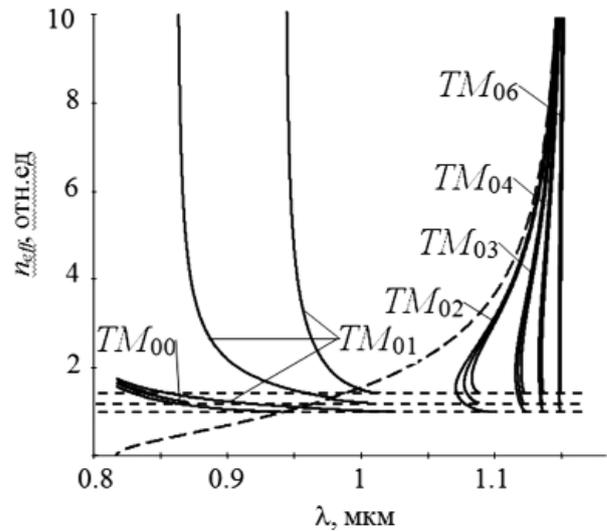


Рис. 2. Зависимости  $n_{eff}(\lambda)$  TM-мод пленки толщиной 330 нм

волновода) заметно сказывается на дисперсионных зависимостях только в области отсечки TE-мод ( $n_{eff} \approx n_s$ ). При этом в LHM-волноводе с  $h=100$  нм (см. рис. 1а) это изменение не приводит к качественному изменению характера дисперсионных зависимостей  $n_{eff}(\lambda)$ , практически влияя только на условия отсечки. В более толстом волноводе с  $h=330$  нм (см. рис. 1б) увеличение показателя преломления подложки может привести к отсечке ветви дисперсионной кривой, лежащей ниже точки с нулевой групповой скоростью. Поэтому в более толстом ассиметричном ( $n_s=2$ ) пленочном волноводе дисперсионная зависимость

$n_{eff}(\lambda)$  моды  $TE_{00}$  является монотонной, соответствует одинаковым направлениям фазовой и групповой скорости.

Результаты численных расчетов зависимостей  $n_{eff}(\lambda)$  для ТМ-мод пленки толщиной 330 нм представлены на рисунке 2. Качественный характер зависимостей, лежащих полностью в области быстрых мод (моды  $TM_{02}$ ,  $TM_{03}$  и т.д.) такой же, как и у аналогичных зависимостей ТЕ-мод. Однако характер дисперсионных зависимостей мод  $TM_{00}$  и  $TM_{01}$ , лежащих в областях быстрых и медленных мод, сильно отличается от зависимостей мод  $TE_{00}$  и  $TE_{01}$ . Положение сингулярности на зависимости  $n_{eff}(\lambda)$   $TM_{01}$ , расположенной в области медленных мод, зависит от величины диэлектрической проницаемости подложки  $\epsilon_s$ . В этой области дисперсионные зависимости этой моды асимптотически приближаются к дисперсионным кривым поверхностных электромагнитных волн р-типа [9, 10] на границе пленка-подложка, фазовые скорости которых обращаются в ноль при выполнении равенства  $\epsilon_s^2 = \epsilon_f^2$ . В рассматриваемом случае, это условие выполняется для двух значений  $\epsilon_s = 1$  и 2. Отметим, что условие  $\epsilon_s^2 = \epsilon_f^2 = \epsilon_c^2 = 1$  выполняется за пределами рассматриваемого диапазона длин волн, поэтому сингулярность, на отвечающей этому случаю кривых  $n_{eff}(\lambda)$  для мод  $TM_{00}$  и  $TM_{01}$ , отсутствует.

Еще одним качественным отличием направляемых свойств ЛНМ-пленки от аналогичных свойств РНМ-пленки является существование трех диапазонов длин волн, в которых существует только одна из мод типа ТЕ ( $TE_{00,01,02}$ ) или одна из мод типа ТМ ( $TM_{00,01,02}$ ). В то время как для обычных пленочных волноводов из РНМ одномодовый режим реализуется только для фундаментальной моды ( $TE_{00}$  или  $TM_{00}$ ) [3, 4, 7].

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, дисперсионные свойства оптических мод планарного волновода с пленкой на основе ЛНМ качественно отличаются от дисперсионных свойств обычных волноводов на основе РНМ. Моды двух первых порядков, в зависимости от длины волны, могут быть как быстрыми, так и медленными. В общем случае, групповая скорость моды может совпадать с фазовой, быть противоположной ей или обращаться в ноль. Одномодовый режим может быть реализован для трех мод низшего порядка.

*Работа выполнена по заданию Минобрнауки РФ (проект № 2406). Шибельгут А.А. поддержан стипендией Президента РФ (проект СП-4673.2013.5).*

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Guided modes in negative-refractive-index waveguides / I.V. Shadrivov, A.A. Sukhorukov, Yu.S. Kivshar // Phys. Rev. E. 2003. Vol. 67. P. 057602.
2. Guided optical modes in asymmetric left-handed waveguides / Ying He, Zhuangqi Cao, Qishun Shen // Optics Communications. 2005. Vol. 245. P. 125–135.
3. Тамир Т. Интегральная оптика. М.: Мир, 1978. 340 с.
4. Маркузе Д. Оптические волноводы. М.: Мир, 1974. 289 с.
5. Веселаго В.Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями  $\epsilon$  и  $\mu$  // Успехи физических наук. 1967. Т. 92, № 3. С. 517–526.
6. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity / D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, S. Schultz // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84. P. 4184–4187.
7. Теория волн / М.Б. Виноградова, О.В. Руденко, А.П. Сухоруков. М.: Наука, 1979. 384 с.
8. MgB<sub>2</sub>-based negative refraction index metamaterial at visible frequencies: Theoretical analysis / A.-G. Kussow, A. Akyurtlu, A. Semichaevsky, N. Angkawisittpan // Phys. Rev. B. 2007. Vol. 76, P. 195123.
9. Surface plasmon polaritons at interfaces associated with artificial composite materials / H.-F. Zhang, Q. Wang, N.-H. Shen, R. Li, J. Chen, J. Ding, H.-T. Wang // J. Opt. Soc. Am. B. 2005. Vol. 22. P. 2686–2696.
10. Ruppin R. Surface polaritons of a left-handed medium // Phys. Lett. A. 2000. Vol. 277. P. 61–64.

#### OPTICAL WAVEGUIDE MODE DISPERSION OF THIN LEFT-HANDED FILMS

© 2015 D.A. Konkin, A.A. Shibelgut, R.V. Litvinov

Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics

Asymmetrical planar waveguides with film of left-handed material are considered. Analysis of dependences of effective refractive indexes of waveguide modes on a length of the light wave in the optical range for films with different thicknesses has been performed. The films are on substrates with different permittivities.  
Key words: planar waveguide, left-handed material, waveguide modes, dispersion.

*Dmitry Konkin, Senior Lecturer at the Radioelectronics and Information Protection Department.*

*E-mail: konkinda@inbox.ru.*

*Alexander Shibelgut, Associate Research Fellow of Telecommunication and Radio-Engineering Basics Department.*

*E-mail: shibelgut@gmail.com.*

*Rudol'f Litvinov, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor at the Telecommunication and Radio-Engineering Basics Department. E-mail: litvinovrv@tor.tusur.ru.*